

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. LATAR BELAKANG

Kurva geodesic seringkali didefinisikan sebagai kurva yang menghubungkan dua titik di permukaan dengan panjang minimal. Namun tidak selamanya kurva tersebut merupakan satu-satunya kurva geodesic yang dapat ditemukan.

Perhatikan sebuah permukaan bola. Jika pada permukaan tersebut terdapat dua titik yang berlainan p dan q , maka panjang minimal antara dua titik itu adalah sepanjang kurva geodesic, yang dalam hal ini kurva itu adalah sebuah lingkaran besar. Akan tetapi pada lingkaran tersebut ada dua busur, dan salah satu padanya dapat diambil sebagai panjang minimal. Sedangkan apabila p dan q adalah ujung-ujung suatu garis tengah bola, maka melalui kedua titik tersebut ada tak terhingga banyak lingkaran besar, sedang setiap lingkaran besar merupakan kurva geodesic pada bola. Inilah suatu contoh yang menunjukkan bahwa tidak selalu benar melalui dua titik pada permukaan dapat ditarik hanya satu kurva geodesic saja.

Dalam suatu permukaan lengkap S juga dapat ditunjukkan adanya geodesic minimal yang menghubungkan dua titik $p, q \in S$ (Teorema Hopf - Rinow).

Untuk membuktikan suatu permukaan lengkap S dengan

kurva gauss $K \geq \delta > 0$ adalah kompak, maka dibutuhkan langkah - langkah penting yang akan menunjukkan bahwa jika $K \geq \delta > 0$, disini ada geodesic γ yang menghubungkan dua titik yang berubah - ubah $p, q \in S$ dan mempunyai panjang $\ell(\gamma) > \frac{\pi}{\sqrt{\delta}}$ adalah bukan panjang minimal; bahwa, ada suatu kurva terparameter yang menghubungkan p dan q , dimana panjangnya kurang dari $\ell(\gamma)$.

Begitu sifat diatas terbukti, berikutnya bahwa setiap geodesic minimal mempunyai panjang $\ell \leq \frac{\pi}{\sqrt{\delta}}$; karenanya S terbatas dalam jarak d . Bila S lengkap, maka S adalah kompak.

1.2. PERMASALAHAN

Bagaimana membuktikan bahwa permukaan lengkap S dengan kurva gauss $K \geq \delta > 0$ adalah kompak (Teorema Bonnet)?

1.3. PEMBATASAN MASALAH

Untuk lebih mempermudah dalam pembahasan, maka pada materi ini S adalah permukaan lengkap dan variasi adalah orthogonal.

1.4. PEMBAHASAN MASALAH

Untuk membahas persoalan perhitungan panjang busur dengan kalkulus variasi tingkat pertama dan kedua, dibutuhkan teori - teori yang ada dalam aljabar linear, teori fungsi real, ukur differensial dan kalkulus.

Sedangkan yang akan dibahas pada penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut :

- (a). BAB II adalah membahas tentang materi - materi dasar sebagai materi penunjang.
- (b). BAB III membahas mengenai tujuan dan penjabaran secara rinci dari definisi, dalil dan lemma sebagai langkah - langkah pada variasi pertama dan kedua dari panjang busur untuk membuktikan Teorema Bonnet.
- (c). BAB IV membicarakan mengenai kesimpulan dari yang telah dibahas pada bab III.

