BAB I

PENDAHULUAN

1.1. LATAR BELAKANG

Banyak permasalahan yang dipecahkan dengan menggunakan Persamaan Differensial. Persamaan Differensial ini memiliki dua bentuk dasar yaitu : Persamaan Differensial Biasa dan Persamaan Differensial Parsiil. Persamaan Differensial Biasa yaitu hubungan defferensial antara satu peubah tak bebas terhadap satu peubah bebas, sedang Persamaan Differensial Parsiil adalah hubungan differensial satu peubah tak bebas terhadap dua atau lebih peubah bebas.

Bentuk umum dari Persamaan Differensial Parsiil adalah :

$$a_0 \frac{\partial^n y(x)}{\partial x^n} + a_1 \frac{\partial^{n-1} y(x)}{\partial x^{n-1}} + \ldots + a_n\, y(x) = f(x) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

dimana y(x) adalah peubah tak bebas dan x adalah peubah bebas.

Jika pada persamaan (1) y(x) diganti dengan y(t) suatu Proses Stokastik, dan x diganti dengan t sebagai satuan waktu (t), serta f(x) diganti dengan W´(t) sebagai Proses Stokastik derivatif dari Proses Weiner,

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

sebagai Proses Stokastik derivatif dari Proses Weiner, maka persamaan (1) menjadi :

$$a_0 \frac{\partial \; y(t)}{\partial t^n} + a_1 \frac{\partial \; y(t)}{\partial t^{n-1}} + \ldots + a_n \, y(t) = W'(t) \qquad \ldots\ldots\ldots (2)$$

dengan a_0 , a_1 , ... , a_n adalah konstanta riil dan $a_0 \neq 0$, y(t) adalah proses stokastik dalam waktu (t) serta

$$W'(t) = \frac{\partial \, W(t)}{\partial \; t} ,$$

dengan W(t) adalah Proses Stokastik Weiner.

Proses Weiner harus memenuhi :

(i) $W(0) = 0$

(ii) W(t) berdistribusi normal dengan mean 0 dan varian σ^2 (t).

(iii) $W(t_1) - W(t_2)$; $W(t_2) - W(t_3)$; .... ; $W(t_{n-1}) - W(t_n)$ adalah saling asing (*independent*).

Bentuk persamaan (2) selanjutnya disebut Persamaan Differensial Parsiil Stokastik.

Selain bentuk Persamaan Differensial Parsiil Stokastik, dalam Persamaan Differensial Parsiil ada bentuk lain yaitu Persamaan Differensial Parsiil Deterministik (tertentu) yaitu apabila peubah tak bebasnya adalah operator yang deterministik . Sehingga bentuk umum dari

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

$$a_0 \frac{\partial^n y(x)}{\partial x^n} + a_1 \frac{\partial^{n-1} y(x)}{\partial x^{n-1}} + \ldots + a_n y(x) = f(x) \qquad \ldots\ldots\ldots (3)$$

dimana a_0 , a_1 , ... , a_n adalah konstanta riil , dengan $a_0 \neq 0$, $y(x)$ adalah peubah tak bebas yang bersifat determinan (*deterministik*).

Untuk selanjutnya dalam Tugas Akhir ini akan dibahas bentuk penyelesaian dari Persamaan Diffenrensial Parsiil Stokastik, adapun bentuk Persamaan Differensial Parsiil Stokastik sendiri memiliki dua bentuk, yaitu Persamaan Differensial Parsiil Stokastik Linier dan Persamaan Differensial Parsiil Stokastik Non- linier.

Persamaan Differensial Parsiil Stokastik linier adalah Persamaan Differensial Parsiil Stokastik yang memiliki operator random rata-rata nol (*zerro mean random operator*), bentuk umumnya adalah :

$$\mathcal{L}_t\ u + \mathcal{L}_x\ u = \mathcal{L}_{t,x}\ u = g \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

$\mathcal{L}_t$ dan $\mathcal{L}_x$ adalah jumlahan antara operator deterministik dengan operator random rata-rata nol, atau ditulis :

$$\mathcal{L}_t = L_t + R_t$$

dan $$\mathcal{L}_x = L_x + R_x$$

dimana L_t , L_x adalah operator differensial parsiil determinan (misal : $\frac{\partial}{\partial x}$, $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$, ... dan lain-lain) dan R_t , R_x adalah operator random

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

parsiil determinan (misal : $\frac{\partial}{\partial x}$, $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$, ... dan lain-lain) dan R_t , R_x adalah operator random rata-rata nol, serta g adalah proses stokastik.

Disamping itu ada bentuk lain yaitu Persamaan Differensial Parsiil Stokastik Non- linier yaitu Persamaan Differensial Parsiil Stokastik yang memiliki operator non-linier selain operator differensial parsiil deterministik dan operator random rata-rata nol, dengan bentuk umum :

$$F_t\, u + F_x\, u = g \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

dimana F_t , F_x adalah jumlahan dari operator stokastik linier dan operator stokastik non- linier, atau dapat ditulis :

$$F_t = \mathcal{L}_t + N_t = L_t + R_t + N_t \qquad \text{dan}$$

$$F_x = \mathcal{L}_x + N_x = L_x + R_x + N_x$$

dimana N_t , N_x adalah operator stokastik dan deterministik non- linier.

1.2. PERUMUSAN MASALAH

Seperti telah dijelaskan dalam Latar Belakang diatas, bentuk Persamaan Differensial Parsiil Stokastik ada dua, yaitu Persamaan Differensial Parsiil Stokastik linier dan Persamaan Differensial Parsiil Stokastik non- linier.

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

Dari dua bentuk tersebut diatas, dalam Tugas Akhir ini akan dijelaskan mengenahi cara untuk mencari penyelesaiannya.

1.3. PEMBAHASAN MASALAH

Dari dua bentuk Persamaaan Differensial Parsiil Stokastik yang telah dijelaskan dalam Latar Belakang, akan diselesaikan dengan mengasumsikan bahwa operator differensialnya (L_t , L_x) memiliki invers (balikan) yang bersifat deterministik dan ditelusuri dari bentuk- bentuk uraiannya.

Sebelumnya untuk membantu menjelaskan solusi persamaan tersebut akan dibahas bentuk Persamaan Differensial Parsiil Deterministik Linier dan Persamaan Differensial Stokastik linier untuk Persamaan Differensial Parsiil Stokastik Linier.

Sedangkan untuk Persamaan Differensial Parsiil Stokastik Non- linier akan dibahas lebih dulu Persammaan Differensial Stokastuik Non- linier. Untuk lebih jelasnya akan dibahas dalam bab III.

1.4. PEMBATASAN MASALAH

Pada Persamaan Differensaial Stokastik Non- linier dan Persamaan Differensial Parsiil Stokastik Non- linier karena tidak dapat dicari solusinya secara umum, maka akan dicari untuk bentuk $N u = b y^m$.

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)