BAB I

PENDAHULUAN

Pengguna dan periset dalam hampir semua disiplin ilmu selalu berhubungan dengan pengamatan data (observasi data). Rangkaian pengamatan data yang biasanya berurutan dinamakan runtun waktu (time series). Model runtun waktu yang sering digunakan adalah model Autoregressive Moving Average (n,n-1) atau ARMA (n,n-1). Model tersebut mempunyai sifat khusus (karakteristik) yang dinamakan Fungsi Green.

Bentuk umum model ARMA (n,n-1) adalah sebagai berikut :

$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \dots - \phi_n X_{t-n} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_{n-1} a_{t-n+1}$

Fungsi Green pada model ARMA (n,n-1) didefinisikan sebagai berikut :

$G_j = g_1 \lambda_1^{\,j} + g_2 \lambda_2^{\,j} + \dots + g_n \lambda_n^{\,j}$

dengan $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ adalah akar-akar karakteristik dari

$$\lambda^n - \phi_1 \lambda^{n-1} - \phi_2 \lambda^{n-2} - \dots - \phi_n = 0$$

$$g_i = \frac{(\lambda_i^{n-1} - \theta_1 \lambda_i^{n-2} - \dots - \theta_{n-1})}{(\lambda_i - \lambda_1)(\lambda_i - \lambda_2)\dots(\lambda_i - \lambda_{i-1})(\lambda_i - \lambda_{i+1})\dots(\lambda_i - \lambda_n)}$$

$i = 1, 2, 3, \dots, n$

dimana pembaginya adalah hasil dari semua bentuk $(\lambda_i - \lambda_j)$ untuk $j = 1, 2, 3, \dots, n$ *kecuali bentuk nol* $(\lambda_i - \lambda_j)$. Setiap *akar* λ_i *yang real* memberikan satu model dinamik eksponensial, sementara *sepasang akar yang kompleks konju-*

gate memberikan model *sinusoidal.*

Serta dengan syarat :

$$G_o = g_1 + g_2 + \ldots + g_n = 1$$

Fungsi Green menjadikan solusi dari model ARMA (n,n−1) menjadi

$$X_t = \sum_{j=0}^{t} G_j \quad a_{t-j}$$

X_t : solusi pada waktu ke t

G_j : Fungsi Green

a_{t-j} : goncangan random/shock pada waktu ke t

Fungsi Green menggambarkan kedinamikan memori dalam bentuk a_t sebelumnya dan menjelaskan a_t tersebut mempengaruhi hasil X_t dengan mengekspresikan X_t sebagai kombinasi linear dari a_t.

Sebagai contoh : untuk model ARMA (n,n−1) dengan n = 1, bentuk ARMA ini adalah bentuk model ARMA (1,0) atau AR (1). Untuk mendapatkan solusi dari X_t dengan Fungsi Green maka dicari dulu akar-akar karakteristiknya. Akar karakteristik dari model AR (1) adalah

$$\lambda^1 - \phi_1\lambda^{1-1} = 0$$

$$\lambda - \phi_1 = 0$$

$$\lambda = \phi_1$$

syarat yang harus dipenuhi

$$G_o = g_1 = 1$$

bentuk fungsi Green (G_j) adalah

$$G_j = g_1\lambda_1^{\ j}$$

$$= 1.\lambda^j$$

$$= \phi_1^{\,j}$$

Solusi dari AR (1) adalah:

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} G_j \, a_{t-j}$$

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \phi_1^j \, a_{t-j}$$

Syarat lain yang perlu dipertimbangkan adalah model tersebut dalam keadaan stabil (stasioner). Kestabilan model ditentukan oleh nilai ϕ_1 yang ada.

Untuk nilai $|\phi_1| < 1$ model akan stabil asymptotic;

$|\phi_1| \leq 1$ model akan stabil;

$|\phi_1| > 1$ model tidak stabil.

Bentuk Fungsi Green pada model-model lainnya serta syarat-syarat kestabilannya semuanya akan dibahas pada bab-bab selanjutnya.

Adapun sistematika penulisan adalah :

Bab I berisi Pendahuluan.

Pada bab II akan dibahas pembentukan modelruntun waktu, model ARMA (n,n-1). Model yang akan dibahas adalah dengan mengambil n = 1, n = 2 dan n = 3. Beberapa kasus khusus yang berkaitan dengan n = 2, serta asumsi-asumsi dari model yang dibentuk tadi.

Pada bab III akan dibahas pembentukan Fungsi Green pada model ARMA (n,n-1) dengan mengambil n = 1 dan n = 2. Syarat- syarat kestabilan model dan hasil-hasilnya secara umum. Dan juga akan Dibahas aplikasi terhadap penggunaan Fungsi Green.

Pada bab IV akan dibahas kasus-kasus khusus pada permasalahan Fungsi Green.

Pada bab V akan berisi kesimpulan.

Untuk mempermudah pemahaman materi pembaca diharap sudah mengerti teori Analisa Regresi dan Korelasi, Metode Statistik serta Teori Fungsi Komplek.