BAB I

P E N D A H U L U A N

Dalam statistika salah satu cara untuk mencakup suatu distribusi kemungkinan menjadi suatu nilai ialah mengganti distribusi tersebut dengan ekspektasi atau mean variabel randomnya. Mean adalah suatu ukuran lokasi untuk tendensi sentral. Mean tersebut berguna untuk mendapat gambaran tentang nilai rata-rata hasilnya, bila eksperimennya diulangi berulang kali. Akan tetapi mean tersebut tidak mengatakan sesuatu mengenai penyebaran titik dengan kemungkinannya terhadap mean tersebut.

Ekspektasi dari variabel random disebut juga mean populasi yang erat hubungannya dengan nilai rata-rata suatu sampel.

Definisi ekspektasi atau nilai rata-rata (mean value) dari variabel random $\xi = \sum_{i=1}^{k} x_i \; I(A_i)$ adalah

$$E\xi = \sum_{i=1}^{k} x_i \; P(A_i)$$

Karena $A_i = \{ \omega : \xi(w) = x_i \}$ dan $P\xi(x_i) = P(A_i)$, didapatkan $E\xi = \sum_{i=1}^{k} x_i \; P\xi(x_i)$

Ekspektasi $E(\xi)$ mempunyai pengertian teoritis karena menyangkut nilai probabilitas yang secara teoritis harus dihitung berdasarkan limit frekuensi relatif kalau n menuju tak hingga ($n \to \infty$).

$P\xi(x_i)$ merupakan fungsi dengan ukuran probabilitas yang diharapkan untuk ulangan eksperimen yang tak hingga banyaknya.

Integral Lebesgue adalah integral yang interval-intervalnya merupakan himpunan titik-titik umum yang terukur . Dalam pembahasan tugas akhir ini ukurannya adalah ukuran pada ruang probabilitas dan berhingga.

Yang menjadi pokok permasalahan dalam tugas akhir ini adalah mengenai kekonvergenan ekspektasi variabel random dinyatakan dalam integral lebesgue .

Suatu fungsi f(u) dikatakan $\mathfrak{F}$ - terukur jika untuk setiap harga real x, himpunan $\{u, f(u) < x\}$ adalah $\mathfrak{F}$ - terukur.

Variabel-variabel random yang akan dibahas dibatasi pada variabel random non negatif $\xi = \xi(\omega)$ yang ekspektasi Integral Lebesguenya adalah :

$$E\xi = \lim_{n\to\infty} E\,\xi_n$$

Dan pada kasus umum yang variabel randomnya adalah $\xi^+ =$ mak $(\xi, 0)$, dan $\xi^- = \min(\xi, 0)$ yang ekspektasinya adalah $E\xi \equiv E\xi^+ - E\xi^-$ (dari fungsi berkaitan dengan ukuran probabilitas P).

Semua barisan variabel random η , ξ , ξ_1 , ξ_2 ,..

yang dibahas dalam tugas akhir ini adalah variabel random yang konvergen.

Suatu barisan $\xi_n \geq \eta$ untuk semua $n \geq 1$, $E\eta > -\infty$ dan $\xi_n \uparrow \xi$, maka $E\xi_n \uparrow E\xi$ dan jika $\xi_n \leq \eta$ untuk semua $n \geq 1$, $E\eta < \infty$ dan $\xi_n \downarrow \xi$ maka $E\xi_n \downarrow E\xi$.

Pada penulisan tugas akhir ini pembahasan hal tersebut secara mendetail akan dituangkan dalam Bab III mengenai ekspektasi integral lebesgue pada variabel random yang terbagi atas definisi ekspektasi Integral Lebesgue ,sifat-sifat ekspektasi Integral Lebesgue , kemudian Bab IV berisi tentang pendekatan ekspektasi Integral Lebesgue yang terbagi atas konvergen monoton dari ekspektasi integral lebesgue dan ekspektasi yang terintegral seragam.

Sedangkan dalam bab sebelumnya yaitu Bab II dibahas mengenai variabel random . Suatu variabel random ξ adalah suatu bilangan (variabel) yang berkorespondensi dengan tiap-tiap keluaran yang mungkin dari sebuah eksperimen .Disini Penulis juga memaparkan mengenai ruang sampel dan event, ukuran dan fungsi terukur ,fungsi distribusi ,konsep dan sifat-sifat dasar ekspektasi beserta bukti-buktinya , dan penjelasan tentang Integral Lebesgue.

Sedangkan pada akhirnya kesimpulan sebagai bab penutup yang akan dituangkan dalam bab tersendiri sebagai upaya yang Penulis coba simpulkan dari pokok pembahasan ini.

Begitulah sedikit gambaran tentang ekspektasi variabel random yang konvergen pada ruang probabilitas yang terukur yang Penulis paparkan pada kesempatan ini, semoga memudahkan pembaca untuk mempelajari sekaligus mengembangkannya.