

BAB I PENDAHULUAN

1.1. LATAR BELAKANG MASALAH / PENGERTIAN

Solusi persamaan linier non homogen dapat diperoleh melalui beberapa metode penyelesaian. Metode-metode yang digunakan antara lain : Cramer, eliminasi Gaus dan Gaus Jordan. Dari ketiga metode penyelesaian tersebut yang sering digunakan adalah Cramer.

Pada aturan Cramer sistem persamaan linear nonhomogen ordo n disajikan dalam bentuk $AX = B$ dengan A matriks koefisien, X dan B masing-masing vektor kolom dari variabel x dan vektor kolom dari konstanta persamaan linear nonhomogen. Solusi persamaan linear nonhomogen pada aturan ini adalah :

$$x_k = \frac{D_k}{|A|}, \quad |A| \neq 0 \text{ dimana,}$$

x_k = Solusi persamaan linear non homogen ordo n

D_k = Determinan matriks koefisien A dengan mengganti kolom ke- j dengan vektor kolom B

$|A|$ = Determinan matriks koefisien A

Dalam skripsi ini akan dibicarakan salah satu penerapan teori graph berarah untuk menyelesaikan suatu sistem rangkaian listrik. Permasalahan dalam sistem rangkaian listrik itu dapat diungkapkan dengan permasalahan

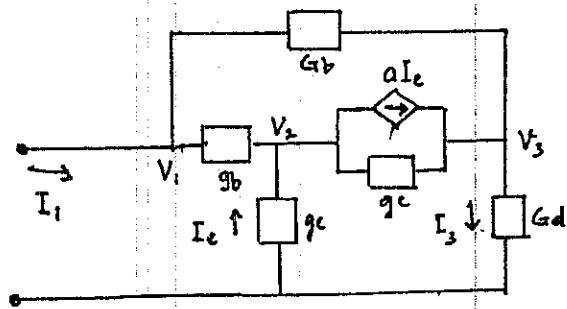
sistem persamaan linier nonhomogen. Graph berarah yang diterapkan adalah Modifikasi Coates Graph. Modifikasi Coates Graph bermanfaat untuk menyederhanakan dalam menganalisa sistem sehingga perhitungannya menjadi lebih sederhana. Pada penerapan ini variabel-variabel sistem persamaan linier nonhomogen dikorespondensikan dengan node-node pada digraph, dan koefisien-koefisien dikorespondensikan dengan bobot-bobot edge berarah.

Graph berarah berbobot yang bersesuaian dengan matriks koefisien A selanjutnya oleh Coates disebut Coates Graph dinotasikan sebagai $G_c(A)$ atau G_c . Dengan interpretasi Coates Graph persamaan linier nonhomogen yang disajikan dalam bentuk $AX = B$, mempunyai solusi :

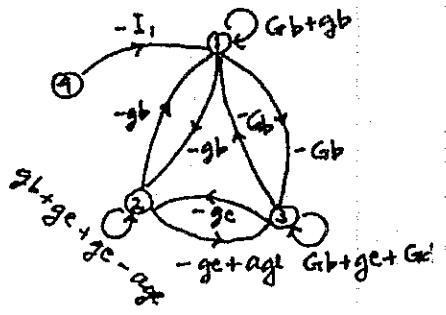
$$x_k = \frac{\sum_{h \in H} (-1)^{L_h} f(h)}{\sum_{h \in H} (-1)^{L_h} f(h)} \dots \dots \dots (1)$$

Coates Graph ini tidak efisien bila diterapkan dalam perhitungan network listrik. Hal ini disebabkan persamaan diatas setelah dioperasikan memperlihatkan adanya beberapa langkah perhitungan yang dapat dihapus.

Contoh :



Gb. 2.1.1 suatu network



Gc. 1.2 $G_c(A_u)$

Gambar 1.1 adalah suatu network dari transistor amplifier.

1.2 adalah Coates Graph yang sesuai.

Persamaan node-nodenya sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} Gb+gb & -gb & -Gb \\ -gb & gb+ge+gc-age & -gc \\ -Gb & -gc+age & Gb+gc+Gd \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Node 1, 2, 3 adalah node yang menunjukkan variabel voltase, sedangkan node 4 adalah node tambahan pada augmented matriks (A_u). a_{ij} adalah bobot yang sesuai pada edge berarah dari node j ke node i . Dengan membandingkan network sebagaimana ditunjukkan gambar 1.1 dengan $G_c(A_u)$ gambar 1.2, terlihat bahwa Coates Graph $G_c(A_u)$ yang sesuai dapat ditulis langsung dari networknya berdasarkan persamaan (1) dapat dihitung perbandingan antara I_3 dan I_1

$$\begin{aligned} \frac{I_3}{I_1} &= \frac{Gd \cdot V_3}{I_1} = \frac{Gd \sum_{H_{43}} (-1)^{L_H} f(H_{43})}{I_1 \sum_h (-1)^{L_H} f(h)} \\ &= \frac{Gd [-(-I_1)(-Gb)a_{22} + (-I_1)(-gb)(age-gc)]}{I_1 [a_{22}Gb^2 + a_{33}gb^2 + a_{11}gc(gc-age) - Gbgb(age-gc) + gcgbGb - a_{11}a_{22}a_{33}]} \\ &= \frac{Gd [gb (gc-age) + Gb \cdot a_{22}]}{Gb \cdot Gd \cdot a_{11} + gb \cdot ge \cdot a_{33} + Gb \cdot ge \cdot gc + gb \cdot Gd (gc-age)} \end{aligned}$$

$$\text{dimana } a_{11} = Gb + gb \quad ; \quad a_{22} = gb + ge + gc - age;$$

$$a_{33} = Gb + gc + Gd.$$

Pada persamaan terakhir terlihat penyebutnya tinggal empat suku, jadi terlihat adanya penghapusan langkah dari enam berkurang 2 menjadi 4 suku. Dengan demikian persamaan di atas memang tidak efisien bila diterapkan pada sistem rangkaian listrik.

Perhitungan yang tidak efisien ini dapat dibuat efisien jika bobot-bobot self loop pada Coates Graph dimodifikasi secara ringan. Pada dasarnya tidak efisiennya persamaan diatas terjadi karena bobot-bobot yang sesuai pada masing-masing self loop memuat beberapa bobot dari edge yang lain.

Suatu Coates graph $G_c(A)$ dimodifikasi menjadi $G'_c(A)$ dengan mengubah bobot-bobot pada masing-masing self loop (i,i) menjadi jumlah dari bobot-bobot edge yang mempunyai node i ($i = 1,2,\dots,n$) sebagai terminal node, sedangkan bobot-bobot edge yang lain tetap.

Solusi dari persamaan linier nonhomogen ordo n $AX = B$ setelah graph yang bersesuaian dimodifikasi adalah :

$$x_k = \frac{\sum_{R(s_k)} (-1)^{q_{s_k}-1} \cdot f(R(s_k))}{\sum_R (-1)^{q_R} \cdot f(R)} \quad ; \dots (2)$$

$$k = 1, 2, \dots, n$$

$$s = n + 1$$

$R(sk) & R =$ masing-masing semi faktor pada $G'_c(A_u)$
dan semi faktor pada $G'_c(A)$.

$q_{sk} & q_R =$ masing-masing jumlah komponen genap pada
 $R(sk)$ dan R .

$A_u =$ matriks yang diperoleh dari matriks A
dengan menambah baris ke- $(n+1)$ dengan
baris nol dan kolom ke- $(n+1)$ dengan
kolom $-B$.

Dengan persamaan diatas fungsi arus yang
didefinisi-kan sebagai $Gd V_g / I_1$ adalah :

$$\frac{Gd.V_g}{I_1} = \frac{Gd [gb.Gb + gb(gc-age) + (1-a) geGb + gcGb]}{(1-a)ge [(Gd+gc)+ (Gb+gb)+gbGb]+(Gd+age)[(gc(gb+Gb)+gbGb)]}$$

1.2. FORMULASI MASALAH

Bagaimana memodifikasi Coates graph sehingga bentuk
graphnya menjadi lebih sederhana. Bagaimana pula
penerapannya dalam perhitungan network listrik sehingga
perhitungannya lebih efisien. Sebelumnya akan dibahas
lebih dahulu bagaimana cara mencari himpunan semifaktor
dan k-semifaktor.