BAB I

PENDAHULUAN

Jika diberikan himpunan A dan B yang tidak kosong maka perkawanan dari setiap elemen $a \in A$ dengan elemen $b \in B$ sedemikian hingga setiap elemen $a \in A$ mempunyai kawan yang tunggal di B, hal ini disebut pemetaan atau mapping yang ditulis dengan

$$F : A \longrightarrow B$$

dimana elemen $b \in B$ disebut image (bayangan) a terhadap F, ditulis dengan F(a) atau $\bar{a}$.

Apabila diberikan suatu pemetaan F dengan

$$F : U \subset R^m \longrightarrow R^n$$

Jika untuk $p \in U$ diberikan $\varepsilon > 0$ sedemikian terdapat $\delta > 0$ sedemikian hingga

$$F(B_\delta(p)) \subset B_\varepsilon(F(p))$$

dimana B_δ dan B_ε adalah open ball (bola terbuka) dengan jari-jari masing-masing δ dan ε. Maka pemetaan F diatas disebut kontinu.

Sedangkan yang menjadi permasalahan dalam tugas akhir ini adalah pemetaan covering yang dihubungkan dengan busur lifting, lifting homotopi dan sifat-sifat lifting.

Suatu pemetaan $\pi : \acute{B} \longrightarrow B$.
Maka π dikatakan pemetaan covering apabila memenuhi syarat-syarat:

1. π adalah kontinu dan $\pi(\acute{B}) = B$
2. Untuk setiap $p \in B$ mempunyai persekitaran U didalam B sedemikian hingga

$$\pi^{-1}(U) = \cup_{\lambda} V_{\lambda}$$

dimana V_{λ} adalah himpunan terbuka yang saling asing (disjoint) dan pembatasan π pada V_{λ} adalah homeomorpisme yang onto U.

Jika pemetaan π adalah homeomorpisme lokal, $\acute{B}$ adalah kompak dan B adalah terhubung (connected) maka π adalah pemetaan covering.

Jika diberikan pemetaan $\pi : \acute{B} \longrightarrow B$ adalah suatu pemetaan kontinu dan $\alpha : [0,1] \longrightarrow B$ adalah busur didalam $B \subset R^3$ sedemikian hingga terdapat sebuah busur didalam $\acute{B}$

yang memenuhi $\pi\circ\tilde{\alpha} = \alpha$ maka $\tilde{\alpha}$ disebut lifting dari α dengan titik asal $\tilde{\alpha}(0)\in\tilde{B}$.

Lifting dari suatu busur α adalah tunggal. Untuk membuktikan bahwa lifting dari busur α adalah tunggal maka harus dibuktikan sifat ketunggalan dan sifat keberadaan dari lifting tersebut.

Pada dasarnya lifting homotopi sama dengan lifting busur .

Jika diberikan α_0,α_1 adalah busur didalam B yang menghubungkan dua titik didalam B dan $H : [0,1]\times[0,1] \longrightarrow B$ adalah sebuah homotopi diantara α_0 dan α_1 sedemikian hingga

$$\pi\circ\tilde{H} = H$$

dimana $\tilde{H} : [0,1]\times[0,1] \longrightarrow \tilde{B}$ adalah homotopi diantara $\tilde{\alpha}_0$ dan $\tilde{\alpha}_1$.

Maka dikatakan bahwa $\tilde{H}$ adalah lifting dari H dengan titik asal $\tilde{H}(0,0)\in\tilde{B}$.

Diberikan pemetaan $\pi : \tilde{B} \longrightarrow B$ adalah sebuah pemetaan homeomorpisme yang mempunyai sifat lifting busur, $\tilde{B}$ adalah arcwise connected dan B adalah simply connected dengan sifat lokal maka pemetaan π dikatakan pemetaan covering.

Dalam tugas akhir ini akan dibahas dalam IV BAB yang meliputi:

BAB I mengenai pendahuluan yang berisi latar belakang, permasalahan dan sistematika pembahasan.

BAB II mengenai himpunan dan pemetaan yang berisi himpunan terbuka, himpunan tertutup, himpunan kompak, himpunan connected (terhubung), pemetaan kontinu dan homeomorpisme.

BAB III mengenai covering space (ruang covering) yang berisi pemetaan covering, busur lifting, lifting homotopi dan arcwise connected.

BAB IV berisi kesimpulan dari penulisn tugas akhir ini.