BAB I
PENDAHULUAN

1.1. LATAR BELAKANG MASALAH

Secara umum persamaan diferensial parsial orde dua berbentuk

$$A \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2B \frac{\partial^2 u}{\partial x\, \partial y} + C \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - F\left(x,y,u,\frac{\partial u}{\partial x},\frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0 \qquad (1.1)$$

Apabila A,B dan C fungsi dari x,y,u, $\frac{\partial u}{\partial x}$ dan $\frac{\partial u}{\partial y}$ maka persamaan (1.1) merupakan persamaan diferensial parsial quasilinier namun apabila A,B dan C fungsi dari x,y dan F fungsi linier dari u, $\frac{\partial u}{\partial x}$ dan $\frac{\partial u}{\partial y}$ maka persamaan (1.1) di atas merupakan persamaan diferensial parsial linier. Persamaan diferensial parsial linier orde 2 dengan 2 variabel bebas x dan y memiliki bentuk

$$A(x,y) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\, B(x,y) \frac{\partial^2 u}{\partial x\, \partial y} + C(x,y) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + D(x,y) \frac{\partial u}{\partial x} +$$

$$E(x,y) \frac{\partial u}{\partial y} + F(x,y)\, u + H(x,y) = 0 \qquad (1.2)$$

Persamaan (1.2) adalah homogen apabila $H = 0$ dan non homogen apabila $H \neq 0$. Ada 3 macam tipe persamaan dari persamaan (1.2), yaitu :

1. Hiperbolik , apabila $B^2 - AC > 0$
2. Parabolik , apabila $B^2 - AC = 0$
3. Elliptik , apabila $B^2 - AC < 0$

Contoh dari 3 tipe tersebut yaitu :

1. Persamaan gelombang

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

yang merupakan tipe hiperbolik.

2. Persamaan panas

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

yang merupakan tipe parabolik.

3. Persamaan Laplace.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

yang merupakan tipe elliptik.

Persamaan tipe parabolik dan hiperbolik merupakan masalah nilai awal batas sedangkan persamaan tipe elliptik selalu merupakan masalah nilai batas. Masalah nilai batas dari persamaan diferensial parsial linier elliptik biasanya berhubungan dengan masalah keseimbangan atau kondisi permanen (tidak tergantung waktu) seperti aliran air tanah di bawah bendungan karena adanya pemompaan, defleksi (pelenturan) plat karena adanya pembebanan dan sebagainya, yang penyelesaiannya memerlukan kondisi batas di sekeliling daerah tinjauan.

Sepanjang pembicaraan , diasumsikan bahwa masalah secara matematika dapat diselesaikan dengan baik apabila solusi yang ada adalah tunggal serta solusi itu harus secara kontinu tergantung pada data yang diberikan.

1.2. PERMASALAHAN DAN PEMBATASAN MASALAH

Bagaimana Metode Selisih Hingga dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial linier elliptik.

Pembahasan dalam skripsi ini dibatasi hanya untuk persamaan diferensial parsial linier orde 2 pada ruang dimensi dua dengan solusi tunggal. (Masalah Dirichlet dan Masalah Mixed)

1.3. SISTEMATIKA PENULISAN

Skripsi ini diawali dengan bab Pendahuluan berupa latar belakang masalah , permasalahan dan pembatasan masalah serta sistematika penulisan.

Bab II berisi tentang definisi limit dan kontinuitas suatu fungsi , himpunan titik , deret Taylor , permutasi bilangan asli , matriks dan determinan , persamaan diferensial parsial. Pada Bab II juga dibahas sistim persamaan linier yang dapat diselesaikan dengan metode langsung atau metode iteratif.

Bab III merupakan inti dari skripsi ini. Membahas Metode Selisih Hingga yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial linier elliptik. Pertama-tama diperkenalkan definisi dari persamaan diferensial parsial linier elliptik dengan kondisi-kondisi batas yang ada , operator - operator selisih dan bagaimana membentuk persamaan selisih merupakan pembahasan selanjutnya. Dari persamaan selisih yang telah dirumuskan pada pasal sebelumnya dapat digunakan untuk mencari solusi dalam Masalah Dirichlet dan Masalah Mixed. Contoh penerapan dari Metode Selisih Hingga untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial linier elliptik dalam Teknik Sipil merupakan akhir dari Bab III.

Skripsi ini diakhiri dengan suatu kesimpulan dan saran yang terangkum dalam Bab IV.