

BAB I

PENDAHULUAN

Dalam tulisan ini dibahas persamaan differensial sturm Liouville tak singular

$$Ly + \lambda r(x) y = 0 \quad a \leq x \leq b$$

dengan $L = \frac{d}{dx} \left[p(x) \frac{d}{dx} \right] + q(x)$

λ parameter real

$\frac{dp}{dx}$, q dan r fungsi real kontinu pada interval $[a, b]$ persamaan differensial ini disertai dengan syarat batas pada $x = a$ dan $x = b$

Fokus utama pembahasan adalah menunjukkan keujudan barisan nilai eigen persamaan differensial ini yang membentuk barisan naik

$$\lambda_0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_n \quad \text{dengan} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_n = \infty$$

kemudian bahwa setiap f fungsi kontinu pada $[a, b]$ dapat dikembangkan sebagai deret fungsi eigen $\{Y_n\}$. untuk kejelasan pembahasan dalam bab II ditunjukkan teori-teori yang mendukung meliputi masalah nilai batas, nilai eigen dan fungsi eigen yang memenuhi syarat batas di $x = a$ yang dipandang sebagai nilai awal.

Selanjutnya dibahas pula transformasi Pruffer yang digunakan untuk mendapatkan sistem persamaan differensial yang setara dengan persamaan differensial semula,

sifat-sifat fungsi $\phi(x, \lambda)$ yang merupakan penyelesaian persamaan differensial yang setara tersebut digunakan untuk membentuk barisan nilai eigen λ_n dibahas pula fungsi Green persamaan differensial tersebut.

Bab III membahas masalah Sturm Liouville beserta nilai eigennya yang mencakup pula konsep keorthogonalan dan keterkaitan syarat batas dengan kesimetrisan operator Sturm Liouville tersebut. Dijelaskan pula perbedaan masalah Sturm Liouville singular dan tak singular yang tergantung dari nilai p atau r pada titik batas. Dijelaskan pula beberapa sifat fungsi Green persamaan Sturm Liouville.

Dalam bab IV ditunjukkan kelengkapan fungsi eigen persamaan Sturm Liouville, dalam pengertian bahwa setiap fungsi kontinu f pada $[a, b]$ dapat dikembangkan sebagai deret fungsi eigen masalah Sturm Liouville tersebut.

Pembahasan meliputi pengembangan fungsi Green dalam sistem orthogonal $\{U_n\}$ yang terdiri dari fungsi-fungsi eigen masalah Sturm Liouville dalam bentuk normal. Ditunjukkan pula bahwa penyelesaian masalah Sturm Liouville yang ditulis dalam bentuk

$$Y(t, f, \lambda) = \int_a^b r(x) G(x, f, \lambda) f(x) dx$$

dapat dinyatakan sebagai deret fungsi eigen dan deret tersebut konvergen dalam norma L_2