BAB I

PENDAHULUAN

Teori ukuran merupakan suatu teori yang merupakan konsep dasar dari teori probabilitas. Teorema-teorema yang terdapat dalam teori probabilitas menggunakan teorema-teorema yang terdapat dalam teori ukuran. Dalam hal ini akan dikenalkan tentang teori ukuran dan integral.

Dalam mempelajari teori ukuran ini, pertama dikenalkan simbol "$\mathfrak{S}$" yang merupakan klas tidak kosong himpunan bagian - himpunan bagian dari U. Himpunan U merupakan sebuah ruang dengan klas tertentu $\mathfrak{S}$. Jika sebuah σ-aljabar dari himpunan U didefinisikan pada $\mathfrak{S}$ dan μ adalah sebuah ukuran di definisikan pada $\mathfrak{S}$ maka himpunan U dinamakan sebuah ruang dengan ukuran $\{ U, \mathfrak{S}, \mu \}$ atau sebuah ruang terukur.

Suatu barisan fungsi $\{ f_n(u) \}$ untuk n = 1,2,... dikatakan konvergen dalam ukuran μ ke sebuah fungsi terukur $f(u)$ jika untuk sebarang $\varepsilon > 0$ berlaku :

$$\mu\{ u;\ |f_n(u) - f(u)| > \varepsilon \} \longrightarrow 0 \quad \text{pada } n \longrightarrow \infty$$

dan dapat dinyatakan dengan $f(u) = \mu - \text{Lim}\, f_n(u)$

Membicarakan kekonvergenan suatu barisan berarti juga membicarakan limit suatu fungsi. Suatu barisan dikatakan konvergen jika hanya jika barisan tersebut mempunyai limit atau dapat dikatakan barisan tersebut konvergen ke limitnya.

Jika $\{ f_n(u) \}$ menunjukkan suatu barisan fungsi-fungsi terukur yang konvergen dalam ukuran ke sebuah fungsi

$f(u)$ pada U maka dengan syarat-syarat tertentu akan dipenuhi persamaan :

$$\lim \int_U f_n(u)\, \mu(du) = \int_U f(u)\, \mu(du)$$

Yang menjadi permasalahan adalah sifat-sifat yang berhubungan dengan konvergensi dalam ukuran dan syarat-syarat yang diperlukan sebuah barisan fungsi-fungsi $f_n(u)$ untuk memastikan bahwa :

$$\lim_{n\to\infty} \int_U f_n(u)\, \mu(du) = \int_U f(u)\, \mu(du)$$

Fungsi-fungsi yang digunakan dalam teorema-teorema konvergensi dalam ukuran dan teorema-teorema kekonvergenan dalam bentuk Integral adalah fungsi-fungsi sederhana dengan harga-harga riil. Fungsi-fungsi yang didefinisikan pada σ-terukur adalah fungsi-fungsi tidak turun yang non negatif. Dalam hal ini tidak dibahas mengenai fungsi harga kompleks atau fungsi-fungsi yang lain yang termasuk dalam σ-terukur .

Bab I membahas mengenai Pendahuluan yang berisi latar belakang, permasalahan, pembatasan masalah dan sistematika pembahasan.

Bab II tentang Kekonvergenan barisan yang berisi tentang himpunan, ruang,klas, barisan limit, definisi variabel random. Pada Bab II ini juga dikenalkan kekonvergenan menurut Analisis fungsi riil.

Bab III mengenai Fungsi terukur yang berisi definisi dari suatu ukuran dan fungsi terukur beserta teorema-teorema yang diperlukan untuk pembahasan selanjutnya.

Bab IV membahas tentang konvergensi dalam ukuran beserta sifat-sifatnya yang disajikan dalam bentuk teorema-teorema lengkap dengan buktinya.

Bab V mengenai kekonvergenan dalam bentuk integral yang dihubungkan dengan sifat konvergensi dalam ukuran.

Bab VI berisi kesimpulan dari penulisan Tugas Akhir ini.