### BAB II

#### KONSEP DASAR

#### 2.1. Model Kontinu

Misalkan T merupakan variabel random non-negatif yang menunjukkan waktu ketahanan individu dalam suatu populasi dan misalkan T adalah kontinu sehingga T terletak dalam interval  $[0,\infty)$ .

Jika f(t) adalah fungsi probabilitas densitas untuk T maka fungsi distribusi kumulatif F(t) adalah sebagai berikut :

$$F(t) = P (T \le t)$$

$$= \int_{0}^{t} f(x) dx$$

Sedangkan probabilitas suatu individu tahan hidup hingga waktu t diberikan oleh fungsi ketahanan S(t) sebagai berikut:

$$S(t) = P(T > t)$$

$$= \int_{t}^{\infty} f(x) dx.$$

$$= 1 - F(t) \qquad (2.1.1)$$

S(t) merupakan fungsi kontinu ke kiri yang turun monoton dengan S(0) = 1 dan  $S(\omega) = \lim_{n \to \infty} S(t) = 0$ .

Fungsi probabilitas densitas f(t) diperoleh dengan menurunkan fungsi distribusi kumulatif F(t) terhadap t, sehingga f(t) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$f(t) = \frac{d F(t)}{dt}$$

$$= \frac{d [1 - S(t)]}{dt}$$

$$= -\frac{d S(t)}{dt}$$

Suatu fungsi lagi yang erat hubungannya dengan fungsi ketahanan adalah fungsi hazard  $\lambda(t)$  yang didefinisikan sebagai berikut :

$$\lambda(t) = \lim_{\begin{subarray}{c} \Delta t = 1 \\ \Delta t \longrightarrow 0 \end{subarray}} \frac{P(t \le T < t + \Delta t \mid T \ge t)}{\Delta t}$$

$$= \frac{f(t)}{S(t)}$$

$$= \frac{f(t)}{1 - F(t)} \qquad (2.1.2)$$

Fungsi hazard ini menunjukkan tingkat kegagalan (kematian untuk makhluk hidup atau kerusakan untuk benda-benda produksi) pada waktu t jika diketahui individu tersebut tahan hidup hingga usia t. Pada khususnya, λ(t) Δt probabilitas suatu individu meninggal dalam [t,t+∆t) jika diketahui individu tersebut tahan hidup hingga usia t. Fungsi hazard disebut juga sebagai tingkat hazard, tingkat kegagalan atau dalam demografi dikenal dengan "force of mortality".

Jika persamaan (2.1.2) diintegralkan maka diperoleh sebagai berikut :

$$\int_{0}^{t} \lambda(x) dx = \int_{0}^{t} \frac{f(x)}{1 - F(x)} dx$$

$$= - \operatorname{Ln} [1 - F(x)] \Big|_{0}^{t}$$

$$= - \operatorname{Ln} [1 - F(t)]$$

$$= - \operatorname{Ln} S(t)$$

Sehingga:

$$\operatorname{Ln} S(t) = -\int_{0}^{t} \lambda(x) dx$$

$$S(t) = \exp \left(-\int_{0}^{t} \lambda(x) dx\right) \dots (2.1.3)$$

Didefinisikan juga fungsi hazard kumulatif yaitu sebagai berikut :

$$H(t) = \int_0^t \lambda(x) dx.$$

 $H(t) = \int_{0}^{t} \lambda(x) dx$ .
The author(s) of copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright Sehingga:

$$S(t) = \exp [-H(t)] \dots (2.1.4)$$

Karena  $S(\omega) = 0$  maka  $H(\omega) = \lim_{t \to \infty} H(t) = \omega$ . Sehingga fungsi t--> $\omega$  hazard  $\lambda(t)$  untuk distribusi waktu ketahanan yang kontinu bersifat :

$$\lambda(t) \ge 0$$

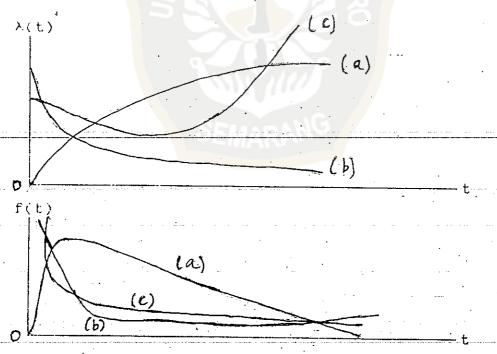
$$\int_0^{\infty} \lambda(t) dt = \infty$$

Sehingga fungsi probabilitas densitas berbentuk sebagai berikut:

$$f(t) = \lambda(t) \exp \left[-\int_0^t \lambda(x) dx\right] \dots (2.1.5)$$

Untuk lebih jelasnya, dapat digambarkan sebagai

berikut :



gambar (1). Beberapa fungsi hazard dan fungsi probabilitas densitas.

Gambar (1) diatas menunjukkan fungsi hazard dan This document is Undirungsina probabilitas densitas untuk whiga red distribusi changing the content, translate the submission to any medium of format for the purpose of preservation. The content of the purpose of security, back-up and preservation owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation.

( http://eprints.undip.ac.id )

kontinu. Distribusi (a) merupakan fungsi hazard yang naik monoton, distribusi (b) merupakan fungsi hazard yang turun monoton dan distribusi (c) merupakan fungsi hazard yang berbentuk "bak mandi" atau berbentuk U.

#### 2.2. Model Diskrit

Jika waktu ketahanan dapat dikelompokkan secara terurut maka waktu ketahanan T dapat diperlakukan sebagai variabel random yang diskrit. Misalkan T bernilai  $t_1, t_2, \ldots$  dengan  $0 \le t_1 < t_2 < \ldots$  dan fungsi probabilitas adalah:

Maka fungsi <mark>k</mark>etahanan <mark>adalah sebagai be</mark>rikut :

$$S(t) = P(T>t)$$

$$= \sum_{j:t_{j}} p(t_{j}) \dots (2.2.1)$$

Pada model diskrit ini seperti pada model kontinu juga yaitu bahwa S(t) merupakan fungsi kontinu ke kiri yang turun monoton dengan S(0) = 1 dan  $S(\infty) = 0$ .

Fungsi hazard didefinisikan sebagai berikut :

$$\lambda(t_{j}) = P(T = t_{j} | T > t_{j})$$

$$= \frac{p(t_{j})}{S(t_{j})} \qquad j = 1, 2, ... \qquad (2.2.2)$$

Karena p(t<sub>j</sub>) =  $S(t_j)$  -  $S(t_{j+1})$  maka persamaan (2.2.2) menjadi sebagai berikut :

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:

( http://eprints.undip.ac.id )

$$\lambda(t_j) = 1 - \frac{S(t_{j+1})}{S(t_j)}$$
  $j = 1, 2, ...$ 

Sehingga:

$$S(t) = \prod_{j:t_{j} < t} [1 - \lambda(t_{j})] \dots (2.2.4)$$

Seperti juga pada model kontinu maka :

$$H(t) = - Ln S(t)$$

dimana S(t) diberikan pada persamaan (2.2.4).

Model Hazard dapat dinyatakan sebagai fungsi yang tidak tergantung dan yang tergantung vektor kovariat X yaitu :

$$\lambda(t,X) = \lambda_o(t) g(t,X)$$

dengan :

 $\lambda_{o}(t)$ : fungsi hazard dasar

g(t,X): pengaruh dari vektor kovariat pada

waktu t

Model Hazard dapat dibedakan menjadi dua macam berdasarkan keadaan g(t,X) yaitu sebagai berikut :

## 1. Model Proportional Hazard

Model Proportional Hazard adalah model hazard dimana g(t,X) tidak dipengaruhi oleh waktu t. Jadi g(t,X) selalu tetap untuk setiap t yang berarti bahwa selama penelitian dilakukan keadaan karakteristik selalu tetap, sehingga modelnya menjadi berikut:

is Undip Institutional Repository Collective  $\chi(t,X) = \chi(t) g(X)$ 

## 2. Model Non Proportional Hazard

Model Proportional Hazard adalah model hazard dimana g(t,X) dipengaruhi oleh waktu t. Jadi selama penelitian dilakukan keadaan karakteristik individu dapat berubah, sehingga modelnya sebagai berikut :

$$\lambda(t,X) = \lambda_0(t) g(t,X)$$

Kedua model hazard ini digunakan untuk analisis yang mengandung data tersensor.

Pada tugas akhir ini hanya akan dibahas Model Proportional Hazard .

#### 2.3. Metode Penaksiran

## 2.3.1. Likelihood Marginal

Untuk data yang tak tersensor, misalkan  $Y_1, \ldots, Y_n$  adalah variabel random yang saling bebas dan  $Y_i$  mempunyai fungsi distribusi kumulatif  $F_i$  dengan fungsi probabilitas densitas  $f_i$ 

Dapat dituliskan sebagai berikut :

$$Y = (Y_1, \dots, Y_n)$$

$$R = (R_1, \dots, R_n)$$

dengan:

$$R_i = rank Y_i$$
.

Maka probabilitas untuk vektor rank r adalah sebagai berikut:

$$p(\mathbf{r}^{\mathbf{u}/\mathbf{c}}, \delta) = \int \dots \int_{\mathbf{u}_{1} < \dots < \mathbf{u}_{n}}^{\mathbf{n}} \left\{ f_{\mathbf{u}_{i}}(\mathbf{u}_{i}) \right\}$$

$$* \prod_{j \in C_{i, i+1}} [1 - F_{j}(\mathbf{u}_{i})] d\mathbf{u}_{1} \dots d\mathbf{u}_{n}$$

....(2.3,4)

dengan  $fu_i$  adalah fungsi probabilitas densitas yang berhubungan dengan urutan ke-i dari pengamatan tak tersensor,  $C_{i,i+1}$  adalah himpunan yang berhubungan dengan pengamatan tersensor antara urutan ke-i dan ke-i+1 serta n adalah jumlah total pengamatan tak tersensor.

Dari persamaan (1) dan (2.1.3) maka diperoleh sebagai berikut:

$$F_{i}(t) = 1 - \exp \left[-e^{\beta X_{i}} \int_{0}^{t} \lambda_{o}(u) du\right] \dots (2.3.5)$$

Maka :

$$p(r^{u/e}, \delta) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\exp(\beta X_i)}{\sum_{j \in R_i} \exp(\beta X_j)}$$

#### 2.3.2. Likelihood Parsiil

Misalkan fungsi likelihood penuh untuk sekumpulan data yang terdiri dari n individu dimana distribusi waktu ketahanan untuk suatu individu dengan vektor regresi Xi adalah sebagai berikut : or format for the purpose of preservation. The authoris

( http://eprints.undip.ac.id

$$p(\mathbf{r}) = \int \dots \int_{i=1}^{n} f_{i}(\mathbf{u}_{i}) d\mathbf{u}_{i} \dots d\mathbf{u}_{n} \dots (2.3.1)$$

$$\mathbf{u}_{i} < \dots < \mathbf{u}_{n}$$

dengan  $f_i$  adalah fungsi probabilitas densitas  $Y_i$ .

Dari persamaan (1.1) dan (2.1.3) maka diperoleh :

$$F_i(t) = 1 - \exp\left[-e^{\beta X_i} \int_0^t \lambda_c(u) du\right] \dots (2.3.2)$$

maka :

$$p(r) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\exp(\beta X_i)}{\sum_{j \in R_i} \exp(\beta X_j)} \dots (2.3.3)$$

Sedangkan untuk data yang tersensor, misalkan dilambangkan dengan  $(Y_1, \delta_1), \ldots, (Y_n, \delta_n)$ . Variabel random  $Y_i$  mempunyai fungsi distribusi kumulatif  $F_i$  dan fungsi probabilitas densitas  $f_i$ .

Vektor rank didefinisikan sebagai berikut:

$$R^{u/c} = (R_1^{u/c}, \dots, R_n^{u/c})$$

dengan :

$$\mathbf{R}_{i}^{u/c} = \begin{cases} \text{rank } \mathbf{Y}_{i} \text{ diantara pengamatan tak tersensor jika} \\ \boldsymbol{\delta}_{i} = 1 \\ \text{rank pengamatan tak tersensor yang terdahulu jika} \\ \boldsymbol{\delta}_{i} = 0 \end{cases}$$

dimana  $\delta = (\delta_i', \ldots, \delta_n)$  adalah vektor indikator.

Jika ruse adalah vektor rank untuk suatu individu maka probabilitas  $(r^{u/c}, \delta)$  adalah sebagai berikut :

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:

(http://eprints.undip.ac.id.)

$$f(t_i, X_i) = \lambda_o(t) e^{\beta X_i} \exp \left[ - Ho(t_i) e^{\beta X_i} \right]$$

$$i = 1, ..., n$$

$$.....(2.3.7)$$

dimana  $Ho(t) \exp(\beta X) = H(t, X)$  dengan Ho(t) adalah fungsi hazard kumulatif dasar.

Maka fungsi likelihoodnya adalah sebagai berikut :

$$L [\beta, \lambda_{o}(t)] = \prod_{i=1}^{n} \left[ \lambda_{o}(t_{i}) e^{\beta X_{i}} S_{o}(t_{i})^{\exp(\beta X_{i})} \right]^{\delta_{i}}$$

$$\left[ S_{o}(t_{i})^{\exp(\beta X_{i})} \right]^{1-\delta_{i}} \dots (2.3.8)$$

dimana  $t_i$  adalah waktu ketahanan yang tak tersensor atau tersensor untuk individu ke-i dan  $\delta_i$  menunjukkan variabel indikator yang bernilai 1 jika  $t_i$  merupakan waktu ketahanan yang tak tersensor dan bernilai 0 jika  $t_i$  merupakan waktu ketahanan yang tersensor.

Sehingga persamaan (2.3.8) menjadi sebagai berikut :

$$L [\beta, \lambda_{\circ}(t)] = \prod_{i=1}^{n} S_{\circ}(t_{i})^{\exp(\beta X_{i})} \prod_{i \in D} \lambda_{\circ}(t_{i}) \exp(\beta X_{i})$$

$$= \prod_{i \in D} \left( \exp(\beta X_{i}) / \sum_{i \in R_{i}} \exp(\beta X_{i}) \right) *$$

$$\prod_{i \in D} \left( \lambda_{\circ}(t_{i}) / \sum_{i \in R_{i}} \exp(\beta X_{i}) \right) \prod_{i=1}^{n} S_{\circ}(t_{i})^{\exp(\beta X_{i})}$$

dimana D menyatakan himpunan individu yang meninggal pada waktu  $t_i$  dan  $R_i$  menyatakan himpunan individu yang hidup

his document is Undip**dan** tu**tak**. **tersensor** to **pada** waktur (tior copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without hanging the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright wner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:

Misalkan R(t) menyatakan himpunan resiko meninggal pada waktu t yaitu himpunan individu yang tak tersensor pada waktu t. Maka fungsi hazard keseluruhan pada waktu t adalah sebagai berikut :

$$\lambda(t) = \sum_{l \in \mathbb{R}(t)} \lambda_l(t)$$

dimana  $\lambda_{i}(t) = \lambda(t, X_{i}) = \lambda_{o}(t) \exp(\beta X_{i})$  yaitu hazard untuk individu 1.

Mengingat bahwa:

$$\prod_{i=1}^{n} S_{o}(t_{i})^{\exp(\beta X_{i})} = \exp\left(-\sum_{i=1}^{n} \int_{0}^{t_{i}} \lambda_{o}(u) \cdot \exp(\beta X_{i}) du\right)$$

$$= \exp\left(-\sum_{i=1}^{k} \int_{t_{i-1}}^{t_{i}} \sum_{i \in \mathbb{R}(t)}^{\infty} \lambda_{o}(u) \cdot \exp(\beta X_{i}) du\right)$$

$$- \int_{t_{k}}^{\infty} \lambda(u) du$$

$$= \exp \left( -\sum_{i=1}^{k} \int_{t_{i-1}}^{t} \lambda(u) du - \int_{t_{k}}^{t} \lambda(u) du \right)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.3.10) ke persamaan (2.3.9) maka diperoleh sebagai berikut:

$$L [\beta, \lambda_o(t)] = \left[ \prod_{i=1}^k \left( \exp \beta X_i / \sum_{i \in R(t_i)} (\beta X_i) \right) \lambda(t_i) * \right]$$

$$\exp\left[-\int_{t_{i-1}}^{t_i} \lambda(u) \ du\right] = \exp\left[-\int_{t_k}^{\infty} \lambda(u) \ du\right]$$

owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back a ( 2m3x1.1 ) ation:

dengan  $t_o = 0$ .

Dalam persamaan (2.3.11), suku pertama disebut likelihood parsiil yaitu sebagai berikut :

$$L_{\mathbf{1}}(\beta) = \prod_{i=1}^{k} \left( \exp(\beta X_{i}) / \sum_{i \in \mathbb{R}(t_{i})} \exp(\beta X_{i}) \right) \dots (2.3.12)$$

Suku kedua adalah probabilitas bersyarat kematian pada waktu  $t_i$  dengan tidak ada kematian dalam interval  $[t_{i-1},t_i)$  dan suku terakhir adalah probabilitas tidak ada kematian lebih lanjut setelah  $t_k$ .

### 2.3.3. Teori Sampel Besar Likelihood Maksimum

Misalkan pengamatan  $X_1, \ldots, X_n$  adalah sampel random dari distribusi dengan fungsi probabilitas densitas  $f(\beta,X)$ , dengan  $\beta=(\beta_1,\ldots,\beta_k)$  adalah vektor parameter yang belum diketahui di dalam himpunan  $\Phi$ . Fungsilikelihood untuk  $\beta$  didefinisikan sebagai berikut :

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^{n} f(\beta, X_{i})$$

Untuk  $\hat{\beta}$  di dalam  $\Phi$  yang menyebabkan  $L(\beta)$  maksimum maka  $\hat{\beta}$  disebut taksiran likelihood maksimum untuk  $\beta$ . Untuk mempermudah memaksimumkan  $L(\beta)$  maka dapat juga dilakukan dengan memaksimumkan Ln  $L(\beta)$  yang juga maksimum pada  $\hat{\beta}$ , dan  $\hat{\beta}$  dapat diperoleh dengan menyelesaikan persamaan likelihood maksimum  $U_i(\beta)=0$  (i=1,...,k) dengan :

$$U_{i}(\beta) = \frac{\delta \operatorname{Ln} L(\beta)}{\delta \beta_{i}} \qquad i = 1, ..., k$$

 $\mathbf{U}_{i}(\beta)$  disebut skor dan vektor  $\mathbf{U}(\beta) = [\mathbf{U}_{i}(\beta), \dots, \mathbf{U}_{k}(\beta)]$ disebut vektor skor.

Vektor skor  $\mathbb{U}(oldsymbol{eta})$  adalah jumlah variabel random bebas yang berdistribusi identik karena Ln L(eta) =  $\Sigma$  Ln dan  $U(\beta)$  berdistribusi normal asimtotik dengan mean 0matrik kovariansi  $I(\beta)$ , dimana :

$$I_{ij}(\beta) = E\left[\frac{-\delta^2 \operatorname{Ln} L(\beta)}{\delta \beta_i \delta \beta_j}\right]$$
  $i = 1, ..., k$ 

Matrik I(β) disebut Matrik Informasi Fisher.

Jika Io adalah taksiran yang konsisten untuk maka:

$$(Io)_{ij} = \frac{-\delta^2 \operatorname{Ln} L(\beta)}{\delta \beta_i \delta \beta_j} |_{\beta = \hat{\beta}} \dots (2.3.13)$$

# 2.3.4. Metode Iterasi Newton-Raphson

Jika fungsi likelihood  $L(\beta)=L(\beta_1,\ldots,\beta_k)$  maka memaksimumkan L(β) dapat dilakukan dengan memaksimumkan Ln L(eta) dengan jalan sebagai berikut :

$$U_{i}(\beta) = \frac{\delta \operatorname{Ln} L(\beta)}{\delta \beta_{i}} = 0 \qquad i = 1, \dots, k$$

Kemudian dibuat vektor skor  $U(\beta) = [U_i(\beta), ..., U_k(\beta)]$ . Untuk menaksir  $oldsymbol{eta}$  digunakan taksiran awal  $oldsymbol{eta}$ o dan dilakukan ekspansi deret Taylor disekitar  $eta_{_{f O}}$  sehingga diperoleh his document is Und**sebagain berikut**y Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without hanging the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright

$$\mathbb{U}(\beta) = \mathbb{U}(\beta_0) + (\beta - \beta_0) \mathbb{G}(\beta_0)$$

dengan  $G(\beta)$  adalah matrik bujursangkar ukuran k sebagai berikut :

$$G_{ij}(\beta) = \frac{\delta^2 \operatorname{Ln} L(\beta)}{\delta \beta_i \delta \beta_j}$$

$$i = 1, ..., k$$

$$j = 1, ..., k$$

Jika  $\hat{\beta}$  memenuhi  $U(\hat{\beta})=0$  maka persamaan di atas dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\hat{\beta} = \beta_0 - U(\beta_0)G(\beta_0)^{-1} \dots (2.3.14)$$

Adapun algoritma Metode Iterasi Newton-Raphson adalah sebagai berikut :

- 1. Tentukan taksiran awal  $\beta$
- 2. Hitung  $U(\beta_0)$  dan  $G(\beta_0)$
- 3. Hitung  $\beta_1 = \beta_0 U(\beta_0)G(\beta_0)^{-1}$
- 4. Ulangi (2) dan (3) sehingga  $U(\beta_i)=0$  maka  $\beta_i$  merupakan penyelesaian.

## 2.4. Penyensoran Random

Misalkan terdapat n individu yang diamati dan pengamatan  $L_i$  dengan i = 1,...,n. Para  $T_i$  mempunyai distribusi bebas dan identik dengan fungsi probabilitas densitas f(t) dan fungsi ketahanan S(t). Waktu ketahanan  $T_i$  untuk suatu individu akan teramati hanya jika  $T_i \leq L_i$ . Susunan data dapat ditunjukkan dengan n pasang variabel random  $(t_i, \delta_i)$  dimana :

this document is Undip institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:

$$\mathbf{t_i} = \min (\mathbf{T_i}, \mathbf{L_i}) \operatorname{dan} \delta_i = \begin{cases} & 1 \text{ jika } \mathbf{T_i} \leq \mathbf{L_i} \\ & 0 \text{ jika } \mathbf{T_i} > \mathbf{L_i} \end{cases}$$

 $\delta_i$  adalah indikator sensor yang menunjukkan waktu ketahanan  $T_i$  tersensor atau tidak.  $t_i$  sama dengan  $T_i$  jika teramati atau tidak tersensor dan  $t_i$  sama dengan  $L_i$  jika tidak teramati atau tersensor.

Perlu diingat bahwa t<sub>i</sub> adalah variabel random dengan komponen kontinu dan diskrit. Untuk bagian diskrit diperoleh sebagai berikut :

$$P(t_i = L_i) = P(\delta_i = 0)$$

$$= P(T_i > L_i)$$

$$= S(L_i)$$

Untuk nilai  $t_i^{}$  <  $L_i^{}$  maka fungsi probabilitas densitas kontinu untuk  $t_i^{}$  adalah sebagai berikut :

$$P(t_i | \delta_i = 1) = P(t_i | t_i < L_i)$$

$$= \frac{f(t_i)}{1 - S(L_i)}$$

Distribusi dari  $(t_i, \delta_i)$  mempunyai komponen sebagai berikut :

$$\begin{split} & P(t_{i} = L_{i}, \, \delta_{i} = 0) = P(\delta_{i} = 0) = S(L_{i}) \\ & P(t_{i}, \, \delta_{i} = 1) = P(t_{i} | \delta_{i} = 1) P(\delta_{i} = 1) \quad t_{i} < L_{i} \\ & = f(t_{i}) \end{split}$$

Sehingga fungsi probabilitas densitas bersama untuk  $t_i$  dan  $\delta_i$  adalah sebagai berikut :

Jika pasangan ( $t_i$ ,  $\delta_i$ ) bebas maka fungsi likelihood adalah

sebagai berikut :

$$L = \prod_{i=1}^{n} f(t_i)^{\delta_i} S(L_i)^{1-\delta_i}$$

Misalkan pengamatan waktu ketahanan di dalam sampel diperoleh sebagai berikut:

$$0 = t_0 < t_1 < ... < t_k < t_{k+1} = \infty$$

Dan terdapat  $n_i$  resiko dan  $d_i$  kematian pada waktu  $t_i$  dan di dalam interval  $[t_{i-1}, t_i)$  terdapat  $\mu_i$  waktu tersensor yang ditunjukkan dengan  $L_i^{(i)}$   $(j = 1, \dots, \mu_i)$ .

Jika fungsi ketahanan adalah S(t) maka probabilitas suatu individu mati pada waktu  $t_i$  adalah  $S(t_i)$  -  $S(t_i+0)$  dengan S(t) merupakan fungsi kontinu ke kiri yang tidak naik.

Sehingga fun<mark>gs</mark>i likelihoodnya adalah <mark>se</mark>bagai berikut :

Misalkan pengamatan dilakukan terhadap dua individu yaitu individu I dan II dimana hasil pengamatannya dapat digambarkan sebagai berikut :

I. | TIDAK TERRSENSOR

II. | TERSENSOR

START DEATH

This document is Undip Institutional Repository Collection. The tamoles by the content is Undip Institutional Repository Collection. The tamoles by the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyrigh owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:

( http://eprints.undip.ac.id )

Untuk individu I, data yang diperoleh merupakan data waktu ketahanan yang tidak tersensor karena individu tersebut sudah mati sebelum batas waktu pengamatan. Untuk individu II, data yang peroleh merupakan data waktu ketahanan yang tersensor karena sampai batas waktu pengamatan individu tersebut masih hidup dan kita tidak tahu dengan pasti kapan individu tersebut akan mati.

Penyensoran random yaitu penyensoran yang terjadi pada penelitian yang dilakukan dalam waktu yang berlainan dimana data waktu ketahanan hidup yang diperoleh merupakan data yang terputus / tidak dapat diamati secara tuntas. Pengamatan random sering terjadi pada aplikasi kedokteran yaitu pada percobaan medis dimana pasien dipelajari pada waktu yang berlainan, masing-masing dicobakan suatu terapi. Dari percobaan ini akan diperoleh waktu ketahanan hidup, tetapi penyensoran mungkin saja terjadi karena beberapa hal antara lain:

- Pasien memutuskan untuk berpindah tempat dan tidak bisa ditemui lagi oleh peneliti.
- 2. Pasien tetap di tempat tetapi menolak untuk melanjutkan penelitian.
- 3. Terbatasnya waktu penelitian.