

BAB I

PENDAHULUAN

Dalam membahas permasalahan-permasalahan dalam statistika atau fisika sering dijumpai analisa-analisa masalah yang menyangkut fungsi-fungsi non linier, seperti misalnya mengenai bentuk - bentuk kuadrat. Dalam teori matriks suatu bentuk kuadrat dalam n variabel : x_1, x_2, \dots, x_n adalah suatu persamaan yang dapat ditulis sebagai berikut :

$$q = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j = a_{11} x_1 x_1 + a_{12} x_1 x_2 + \dots + a_{1n} x_1 x_n \\ + a_{21} x_2 x_1 + \dots + a_{2n} x_2 x_n + \dots + \\ + a_{n1} x_n x_1 + \dots + a_{nn} x_n x_n$$

Jadi merupakan fungsi dari n variabel dan persamaan tersebut akan memberikan suatu nilai yang tunggal pada q untuk setiap himpunan nilai dari x_i dan x_j . Bentuk tersebut dinamakan bentuk kuadrat sesuai dengan sifatnya dimana setiap suku $a_{ij} x_i x_j$ mengandung baik bentuk kuadrat (x_i^2) atau hasil kali dari dua variabel yang berlainan ($x_i x_j$). Hasil kali dari dua variabel yang berlainan ini disebut suku hasil kali silang dari bentuk kuadrat.

Pada beberapa penggunaan bentuk kuadrat, sering diperlukan suatu bentuk kuadrat yang berkaitan dengan matriks-matriks diagonal. Masalah ini disebut diagonalisasi pada bentuk kuadrat. Selanjutnya pembahasan dalam tulisan ini ditekankan pada diagonalisasi bentuk kuadrat secara orthogonal. Dimana orthogonal disini berarti orthogonal yang berkaitan dengan inner produk Euclidean pada \mathbb{R}^n .

Dalam tulisan ini diharapkan para pembaca telah mempelajari teori matriks dan ruang vektor atas suatu field, sebagai teori penunjang dalam tulisan ini.

Tulisan ini secara lengkap terdiri dari lima bab, dengan pembahasan pokok pada bab tiga. Secara singkat dapat dijelaskan sebagai berikut :

Bab satu merupakan pendahuluan dari tulisan ini yang kemudian dilanjutkan dengan bab dua yang membahas beberapa teori dasar yang berkaitan dengan diagonalisasi bentuk kuadrat secara orthogonal, seperti basis orthonormal beserta matriks orthogonal, nilai eigen suatu matriks beserta vektor eigennya dan ekuivalensi bentuk kuadrat.

Bab tiga merupakan isi dari tulisan ini. Pada bab tiga membahas tentang diagonalisasi suatu matriks yang dilanjutkan dengan membahas diagonalisasi secara orthogonal dan diagonalisasi bentuk kuadrat secara orthogonal. Bab empat membahas sedikit tentang penggunaan diagonalisasi bentuk kuadrat secara orthogonal pada konik dan kuadrik.

Bab lima merupakan penutup, berupa kesimpulan dari semua pembahasan yang terdahulu.