B A B II

KONSEP PROGRAM DINAMIK DAN DASAR RANTAI MARKOV

2.1 Program Dinamik

Program Dinamik adalah suatu teknik Matematika yang dirancang untuk menentukan sederetan keputusan yang saling berhubungan, meliputi suatu teknik sistematis untuk menyatakan keputusan-keputusan yang akan menyelesaikan masalah secara efektif.

Dalam Program Dinamik keputusan yang menyangkut suatu persoalan dioptimalkan secara bertahap ganda dan bukan secara sekaligus, jadi intinya membagi suatu persoalan atas beberapa bagian persoalan yang disebut tahap, kemudian memecahkan tiap tahap dengan mengoptimalkan keputusan atas tiap tahap sampai seluruh persoalan terpecahkan. Keputusan optimal atas seluruh persoalan ialah kumpulan dari sejumlah keputusan optimal atas seluruh tahap yang kemudian disebut sebagai kebijakkan optimal.

Pendekatan program dinamik didasarkan pada prinsip optimasi Bellman (1950) yang menyatakan demikian:

> Suatu kebijakkan optimal mempunyai sifat bahwa apapun keadaan dan keputusan awal, keputusan berikutnya harus membentuk sesuatu kebijakkan optimal dengan memperhatikan keadaan dari hasil keputusan pertama.

Prinsip ini mengandung arti bahwa:

1. Kita diperkenankan untuk mengambil keputusan yang layak bagi tahap persoalan yang masih tersisa tanpa melihat kembali keputusan-keputusan masa lalu atau tahap-tahap terdahulu.
2. Dalam rangkaian keputusan yang telah diambil hasil dari masing-masing tergantung pada hasil kweputusan sebelumnya dalam rangkaian.

Misalnya kalau kita telah mengambil keputusan buruk pada tahap pertama dan kedua, maka ini bukan berarti bahwa kita tidak bisa mengambil keputusan yang baik pada tahap ketiga, keempat dan seterusnya. Program dinamik memungkinkan seseorang sampai pada keputusan optimal untuk masa atau tahap yang masih terbentang di depan biarpun ia sudah mengambil keputusan buruk dimasa lalu.

Prosedur pemecahan persoalan dalam program Dinamik dilakukan secara rekursif. Ini berarti bahwa setiap kali kita engambil keputusan, kita harus memperhatikan keadaan yang dihasilkan oleh keputusan sebelumnya. Karena itu keadaan yang diakibatkan oleh suatu keputusan didasarkan pada keadaan dari keputusan sebelumnya. Sehingga konsep tentang keadaan adalah sangat penting.

Karena keadaan adalah berubah dari satu tahap ke tahap berikutnya, maka nilai setiap keadaan akan menggambarkan kondisi suatu proses keputusan mengubah keadaan lama(awal) menjadi keadaan baru (akhir). Keadaan baru menjadi landasan lagikeputusan baru dan keputusan baru mengubah keadaan baru (awal) menjadi lebih baru lagi (akhir), demikian seterusnya proses ini berlangsung. Karenanya hasil yang diharapkan dari suatukeputusan tergantung dari awal dan akhir dari keadaan untuk keputusan tersebut dan kemudian menjumlahkan seluruhnya sebagai satu rangkaian keputusan. Tugas terakhir ialah mengambil keputusan yang memangsimumkan jumlah hasil atau pendapatan.

Sedikit penjelasan tentang program dinamik telah diberikan tapi tidak semua masalah keputusan dapat diselesaikan dengan program dinamik. Suatu jalan untuk mengenali situasi yang dapat dirumuskan sebagai suatu masalah dinamik adalah dengan mengamati sifat-sifatnya. Pada dasarnya sifat dari masalah program dinamik ialah dapat dinyatakan sebagai suatu persoalan yang dapat dibagi menjadi beberapa tahap.

Secara rinci sifat-sifat tersebut adalah sebagai berikut :

1. Masalah dapat dibagi menjadi tahap-tahap dengan kebijakkan keputusan (policy decision) yang dibutuhkan pada setiap tahap.
   Setiap masalah dalam program dinamik membutuhkan sederetan keputusan yang saling berhubungan.
2. Setiap tahap mempunyai sejumlah keadaan (state) yang saling berhubungan. Jumlah keadaan tersebut mungkin hingga (finite) atau tak hingga (infinite).
3. Pengaruh dari kebijakkan keputusan pada setiap tahap adalah mentransformasikan keadaan yang berhubungan dengan tahap berikutnya.
4. Prosedur penyelesaian dirancang untuk mencari suatu kebijakkan optimal (optimal policy) untuk seluruh masalah, yaitu dengan menggunakan suatu persamaan rekursif, suatu

prosedur yang bergerak kebelakang tahap demi tahap dimana setiap kali ditemukan suatu kebijakkan optimal dari setiap keadaan dari tahap tersebut sedemikian rupa sehingga ditentukan kebijakkan optimal jika dimulai dari tahap awal.

5. Prosedur penyelesaian dimulai dengan mencari kebijakan optimal dari tahap terakhir. Prosedur ini dikenal dengan prosedur mundur (backword procedure).
6. Dimulai dari suatu keadaan yang sedang berlangsung, maka kebijaksanaan optimal untuk tahap yang tersisa tidak tergantung dari kebijakan yang terpilih dari tahap sebelumnya.
7. Suatu hubungan rekursif yang menyatakan kebijakan optimal untuk setiap tahap n jika diberikan kebijakan optimal untuk tahap (n+1) selalu dapat diperoleh.

Untuk semua masalah Program Dinamik, suatu tabel sebagai berikut akan diperoleh untuk setiap tahap n.

s	$f_n^*(s)$	x_n^*

s = State / keadaan

$f_n^*(s)$ = Rumusan pendapatan untuk tahap n.

X_n^* = Keputuasan optimum pada tahap n.

Jika tabel ini akhirnya diperoleh untuk tahap permulaan (n=1), maka masalah yang ditangani telah diselesaikan. Karena keadaan awal telah diketahui, maka keputusan awal (Initial decision) ditunjukkan oleh X_1^* dalam tabel. Nilai optimal berkaitan dengan variabel-variabel keputusan lainnya kemudian akan ditentukan oleh tabel-tabel lain pada gilirannya sesuai dengan keadaan dari sistem yang dihasilkan oleh keputusan-keputusan sebelumnya.

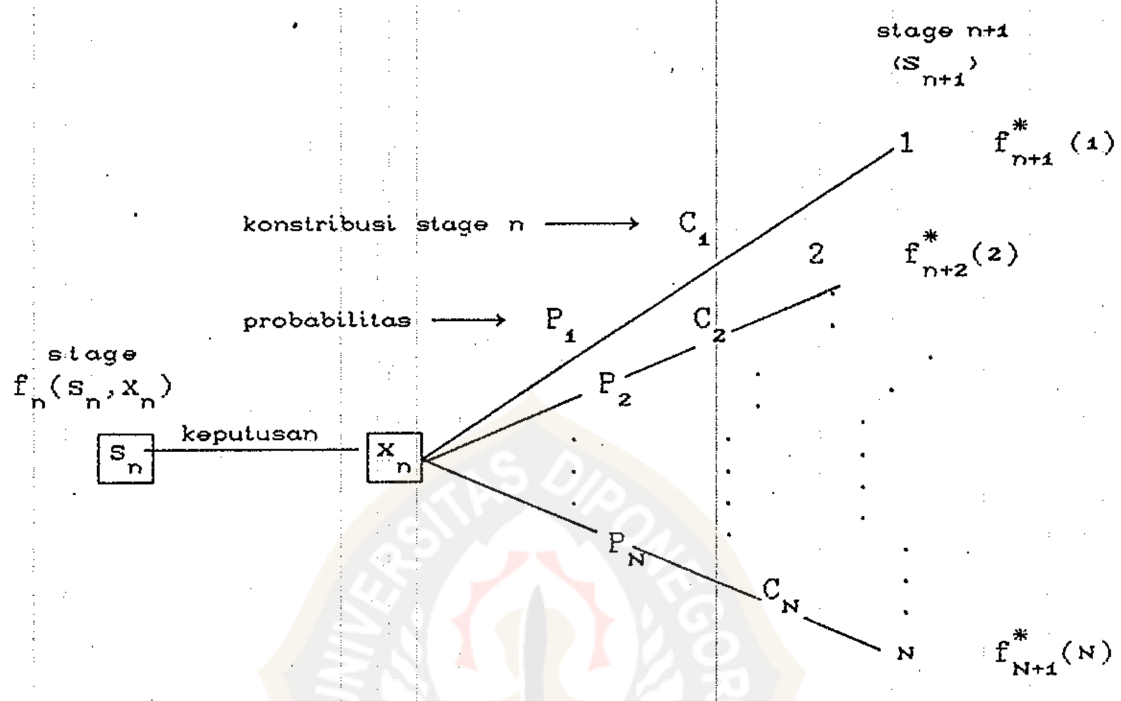
2.2 Program Dinamik Probabilistik

Model masalah program dinamik pada dasarnya terbagi menjadi dua bagian, yaitu model dinamik Deterministik dan model dinamik Probabilistik. Model dinamik Deterministik mengarah kepada suatu penyelesaian yang belum pasti dan mengandung resiko.

Dalam program dinamik probabilistik, keadaan pada tahap berikutnya tidak dinyatakan secara lengkap oleh keadaan dan kebijakkan keputusan dari tahap yang sedang berlangsung. Selain itu terdapat suatu distribusi probabilitas untuk menentukan keadaan berikutnya tersebut. Namun demikian distribusi probabilitas ini masih dinyatakan secara lengkap oleh keadaaan dan kebijakkan keputusan pada tahap yang sedang berlangsung.

Akan dilukiskan sebuah Diagram untuk melukiskan program dinanmik probabilistik. N menyatakan jumlah keadaan yang mungkin pada tahap n+1 ; $(p_1\ p_2\ .\ .\ .\ p_n)$ adalah distribusi probabilitas keadaan yang akan datang, diberikan keadaan S_n dan variabel keputusan X_n pada tahap n, dan C_i adalah hasil kontribusi terhadap fungsi obyektif dari tahap n jika keadaan adalah i.

Suatu representasi grafik untuk masalah keputusan probabilistik dapat dibuat dengan menggunakan pohon keputusan (decision tree). Data untuk pohon keputusan harus meliputi probabilitas yang berhubungan dengan cabang-cabang keputusan dan kontribusi tahap (berupa keuntungan atau biaya). Pohon keputusan yang tidak terlalu besar, akan memberikan cara mengihtisarkan semua probabilitas yang tampil. Bagan di bawah dikembangkan untuk mencakup semua keadaan dan keputusan yang mungkin pada semua tahap.



Hubungan antara $f_n(S_n,X_n)$ dan $f_{n+1}(S_{n+1})$ dinyatakan sebagai berikut : misalkan tujuannya adalah meminimumkan jumlah yang diharapkan dari setiap tahap. Dalam hal ini $f_n(S_n,X_n)$ mewakili jumlah minimum yang diharapkan dari tahap n dan seterusnya, jika diberikan bahwa keadaan dan kebujakkan keputusan pada tahap n adalah S_n dan X_n. Akibatnya:

$$f_n(S_n,X_n) = \sum_{i=1}^{N} P_i(C_i + f^*_{n+1}(i))$$

dengan :

$$f^*_{n+1}(S_{n+1}) = \min_{x_{n+1}} f_{n+1}(S_{n+1}, X_{n+1})$$

dimana minimisasi diambil terhadap nilai-nilai feasibel dari X_{n+1}

2.3 Proses Stokastik

Pada praktek kehidupan sehari-hari sejumlah percobaan dilakukan tidak hanya dalam satu kali pengamatan melainkan butuh sederetan pengamatan yang berturut-turut. Biasanya didalam setiap pengamatan dalam suatu percobaan bergantung pada beberapa pengamatan atau semua pengamatan masa lalu, dan ada beberapa hasil pengamatan yang dapat ditentukan dengan menggunakan teori probabilitas. Studi tentang percobaan dalam bentuk ini dikenal dengan proses Stokastik.

Keadaan atau bentuk khusus dari proses stokastik atau disebut proses bebas yaitu keadaan dimana hasil suatu pengamtan tertentu tidak bergantung pada sesuatu hasil pengamatan dimasa lalu dan tidak mempengaruhi hasil pengamatan dimasa mendatang atau selanjutnya. Yang dimaksud dengan dengan Proses Markov adalah proses Stokastik yang mempunyai sifat ketergantungan. Dalam suatu percobaan yang lebih rumit hasil suatu pengamatan tertentu akan bergantung hanya pada hasil pengamatan tepat sebelumnya dan selanjutnya akan mempengaruhi hanya hasil pengamatan berikutnya.

Beberapa istilah yang akan digunakan dalam definisi proses Stokastik adalah sebagai berikut :

Ruang sampel : himpunan semua hasil yang mungkin pada suatu percobaan

Variabel Acak : Adalah suatu fungsi yang memetakan sebuah elemen dari suatu ruang sampel ke satu dan hanya satu bilangan riel.

Definisi 2.3.1

Suatu proses Stokastik adalah sebuah himpunan variabel acak, jika terdapat sebagian besar elemen himpunan terhitung, proses dapat dinotasikan X_1, X_2, X_3, . . jika sebagian besar elemen tidak terhitung, proses dapat dinotasikan dengan (X_t: $t \geq 0$) atau (X_t) $t \geq 0$. Dalam kasus pertama proses disebut proses dengan waktu diskrit (discrete-time proces) sedangkan untuk kasus kedua disebut dengan waktu kontinu (continuous-time proces).

Definisi 2.3.2

Himpunan dari nilai-nilai berbeda yang diasumsikan dalam proses stokastik disebut Ruang state. Jika ruang state dari suatu proses stokastik terhitung atau hingga maka proses disebut sebagai rantai.

2.4 Rantai Markov

Definisi 2.4.1

Suatu proses stokastik (X_t), $t=1,2,\ldots$ dengan ruang state s = (1,2,3, ...) dikatakan memenuhi sifat Markov jika untuk setiap n dan semua state $i_1, i_2, \ldots, i_n$ adalah benar bahwa :

$$P(X_n = i_n \mid X_{n-1} = i_{n-1}, X_{n-2} = i_{n-2}, \ldots, X_1 = i_1)$$
$$= P(X_n = i_n \mid X_{n-1} = i_{n-1})$$

Untuk ilustrasi, kita lihat gerakan tikus di Maze (tempat yang menyesatkan). Asumsiakn tikus bergerak dari suatu ruangan ke ruangan yang klain dengan memilih pintu secara acak, dimana salah satu dari pintu itu berguna untuknya. Tikus akan memilih ruangan dalam waktu tertentu n = 1,2,3,......X_n = nomor dari ruangan yang ditempati oleh tikus pada waktu n. Ruang state dalam masalah ini adalah s = (1, 2, . . . ,9) dari asumsi yang dibuat, jelas bahwa kemungkinan tikus pergi ke ruangan i_n pada waktu n hanya tergantung pada tempatnya saat waktu n-1.(X_n) memenuhi sifat Markov

Sifat Markov ini sama dengan menyatakan bahwa probabilitas bersyarat dari sembarang kejadian yang akan datang.

Definisi 2.4.2

Rantai Markov dengan nilai diskrit disebut stasioner atau homogen dalam waktu jika probabilitas dari satu state ke state lain tdak tergantung dari waktu dimana langkah tersebut dibuat yaitu semua state i dan j.

$P(X_n = j \mid X_{n-1} = i) = P(X_{n+k} = j \mid X_{n+k-1} = i)$

untuk $n = -(n-1), -(n-2), \ldots, -1, 0, 1, 2$

Rantai Markov disebut nonstasioner jika kondisi untuk kestasioneran tidak memenuhi.

Contoh : Kita misalkan ada sebuah mesin yang memproduksi bagian secara sendiri-sendiri dengan kecepatan satu setiap menit.

Didefinisikan X_n = nilai untuk produksi yang tidak sempurna pada waktu n.

Jika kemungkinan dari produksi barang-barang yang tidak sempurna tidak mempengaruhi hidup mesin, X_n akan disebut Rantai Markov Stasioner. Tetapi jika kemungkinan dari produksi yang tidak sempurna mempengaruhi hidup mesin kemudian rantai Markov disebut nonstasioner.

2.4.1 Matrik Probabilitas Transisi

Dalam rantai Markov stasioner, probabilitas transisi dinotasikan dengan $P(X_n = j \mid X_{n-1} = i)$. Jika didefinisikan $P_{ij}^{(n-1,n)}$ sebagai probabilitas dari state i ke state j pada langkah ke-n maka untuk suatu rantai stasioner ketergantungan pada n dapat diabaikan dan P_{ij} dapat digunakan untuk notasi probabilitas dari state i ke state j. P_{ij} adalah suatu probabilitas bersyarat yaitu probabilitas bahwa variabel acak X, bermula pada state i akan berada pada state j pada langkah berikutnya jika diketahui probabilitas proses berada dalam state i. Probabilitas bersyarat ini biasanya disebut Probabilitas Transisi.

Mempunyai probabilitas transisi stasioner secara tidak langsung menyatakan bahwa probabilitas transisi tidak berubah dalam waktu.

Karena P_{ij} adalah probabilitas bersyarat maka harus memenuhi sifat :

(i) $0 \leq P_{ij} \leq 1$ untuk semua i dan j

(ii) $\sum_{j=1}^{n} P_{ij} = 1$ untuk semua i

Untuk sifat (i) jelas dan sifat (ii) dapat ditunjukkan dengan mengikuti sebagai berikut :

$P_{i1} + P_{i2} + \; . \; . \; . \; + P_{in}$

$= P\,[\,X_k = 1 \,|\, X_{k-1} = i\,] + P[\,X_k = 2 \,|\, X_{k-2} = i\,] + \; . \; . \; . \; + P[\,X_k = n \,|\, X_{k-1} = i\,]$

$= P\,[\;(X_k = 1) \cup (X_k = 2) \cup \; . \; . \; . \; \cup (X_k = n) \,|\, X_{k-1} = i\,]$

$= P\,[\,X_k \in S \,|\, X_{k-1} = i\,]$

$= 1$

Notasi yang digunakan untuk menyatakan probabilitas transisi adalah dalam bentuk matrik yang disebut matrik probabilitas transisi sebagai berikut :

State	1	2	. . . . M
1			
2			
.			
.			
M			

akan ekivalen dengan :

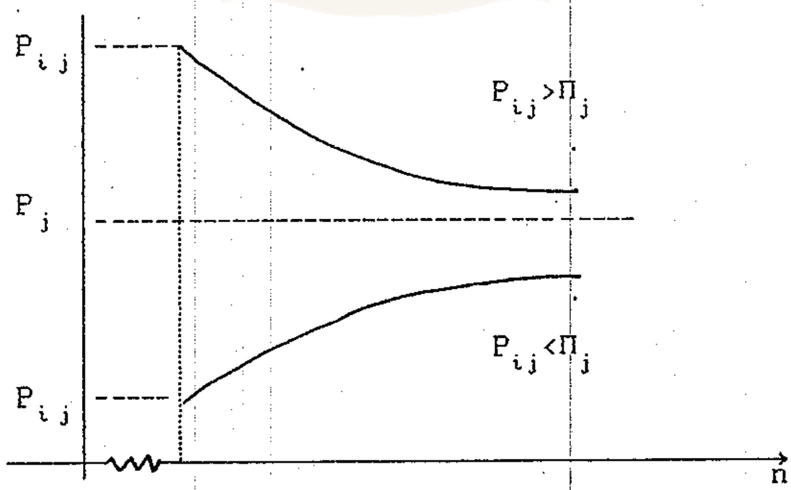
$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & . & . & . & P_{1M} \\ . & & & & \\ . & & & & \\ . & & & & \\ P_{M1} & . & . & . & P_{MM} \end{bmatrix}$$

Dengan demikian proses stokastik (X_t) (t = 0, 1, . . .) disebut rantai Markov dengan state hingga jika mempunyai :

1. Tahap berjumlah hingga
2. Sifat Markov
3. Probabilitas transisi stasioner
4. Suatu himpunan probabilitas awal $P(X_o = i)$ untuk semua i

2.4.2 Probabilitas Steady State

Probabilitas setiap state dimasa depan akan menjadi tidak tergantung dari state awal (keadaan sekarang) bahkan peluang ini akan menuju satu harga yang mantap (steady state) πj baik dari arah atas (bila $P_{ij} > P_{\pi j}$) atau dari arah bawah (bila $P_{ij} > P_{\pi j}$). Ini dapat diperlihatkan seperti gambar berikut :



Gambar : Probabilitas transisi mendekati probabilitas Steady State

Probabilitas steady state mengandung arti bahwa probabilitas menemukan proses dalam suatu state tertentu, sebut j, setelah sejumlah besar transisi cenderung menuju nilai πj, tidak bergantung pada distribusi probabilitas awal yang didefinisikan atas state-state. Probabilitas steady state tidak berarti bahwa proses menetap pada satu state. Sebaliknya proses berlanjut terus membuat transisi-transisi dari state ke state dan pada setiap langkah n, probabilitas transisi dari state i ke state j tetap P_{ij}.

Lebih jauh lagi :

$$\pi j > 0$$

$$\pi j = \sum_{j=1}^{n} \pi j \; P_{ij} \quad \text{untuk } j = 1, 2, 3, \ldots n$$

$$= \sum_{j=1}^{n} \pi j = 1$$

Persamaan steady state ini mengandung (n+1) persamaan dalam n anu. Karena mempumyai solusi yang unik, maka paling sedikit satu persamaan haruslah berlebih dan dengan demikian dapat dihapus. Tetapi persamaan tersebut bukanlah $\sum_{j=1}^{n} \pi j = 1$

Karena $\pi j = 0$ untuk semua j akan memenuhi n persamaan lainnya. Lebih jauh lagi solusi pada n persamaan steady state lainnya mempunyai solusi yang unik.

Ada dua hal yang harus diperhatikan dalam persoalan ini, yaitu :

1. Probabilitas steadystate tidak pernah tercapai dalam praktek, karena : a. Kesalahan dalam menaksir matrik P
   b. Perubahan dalam P sepanjang waktu
   c. Perubahan dalam hubungan ketergantungan antar tahap.
2. Tidak semua matrik transisi dapat membantu analisis sifat-sifat steady state. Dan sebenarnya, probabilitas steady state boleh tidak ada untuk rantai Markov.

Kalau

$$\lim P_{ij}^{(n)} = \lim \pi j = \lim P(X_n = j) = \pi j$$

Ada, maka rantai Markov disebut Ergodic.

Suatu contoh menentukan probabilitas steady state dalam proses Markov adalah sebagai berikut. Misalkan akan diramalkan keadaan cuaca yang terdiri dari dua keadaan yaitu keadaan 1 jika hari hujan dan keadaan dua jika hari cerah. Pengamatan dilakukan dan diperoleh bahwa jika hari hujan maka terdapat probabbilitas .50 akan tetap hujan, .50 untuk menjadi cerah keesokkan harinya. Sedangkan jika hari ini cerah, maka probabilitas hari hujan keesokkan harinya adalah .25 dan probabilitas hari cerah .75.

Probabilitas transisi P_{ij} dalam bentuk matrik sebagai berikut :

$$P = \begin{bmatrix} .50 & .50 \\ .25 & .75 \end{bmatrix}$$

Misalkan keadadaan hari ini adalah hujan, keadaan ini merupakan probabilitas awal (n = 0) yang juga harus memenuhi $\sum_{j=0}^{N} P_{ij} = 1$

Berarti $P_{11}^{(0)} = 1$ dan $P_{12}^{(0)} = 0$ atau $P^{(0)} = (10)$

Akan diramalkan keadaan cuaca minggu yang akan datang. Dengan melakukan perhitungan untuk 7 hari berikutnya :

$$P^{(1)} = (1\ 0) \begin{bmatrix} .50 & .50 \\ .25 & .75 \end{bmatrix}$$

$$= (\ .50 \quad .50)$$

$$P^{(2)} = (\ .50 \quad .50 \begin{bmatrix} .50 & .50 \\ .25 & .75 \end{bmatrix}$$

$$= (.375 \quad .625)$$

dan seterusnya diperolaeh tabel sebagai berikut :

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$P_{11}^{(n)}$	1	.50	.375	.34375	.33594	.33398	.33350	.33337
$P_{12}^{(n)}$	0	.50	.625	.65625	.66406	.66602	.66650	.66662

Dari tabel dapat dilihat bahwa probabilitas untuk keadaan 1 (hari hujan) mendekati 1/3 (.3333) probabilitas untuk keadaan 2 (hari cerah) mendekati 2/3 (.6667). Hasil yang sama akan diperooleh jika $P^{(0)} = (0\ 1)$.

Probabilitas inilah yang disebut dengan probabilitas steady state.

2.4.3 Persamaan Chapman-Kolmogorov

Persamaan Chapman-Kolmogorov adalah suatu metode yamg digunakan untuk menghubungkan probabilitas transisi dari langkah yang berururt sebagai berikut :

$P_{ij}^{(n+m)}$ = Probabilitas bahwa rantai Markov akan bergerak dari state i ke state j dalam benar-benar (n+m) langkah dengan diketahui sebelumnya telah berada dalam state i

$P_{ik}^{(m)}$ = Probabilitas bahwa rantai Markov akan bergerak dari state i ke state k dalam benar-benar m langkah diketahui sebelumnya telah berada dalam state i.

P_{kj}^{n} = Probabilitas bahwa rantai Markov akan bergerak dari state k ke state j dalam benar-benar n langkah diketahui sebelumnya telah berada dalam state k.

Maka persamaan Chapman-Kolmogorov dinyatakan dengan persamaan :

$$\boxed{P_{ij}^{(n+m)} = \sum_{k=o}^{m} P_{ik}^{m} P_{kj}^{n}}$$

2.5 Klasifikasi State Dalam Rantai Markov

a. State j disebut accesible (dapat diperoleh) dari state i jika $P_{ij}^{n} > 0$ untuk beberapa $n \geq 0$. Probabilitas P_{ij}^{n} berupa probabilitas bersyarat dari berada dalam state j setelah n langkah, dimulai dari state i. Dengan kata lain, state j dapat diakses dari state i. Jika dan hanya jika ada kemungkinan dari sistim untuk memasuki state j bermula dari state i.

b. Jika state j dapat diakses dari state i, dan state i dapat diakses dari state j, maka state i dan j dikatakan Communicate (berkomunikasi) secara umum :

1. Sebarang state berkomunikasi dengan dirinya sendiri.

   Karena $P_{ii}^{(o)} = P(X_o = i \mid X_o = i) = 1$
2. Jika state i berkomunikasi dengan staet j maka state j berkomunikasi dengan state i.
3. Jika state i berkomunikasi dengan state j dan state j berkomunikasi dengan state k, maka state i berkomunikas dengan state k.

c. sebagai hasil dari tiga sifat ini, ruang state dapat dibagi menjadi kelas-kelas yang disjoint dengan dua state yang berkomunikasi berada dalam kelas yang sama. Maka state-state dari rantai Markov mengandung satu atau lebih kelas yang disjoint (satu kelas dapat terdiri dari satu state tunggal). Jika hanya terdapat satu kelas, dengan kata lain semua state berkomunikasi, rantai Markov disebut Irrecudicble (tak tereduksi).

d. Dalam suatu rantai Markov dengan state hingga, anggota kelas adalah semuanya state transient (state sementara) atau semua positip reccurence state (state berulang positip). Banyak ratai Markov yang digunakan sehari-hari mengandung state yang semuanya berkomunikasi satu sama lain. Rantai Markov tak tereduksi ini mengandung hanya state berulang positip. Untuk menentukan apakah semua state dalam suatu rantai berkomunikasi satu sama lain, perlu diperlihatkan bahwa terdapat suatu nilai dari n yang tidak tergantung dari i dan j dimana $P_{ij}^{(n)} > 0$ untuk semua i dan j.

e. Sifat terakhir dari rantai Markov yang perlu diperhatikan adalah periodecities (keperiodikan). Suatu state i disebut mempunyai periode t (t > 1) jika $P_{ii}^{(n)}=0$ n tidak dapat oleh t dan t adalah bilangan bulat terbesar dalam sifat ini. Sebagai contoh, ada kemungkinan proses memasuki state i hanya pada waktu

0, 2, 4, dan seterusnya dimana state ini mempunyai periode 2. Jika terdapat dua bilangan berurutan s dan (s+1) sedemikian sehingga proses akan berada pada titik i pada waktu s dan (s+1), state disebut mempunyai periode 1 dan disebut aperiodik state. Jika state i dalam suatu kelas adalah aperiodik maka semua state dalam kelas tersebut aperiodik state-state berulang positip yang aperiodik disebut Ergodic State.

2.6 Proses Keputusan Markov

Untuk menjelaskan pengertian Proses Keputusan Markov akan diberikan sebuah contoh tentang Kebijakkan pemeliharaan mesin dalam suatu perusahaan.

contoh :

Telah diadakan peninjauan terhadap mesin-mesin yang digunakan perusahan.Setelah peninjauan keadaan mesin dicatat dan diklasifikasikan kedalam 4 keadaan :

keadaan	*kondisi mesin*
0	Baru
1	Dapat dijalankan dengan sedikit kerusakaan
2	Dapat dijalankan dengan dengan kerusakan berat
3	Tidak dapat dijalankan

Terdapat beberapa putusan berdasarkan kondisi mesin :

1. Mengganti mesin yang rusak /tidak dapat dijalankan.

   Keputusan ini diambil ketika kondisi mesin pada keadaan 3.

2. Mengganti mesin ketika kondisi mesin tak dapat dijalankan atau dapat dijalankan tetapi dengan kerusakan cukup berat.

3. Keputusan untuk mengadakan penelitian terhadap kondisi mesin yaitu tujuannya mengembalikan mesin kekeadaan 1.

   Pada prakteknya proses penelitian memerlukan waktu sehingga produksi akan rugi pada periode tersebut.

Dari keterangan diatas kebijakkan yang dapat diambil dituliskan

kebijakkan	*langkah*
1	Tidak berbuat apa-apa
2	Penelitian (mengembalikan sistem pada keadaan 1)
3.	Mengganti(mengembalikan sistem pada keadaan 0)

Akan diasumsikan bahwa sistem diobservasi pada waktut= 1,2:...... dan diklasifikasikan kedalam suatu ruang state terbatas 0,1,......N.Diambil (X_t = 0,1....N) dinotasikan sebagai rangkaian observasi keadaan.Dan (Δ_t,t = 0,1,2,..) dinotasikan rangkaian dari kebijakkan yang dibuat.Sebuah kebijjak dinotasikan oleh R adalah aturan untuk membuat keputusan pada setiap waktu ,pada prinsipnya sebuah kebijakkan dapat digunakan untuk semua informasi pengamatan sebelumnya sampai pada waktu t.

Semua sistem/proses terdiri dari $X_0, X_1, \ldots X_t$ dan $\Delta_0, \Delta_1, ..\Delta_t$.Kebijakkan R dapat dilihat sebagai aturan menentukan keputusan $d_i(R)$ ketika sistem berada pada keadaan i, i= 0,1,2,..,N.

Sifat-sifat R secara lengkap diberikan oleh nilai

$$\{ d_0(R) \, , \, d_1(R) \, , \, \ldots d_N(R) \}$$

Dari gambaran ini diasumsikan bahwa sistem pada keadaan i keputusan yang dibuat adalah sama untuk semua nilai dari dari t.Kebijakkan-kebijakkan ini disebut Kebijaan stasioner.

Sistem akan bergerak dan dipengaruhi oleh hukum probabilitas transisi sistem akan bergerak dari keadaan i dimana putusan $d_i(R) = k$ telah dibuat ke keadaan baru j dengan matrik Probabilitas diketahui $P_{ij}(k)$ untuk semua i,j = 0,1,2,...N dan k = 1.2.......K.

Situasi ini akan menghasilka rangkaian observasi keadaan $X_0, X_1, ..$ dan rangkaian keputusan Δ_0, Δ_1,....

Rangkaian dari Observasi keadaan dan rangkaian dari keputusan itu disebut ssebagai *Proses Keputusan Markov.*