BAB III

KESTABILAN SISTEM PENGENDALIAN DAN UMPAN BALIK

3.1. BEBERAPA DEFINISI

Definisi 3.1.1

Sistem adalah susunan komponen-komponen fisik yang dihubungkan atau berhubungan sedemikian rupa sehingga membentuk suatu satuan keseluruhan.

Definisi 3.1.2

Sistem adalah stabil jika tanggapan denyutnya mendekati nol ketika waktu mendekati tak terhingga.

Definisi 3.1.3

Sistem adalah stabil jika setiap masukan terbatas menghasilkan keluaran terbatas.

Definisi 3.1.4

Sistem pengendalian adalah susunan komponen fisik yang dihubungkan sedemikian rupa sehingga memerintah, mengarahkan atau mengatur diri sendiri atau sistem lain.

Definisi 3.1.5

Masukan (input) adalah rangsangan atau perangsangan yang diterapkan ke sebuah sistem pengendalian dari sumber energi luar, agar menghasilkan tanggapan tertentu dari sistem pengendalian itu.

his document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without hanging the content, translate the submission to any medium or formal for the purpose of preservation. The author(s) or copyright wner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:

(http://eprints.undip.ac.id

Definisi 3.1.6

Keluaran (output) adalah tanggapan sebenarnya yang diperoleh dari sebuah sistem pengendalian. Tanggapan ini bisa sama dengan tanggapan yang ada dalam masukan atau bisa juga tidak sama dengan tanggapan yang ada dalam masukan.

Maksud dari sistem pengendalian adalah menetapkan atau mendefinisikan keluaran dan masukan. Dan kestabilan sebuah sistem pengendalian ditentukan oleh tanggapannya terhadap masukan atau gangguan. Secara naluriah, sistem yang stabil adalah sistem yang tetap dalam keadaan diam bila tidak dirangsang oleh sumber luar dan akan kembali diam jika semua rangsangan dihilangkan.

3.2. PENGGOLONGAN SISTEM PENGENDALIAN

Sistem pengendalian digolongkan ke dalam dua kategori umum, yaitu sistem untaian terbuka dan sistem untaian tertutup. Perbedaannya ditentukan oleh tindakan pengendalian, dalam hal ini bertanggungjawab menggerakkan sistem untuk menghasilkan keluarannya.

Definisi 3.2.1

Sistem pengendalian untaian terbuka adalah suatu sistem yang tindakan pengendaliannya bebas dari keluaran.

Contoh 16.

Saklar listrik adalah sistem pengendalian, yang mengendalikan aliran listrik. Menghidupkan atau mematikan

saklar merupakan masukannya. Yaitu, masukannya dapat berupa salah satu dari dua keadaan, hidup atau mati. Keluarannya adalah listrik yang mengalir atau tak mengalir (dua keadaan).

Definisi 3.2.2

Sistem pengendalian untaian tertutup adalah suatu sistem yang tindakan pengendaliannya tergantung pada keluaran.

Contoh 17.

Suatu bagian dari sistem pengendalian suhu tubuh manusia adalah sistem pengeluaran keringat. Bila suhu udara terlalu tinggi untuk kulit, maka kelenjar keringat bersekresi dengan giat, mengakibatkan pendinginan kulit akibat penguapan. Kemudian bila efek pendinginan yang dikehendaki telah tercapai atau bila suhu udara turun, sekresi tersebut berkurang. Masukan ke sistem ini adalah suhu kulit yang "biasa" atau nyaman. Keluarannya adalah suhu kulit sebenarnya.

3.3. UMPAN BALIK

Umpan balik merupakan ciri sistem pengendalian untaian tertutup.

Definisi 3.3.1

Umpan balik adalah sifat dari suatu sistem pengendalian untaian tertutup yang memungkinkan keluarannya bisa dibandingkan dengan masukan sistem itu sedemikian rupa agar tindakan pengendalian yang

tepat sebagai fungsi dari keluaran dan masukan bisa terjadi.

Secara umum dalam suatu sistem dikatakan ada umpan balik bila ada urutan tertutup dari hubungan sebab dan akibat diantara besaran-besaran sistem.

3.4. KESTABILAN

Hal terpenting dari adanya umpan balik yang diberikan ke suatu sistem adalah adanya kecenderungan menuju osilasi atau ketidakstabilan. Sehingga masalah utama dalam sistem pengendalian umpan balik adalah bagaimana menguji kestabilannya.

Dengan Kriteria Kestabilan Nyquist, memungkinkan kita untuk menyelidiki baik kestabilan mutlak maupun kestabilan relatif untaian tertutup dari karakteristik respon frekuensi untaian terbukanya. Definisi tentang Kriteria Kestabilan Nyquist sebagai petunjuk-petunjuk kestabilan sistem akan diberikan pada bab berikutnya.

3.5. FUNGSI ALIH

Dalam sistem pengendalian umpan balik, masukan dan tanggapannya (keluarannya) merupakan fungsi dari variabel waktu. Akan tetapi variabel waktu ini tidak memberikan pengaruh secara langsung pada tindakan pengendaliannya.

Jadi sistem pengendalian umpan balik merupakan sistem yang tak berubah waktu.

Sistem fisik, dalam batas tertentu dapat dianggap sebagai sistem yang dapat dilinierkan. Dalam pembahasan - pembahasan selanjutnya sistem-sistem yang dimaksud adalah sistem-sistem linier (dianggap linier).

Oleh karena itu bentuk model persamaan differensial dari sistem pengendalian umpan balik dalam hal ini, dengan menggunakan definisi-definisi pada pasal 2.2, 2.3, Bab II, adalah bentuk Persamaan Differensial Biasa Linier dengan Koefisien Konstanta. Sehingga tanggapannya merupakan penyelesaian untuk y(t) dari persamaan differensial biasa linier dengan koefisien konstanta. Sesuai persamaan 26, Bab II, penyelesaian tersebut mempunyai bentuk:

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{m} b_i & s^i \\ \frac{\sum_{i=0}^{m} b_i}{n} & \frac{\sum_{i=0}^{m} \sum_{k=0}^{i-1} b_i}{n} & s^{i-1-k} & x_0^k \\ \frac{\sum_{i=0}^{m} \sum_{k=0}^{i-1} b_i}{n} & \frac{\sum_{i=0}^{m} a_i}{n} & s^i \end{bmatrix} + \frac{1}{n} \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{m} a_i & s^i \\ \sum_{i=0}^{m} a_i & s^i \end{bmatrix}$$

$$\mathfrak{L}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{n} \sum_{k=0}^{i-1} a_{i} & s^{i-1-k} & y_{0}^{k} \\ \sum_{i=0}^{n} k=0 & & & \\ & \sum_{i=0}^{n} a_{i} & s^{i} \\ & & & \\ \end{bmatrix}$$

Jika suku-suku yang berasal dari semua harga awal, yaitu x_o^k dan y_o^k , dikumpulkan bersama-sama maka persamaan di atas dapat dituliskan sebagai :

atau dalam notasi transformasi Laplace sebagai

$$Y(s) = \left(\sum_{i=0}^{m} b_{i} s^{i} / \sum_{i=0}^{n} a_{i} s^{i}\right) X(s) + (suku-suku yang)$$

berasal dari semua harga awal x_o^k , y_o^k) (29)

Definisi 3.5.1

Fungsi alih P(s) dari sebuah sistem adalah suatu faktor dalam persamaan Y(s) yang dikalikan transformasi Laplace masukan X(s).

Sehingga untuk sistem yang diuraikan di atas, fungsi alihnya adalah :

$$P(s) = \sum_{i=0}^{m} b_{i} s^{i} / \sum_{i=0}^{n} a_{i} s^{i}$$

$$= \frac{b_{m} s^{m} + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_{0}}{a_{n} s^{n} + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_{0}}$$
(30)

Dan transformasi Laplace tanggapannya bisa dituliskan sebagai:

 $Y(s) = P(s)'X'(s) + (suku-suku yang berasal dari harga awal <math>x_0^k$, y_0^k)

Jika besaran (suku-suku yang berasal dari semua harga awal x_o^k , y_o^k) adalah nol, maka transformasi Laplace dari keluaran yang menanggapi sebuah masukan X(s) diberikan oleh:

$$Y(s) = P(s) X (s) \dots (31)$$

Karena bentuk dari transformasi Laplace keluaran Y(s) merupakan perkalian aljabar dari P(s) dan X(s) bila (suku-suku yang berasal dari semua harga awal x_o^k , y_o^k) = 0, maka bentuk perkalian di atas bersifat komutatif, yaitu :

$$Y(s) = P(s) X (s) = X(s) P(s)(32)$$

Contoh 18.

Diketahui : Sebuah sistem dengan masukan dan keluarannya dihubungkan oleh persamaan differensial berikut :

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 3 \frac{dy(t)}{dt} + 2 y(t) = x(t) + \frac{dx(t)}{dt}$$

Ditanya : Tentukan fungsi alih sistem tersebut.

Jawab:

Transformasi Laplace dari persamaan di atas, dengan mengabaikan suku-suku yang berasal dari syarat-syarat awal, dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan 24, Bab II, yaitu:

$$s^{2} Y(s) + 3s Y(s) + 2 Y(s) = X(s) + s X(s)$$

$$(s^{2} + 3s + 2) Y(s) = (s + 1) X(s)$$

$$Y(s) = \left[\frac{s + 1}{s^{2} + 3s + 2} \right] X(s)$$

Karena itu fungsi alihnya diberikan oleh :

$$P(s) = \frac{s + 1}{s^2 + 3s + 2}$$

3.5.1. Sifat-sifat Fungsi Alih

Fungsi alih dari sebuah sistem mempunyai beberapa sifat :

1. Fungsi alih dari sebuah sistem adalah alih bentuk Laplace dari tanggapan denyutnya. Yaitu jika masukan ke sebuah sistem dengan fungsi alih P(S) merupakan suatu denyut dan semua syarat-syarat awalnya nol, maka alih bentuk keluarannya adalah P(s).

2. Fungsi alih sistem dapat ditentukan dari persamaan differensial sistem dengan mengambil alih bentuk Laplace dan mengabaikan semua suku-suku yang berasal dari harga-harga awal. Sehingga fungsi alih P(s) diberikan oleh :

$$P(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$
(33)

- 3. Persamaan differensial sistem dapat diperoleh dari fungsi alih dengan mengganti variabel s dengan operator differensial D yang didefinisikan oleh D = $\frac{d}{dt}$.
- 4. Kestabilan sebuah sistem linier tak berubah waktu dapat ditentukan dari persamaan karakteristiknya. Penyebut dari fungsi alih sistem yang disamakan dengan nol adalah persamaan karakteristik. Karenanya jika semua akar penyebut mempunyai bagian-bagian nyata negatif, sistem itu stabil.
- 5. Akar-akar penyebut dari fungsi alih adalah kutub-kutub dari sistem dan akar-akar pembilangnya adalah nol-nol sistem. Selanjutnya fungsi alih sistem dapat diperinci sampai meliputi sebuah tetapan dengan menetapkan kutub-kutub dan nol-nol dari sistem tersebut. Tetapan ini disebut faktor gain sistem (K).

ContOh 19.

Diberikan sistem dengan persamaan differensial

$$\frac{dy}{dt} + 2y = \frac{dx}{dt} + x$$

dengan y = y(t) dan x = x(t). Tentukan fungsi alihnya.

Transformasi Laplace dari persamaan ini dengan semua harga awal dibuat sama dengan nol, dengan menggunakan persamaan 24 adalah:

$$(s + 2) Y(s) = (s + 1) X(s)$$
 atau $\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s + 1}{s + 2}$

Sehingga fungsi alih sistem ini adalah :

$$P(s) = \frac{s+1}{s+2}$$

Contoh 20.

Diberikan P(s) = $\frac{2s + 1}{s^2 + s + 1}$ suatu fungsi alih.

Maka persamaan differensial sistem ini adalah :

$$y = \left[\frac{2D + 1}{D^2 + D + 1}\right]^x \text{ atau } D^2y + Dy + y = 2 Dx + x$$

atau
$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + y = 2 \frac{dx}{dt} + x$$

dengan y = y(t) dan x = x(t)

Contoh 21.

Diberikan fungsi alih $P(s) = \frac{K(s+a)}{(s+b)(s+c)}$ Maka diperinci dengan memberikan letak tempat kedudukan nol di -a, letak-letak tempat kedudukan kutub-kutub di -b, -c, dan faktor gain K.

3.5.2. Tanggapan Waktu Sistem

Transformasi Laplace dari tanggapan sebuah sistem terhadap sebuah masukan, menurut persamaan 31, diberikan oleh Y(s) = P(s) X(s), bila semua syarat awalnya nol.

Definisi 3.5.2

Transformasi Laplace invers

$$y(t) = \mathcal{R}^{-1} [P(s) X (s)] \dots (34)$$

disebut tanggapan waktu sistem.y(t) ditentukan dengan mencari kutub-kutub dan nol-nol dari P(s) X (s).

Contoh 22.

Diketahui: Sebuah sistem dengan masukan x(t) = U(t)

(tangga satuan), fungsi alihnya mempunyai

sebuah nol -1, sebuah kutub di -2 dan faktor

gain sebesar 2.

Ditanya : Tentukan tanggapan waktu sistem tersebut.

Jawab

Sebuah nol s = -1, sebuah kutub s = -2 dan faktor gain K = 2, maka fungsi alihnya :

$$P(s) = \frac{2(s+1)}{s+2}$$

dari Tabel 1, £ [U(t)] = $\frac{1}{s}$, sehingga X(s) = $\frac{1}{s}$ Y(s) = P(s) X (s) = $\frac{2(s+1)}{s+2} \cdot \frac{1}{s} = \frac{2(s+1)}{s(s+2)}$

Dengan peluasan pecahan parsial didapat :

$$Y(s) = \frac{2(s+1)}{s(s+2)} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s+2}$$

maka tanggapan waktunya adalah :

$$Y(t) = \mathfrak{L}^{-1} \left[\frac{1}{s} \right] + \mathfrak{L}^{-1} \left[\frac{1}{(s+2)} \right] = 1 + e^{-2t}$$

3.5.3. Tanggapan Frekuensi Sistem

Tanggapan keadaan mantap sebuah sistem terhadap masukan-masukan sinus bisa ditentukan dari fungsi alih

sistem itu. Untuk hal khusus yaitu sebuah masukan fungsi tangga beramplitudo A, transformasi Laplace dari keluaran sistem itu diberikan oleh :

$$Y(s) = P(s) \frac{A}{s}$$
(35)

Tanggapan keadaan mantap dari sebuah sistem yang stabil terhadap masukan $x = A \sin \omega t$ diberikan oleh :

$$Y_{gg} = A |P(j\omega)| \sin (\omega t + \emptyset) \dots (36)$$

dengan $|P(j\omega)|$ = besarnya $P(j\omega)$, \emptyset = arg $P(j\omega)$ dan bilangan kompleks $P(j\omega)$ ditentukan dari P(s) dengan menggantikan s dengan $j\omega$. Keluaran sistem itu berfrekuensi sama seperti frekuensi masukannya dan bisa diperoleh dengan mengalihkan besarnya masukan $P(j\omega)$ dan menggeser sudut fasa masukan itu sebesar arg $|P(j\omega)|$. Besarnya $|P(j\omega)|$ untuk semua ω membentuk tanggapan frekuensi sistem. Besarnya $|P(j\omega)|$ menyatakan gain dari sistem tersebut untuk masukan-masukan sinus dengan frekuensi ω .

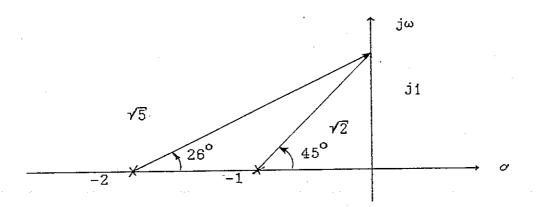
Tanggapan frekuensi sistem bisa ditentukan secara grafis bidang dari sebuah peta kutub nol dari P(s). Besar dari sudut fasa P(s) dihitung di sebuah titik pada sumbu j ω dengan mengukur besar dan sudut vektor-vektor yang digambarkan dari kutub-kutub dan nol-nol dari P(s) ke titik pada sumbu j ω .

Contoh 23.

Diberikan suatu fungsi alih

$$P(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

Hitunglah besar dari sudut $P(j\omega)$ untuk $\omega = 1$.



Kutub-kutubnya adalah -1 dan -2

Besarnya P(j1) adalah :

$$|P(j1)| = \frac{1}{\sqrt{5}\sqrt{2}} = 0,316$$

Dan sudutnya adalah :

arg
$$P(j1) = -26.6^{\circ} - 45^{\circ} = -71.6^{\circ}$$

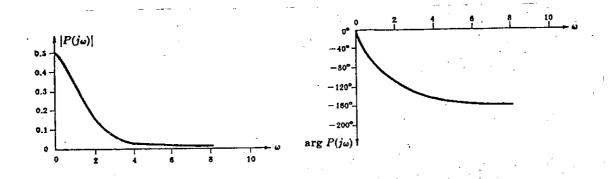
Contoh 24.

Fungsi alih $P(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$, tentukan grafik-grafiknya.

Tanggapan frekuensi sistem biasanya dinyatakan oleh dua grafik : yang satu adalah $|P(j\omega)|$ sebagai fungsi dari ω dan arg $P(j\omega)$ sebagai fungsi dari ω .

Harga-harga dari $|P(j\omega)|$ dan arg $P(j\omega)$ untuk beberapa harga-harga ω adalah sebagai berikut :

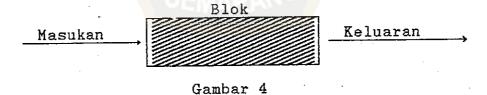
ω	0	0,5	1	2	4	8
[P(jω)]	0,5	0,433	0,316	0,158	0,054	0,015
argP(jω)	0	-40,6°	-71,6°	-108,5	-139,4°	-158,9°



3.6. ALJABAR DIAGRAM BLOK

3.6.1. Diagram Blok

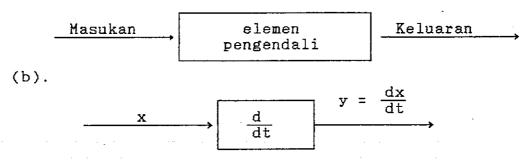
Diagram blok adalah suatu pernyataan gambar yang ringkas dari hubungan sebab dan akibat antara masukan dan keluaran dari suatu sistem fisis. Diagram ini memberikan cara untuk mencirikan hubungan-hubungan fungsional diantara berbagai komponen dari suatu sistem pengendalian. Bentuk paling sederhana dari diagram blok adalah blok tunggal, dengan satu masukan dan satu keluaran.



Bagian sebelah dalam dari segi empat yang menyatakan blok tersebut berisi uraian atau nama elemennya, atau simbol untuk operasi matematis yang harus dilakukan pada masukan untuk menghasilkan keluaran. Tanda panah menyatakan arah informasi atau aliran isyarat.

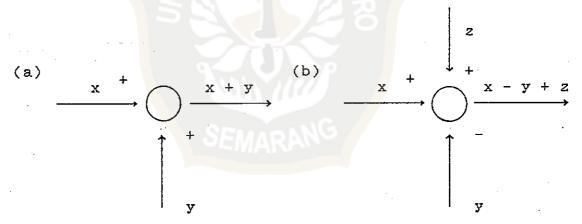
Contoh 25.

(a)



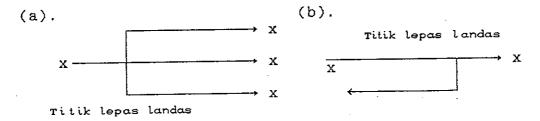
Operasi-operasi penjumlahan dan pengurangan mempunyai sebuah pernyataan khusus. Bloknya menjadi sebuah lingkaran yang tepat sesuai dengan panah-panah yang memasuki lingkaran itu. Keluarannya adalah jumlah aljabar dari masukan-masukannya.

Contoh 26.



Agar dapat menggunakan isyarat atau variabel yang sama sebagai sebuah masukan ke lebih dari satu blok atau titik penjumlahan digunakan sebuah titik lepas landas (take of point). Hal ini memungkinkan isyarat tersebut berjalan tanpa berubah sepanjang lintasan-lintasan yang berbeda ke beberapa tujuan.

Contoh 27.



3.6.2. Diagram Blok untuk Sistem Pengendalian Umpan Balik

Blok-blok yang menyatakan berbagai komponen suatu sistem pengendalian dihubungkan dengan cara yang mencirikan hubungan fungsional di dalam sistem itu. Konfigurasi dasar dari suatu sistem pengendalian untaian tertutup (umpan balik) sederhana digambarkan dalam diagram blok di bawah ini.



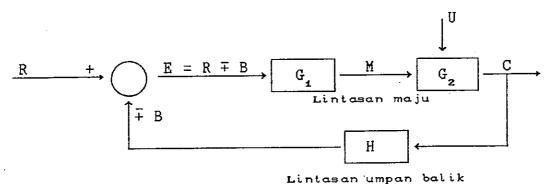
Gambar 5

Apabila semua besarannya dalam notasi transformasi Laplace, konfigurasi di atas dapat digambarkan menjadi :

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:

(http://eprints.undip.ac.id)

(http://eprints.undip.ac.id



Bontos an ampan out

Gambar 6

Besaran-besaran G_1 , G_2 dan H adalah fungsi-fungsi alih dari komponen-komponen dalam blok-blok tersebut. E = R - B menyatakan umpan balik negatif dan E = R + B menyatakan umpan balik positif.

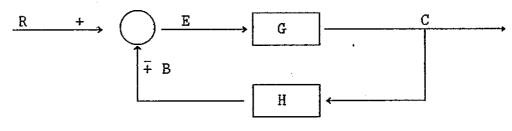
Sifat blok: Sejumlah berhingga blok-blok yang berhubungan seri secara aljabar bisa digabungkan oleh perkalian. Yaitu, n komponen atau blok dengan fungsi alih G_1 , G_2 , ..., G_n yang dihubungkan secara seri adalah ekuivalen dengan sebuah elemen tunggal G dengan suatu fungsi alih yang diberikan oleh:

$$G \stackrel{\infty}{=} G_1, G_2, \dots, G_n = \prod_{i=1}^{n} G_i \dots (37)$$

3.7. BENTUK KANONIK SEBUAH SISTEM PENGENDALIAN UMPAN BALIK

Definisi 3.7.1

Dua blok dalam lintasan maju sistem umpan balik bisa digabungkan. Dengan memisalkan $G=G_1$. G_2 , Konfigurasi yang dihasilkan disebut bentuk kanonik dari sebuah sistem pengendalian umpan balik yaitu :



Gambar 7

Dari Gambar 7

G = fungsi alih langsung = fungsi alih maju

H = fungsi alih umpan balik

GH = fungsi alih untaian terbuka

C = fungsi <mark>al</mark>ih untaian tertutup

Sifat 1 :

Fungsi alih untaian tertutup $\frac{C}{R}$ dapat ditentukan dari hubungan

$$\frac{C}{R} = \frac{G}{1 \pm GH} \dots (38)$$

Dengan G adalah fungsi alih maju dan GH adalah fungsi alih untaian terbuka. Tanda + menyatakan sistem umpan balik negatif dan tanda - menyatakan sistem umpan balik positif.

Sifat 2 :

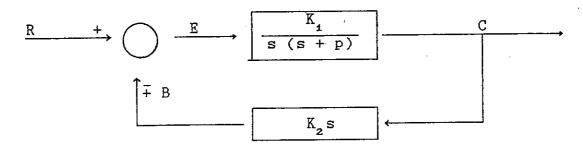
Persamaan karakteristik sistem ditentukan dari 1 ± GH = 0 fungsi yaitu :

$$D_{GH} \pm N_{GH} = 0 \qquad (39)$$

Dengan D_{GH} merupakan penyebut dan N_{GH} merupakan pembilang dari fungsi alih untaian terbuka GH.

Contoh 28.

Diketahui : sebuah sistem yang didefinisikan oleh diagram blok berikut ,



Tentukan : a. Fungsi alih untaian terbukanya

- b. Fungsi alih untaian tertutupnya
- c. Persamaan karakteristik ${\rm dengan} \ {\rm K_1} \ {\rm dan} \ {\rm K_2} \ {\rm merupakan} \ {\rm tetapan-tetapan}.$

Jawab :

a. Dari diagram blok yang diketahui G = $\frac{K_1}{s(s+p)}$ dan H = K_2 s, maka fungsi alih untaian terbukanya adalah :

$$GH = \left[\begin{array}{c} K_1 \\ \hline s (s + p) \end{array} \right] K_2 s = \frac{K_1 K_2}{s + p}$$

b. Fungsi alih tertutupnya, berdasarkan sifat 1. adalah:

$$\frac{C}{R} = \frac{G}{1 - GH} = \frac{K_{1}/s (s + p)}{1 - K_{1}K_{2}/s + p}$$

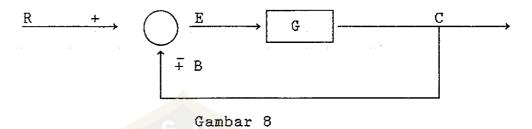
$$= \frac{K_{1}}{s (s + p - K_{1}K_{2})}$$

c. $GH = \frac{K_1 K_2}{s + p}$. Berdasarkan sifat 2, maka $D_{GH} = s + p \text{ dan } N_{GH} = K_1 K_2.$ Sehingga persamaan karakteristiknya adalah : $D_{GH} + N_{GH} = s + p - K_1 K_2 = 0$

Jika pada konfigurasi sistem umpan balik diambil H=1 maka sistemnya disebut sistem umpan balik satuan.

Definisi 3.7.2

Sistem umpan balik satuan adalah sebuah sistem umpan balik dengan umpan balik primer b sama dengan keluaran terkendali c.



Berdasarkan sifat 2 dari bentuk kanonik sistem pengendalian umpan balik satuan ditentukan oleh 1 \pm G = 0, yaitu D_G \pm N_G = 0. Dengan D_G merupakan penyebut dan N_G merupakan pembilang dari G.