

BAB III

SISTEM PENGENDALIAN UMPAN BALIK

3.1. SISTEM PENGENDALIAN

Untuk membahas sistem pengendalian, terlebih dahulu akan didefinisikan, sistem dan sistem pengendalian. Selanjutnya didefinisikan juga masukan (in put) dan keluaran (out put).

Definisi 36 : Sistem adalah susunan, himpunan - himpunan atau benda-benda yang dihubungkan atau berhubungan sedemikian rupa sehingga membentuk suatu kesatuan atau keseluruhan.

Definisi 37 : Sistem pengendalian adalah susunan komponen - komponen fisik yang dihubungkan sedemikian rupa sehingga memerintah, menjalankan atau mengatur diri sendiri atau sistem lain.

Definisi 38 : Masukan (Input) adalah rangsangan yang diterapkan ke sebuah sistem pengendalian agar menghasilkan tanggapan-tanggapan tertentu dari sistem pengendali itu.

Definisi 39 : Keluaran (Output) adalah tanggapan sebenarnya yang diperoleh dari sebuah sistem pengendalian. Tanggapan ini bisa sama dengan tanggapan yang ada dalam masukan, ataupun tidak sama.

Suatu sistem pengendalian dimaksudkan untuk menetapkan atau mendefinisikan keluaran dan masukan.

Contoh 27 :

Kipas angin otomatis adalah sistem pengendalian. Alat ini dikendalikan oleh sebuah pengatur waktu. Waktu yang dibutuhkan untuk bekerja ditentukan oleh pemakainya.. Sebagai masukan adalah menyetel pengatur waktu, sedang keluarannya adalah lamanya kipas bekerja.

Contoh 28 :

Sebuah setrika otomatis adalah sistem pengendalian. Masukan ke sistem tersebut adalah panas yang dapat ditentukan oleh pemakainya.. Keluarannya adalah panas yang sesungguhnya. Bila panas sebenarnya di atas panas yang dikehendaki, aliran listrik putus dalam setrika putus.

Contoh 29 :

Seorang yang mengemudikan sebuah automobil merupakan sistem pengendalian. Komponennya terdiri dari komponen buatan dan alamiah. Pengemudinya ingin agar dapat mempertahankan automobilnya tetap pada jalur yang tepat. Ia mencapai hal ini dengan senantiasa mengamati automobilnya terhadap arah jalan. Dalam hal ini arah atau tujuan jalan itu dinyatakan dengan garis-garis pembimbing yang dicat dapat dianggap sebagai masukannya. Arah automobil merupakan keluarannya. Pengemudi mengendalikan

pengeluaran dengan senantiasa mengukurnya dengan mata dan pikirannya, dan mengoreksi dengan tangan pada setir mobil. Komponen-komponen utama dari pengendalian ini adalah kedua tangan, mata, pikiran pengemudi dan kendaraannya.

3.2. PENGGOLONGAN SISTEM PENGENDALIAN.

Ada dua golongan sistem pengendalian, yaitu sistem pengendalian untaian terbuka dan sistem untaian tertutup. Perbedaan ditentukan oleh tindakan pengendaliannya. Besaran ini bertanggungjawab menggerakkan sistem untuk menghasilkan keluarannya.

Definisi 40 : Sistem pengendalian untaian terbuka adalah sistem yang tindakan pengendaliannya bebas dari keluarannya.

Definisi 41 : Sistem pengendalian untaian tertutup adalah suatu sistem yang tindakan pengendaliannya terikat pada keluarannya.

Contoh 30 :

Skalar listrik adalah suatu sistem pengendalian untaian terbuka. Menghidupkan atau mematikan skalar adalah masuknya. Keluarannya adalah listrik yang mengalir atau tak mengalir. Dalam hal ini tindakan pengendaliannya sama dengan masukannya dan karenanya bebas dari keluarannya. Karena itu sistem ini merupakan sistem untaian terbuka.

Contoh 31 :

Mekanisme auto pilot dan pesawat terbang yang dikendalikan adalah sistem pengendalian tertutup. Dalam hal ini akan dipertahankan arah pesawat yang telah ditetapkan, tanpa terpengaruh oleh keadaan lingkungan. Alat ini akan melakukan tugas itu dengan terus menerus mengukur arah pesawat sesungguhnya dan secara otomatis menyetel sayap-sayap pengendalian pesawat itu (kemudi, sirip, dsb) agar arah pesawat yang sesungguhnya dapat dibuat sesuai dengan arah yang telah ditentukan. Pilot atau operato yang sebelumnya menyetel autopilot ini, bukan merupakan bagian sistem pengendalian tersebut.

3.3. UMPAN BALIK

Umpan balik merupakan karakteristik sistem pengendalian untai tertutup yang membedakan dengan sistem untai terbuka.

Definisi 42 : Umpan balik adalah sifat dari suatu sistem untai tertutup yang memungkinkan keluarannya bisa dibandingkan dengan masukan sistem itu, sedemikian hingga tindakan pengendalian yang tepat sebagai fungsi dari keluaran dan masukannya bisa terjadi.

Suatu sistem pengendalian dikatakan umpan balik bila ada urutan tertutup dari hubungan sebab akibat diantara besaran-besaran sistem.

Contoh 32 :

Konsep umpan balik digambarkan oleh mekanisme autopilot pada contoh 31. Masukannya adalah arah tertentu yang bisa disetel pada suatu alat penunjuk dalam panel pengendali pesawat, dan keluarannya adalah yang sesungguhnya, sebagaimana ditunjukkan oleh instrumen-instrumen navigasi otomatis. Sebuah piranti pembanding senantiasa mengamati masukan dan keluarannya. Bila keduanya sama, tidak diperlukan tindakan pengendalian. Bila ada perbedaan antara masukan dan keluaran piranti pembanding tersebut menyalurkan suatu isyarat tindakan pengendalian ke pengendaliannya, yaitu mekanisme autopilot. Pengendaliannya memberi isyarat-isyarat yang tepat ke sayap-sayap pesawat itu untuk memperkecil perbedaan masukan-keluaran.

Umpan balik dapat dilaksanakan dengan hubungan mekanik/listrik, yang mengukur arah, dari instrumen-instrumen navigasi ke piranti pembandingnya.

3.4. FUNGSI ALIH

Sistem yang dimaksud dalam pembahasan-pembahasan ini adalah sistem linier (dianggap linier) sehingga bentuk model persamaan differensial dalam bahasan ini menggunakan definisi-definisi pada pasal 2.3. Bab II.

Penyelesaian dari persamaan differensial biasa linier dengan koefisien tetapan, sebagaimana dinyatakan dalam persamaan (30) adalah berbentuk :

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{\sum_{i=0}^m b_i s^i}{\sum_{i=0}^n a_i s^i} X(s) - \frac{\sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^{i-1} b_i s^{i-1-k} x_0^k}{\sum_{i=0}^n a_i s^i} \right] \\ + \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{\sum_{i=0}^n \sum_{k=c}^{i-1} a_i s^{i-1-k} y_0^k}{\sum_{i=c}^n a_i s^i} \right]$$

Jika suku-suku yang berasal dari semua harga awal, yaitu x_0^k dan y_0^k dikumpulkan maka persamaan diatas dapat ditulis sebagai berikut :

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[\left[\frac{\sum_{i=0}^m b_i s^i}{\sum_{i=0}^n a_i s^i} X(s) + (\text{suku-suku yang berasal dari semua harga awal } x_0^k, y_0^k) \right] \right] \text{ atau dalam notasi Transformasi Laplace sebagai,}$$

$$Y(s) = \left(\frac{\sum_{i=0}^m b_i s^i}{\sum_{i=0}^n a_i s^i} \right) X(s) + (\text{suku-suku yang berasal dari harga awal } x_0^k, y_0^k) \dots \dots \dots (33)$$

Definisi 43 : Fungsi alih $P(s)$ dari sebuah sistem adalah suatu faktor yang bila dikalikandengan masukan $[X(s)]$ akan menghasilkan keluaran $[Y(s)]$, bila syarat-syarat awalnya nol.

Jadi untuk sistem diatas, fungsi alihnya adalah:

$$P(s) = \frac{\sum_{i=0}^m b_i s^i}{\sum_{i=0}^n a_i s^i}$$

$$= \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0} \dots \dots \dots (34)$$

dan transformasi laplace dapat dituliskan sebagai :

$$Y(s) = P(s) X(s) + (\text{suku-suku yang berasal dari semua harga awal } x_0^k, y_0^k) \dots \dots \dots (35)$$

Bila besaran (suku-suku yang berasal dari semua harga awal x_0^k, y_0^k) adalah nol, maka transformasi laplace dari keluaran $Y(s)$ yang menanggapi sebuah masukan $X(s)$ diberikan oleh :

$$Y(s) = P(s) X(s) \dots \dots \dots (36)$$

karena bentuk transformasi laplace keluaran $Y(s)$ semata-mata merupakan perkalian aljabar dari $P(s)$ dan $X(s)$. Bila suku-suku yang berasal dari semua harga awal $x_0^k, y_0^k = 0$, maka perkalian tersebut bersifat komutatif, yaitu :

$$Y(s) = P(s) X(s) = X(s) P(s) \dots \dots \dots (37)$$

Contoh 33 :

Sebuah sistem diketahui masukan dan keluarannya dihubungkan oleh persamaan differensial :

$$= \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 3 \frac{dy(t)}{dt} + 2 y(t) = x(t) + \frac{dx(t)}{dt}$$

tentukan fungsi alih sistem tersebut !

Jawab :

Dengan mengabaikan suku-suku yang berasal dari syarat awal, transformasi laplacanya diperoleh dari persamaan (27) sebagai berikut :

$$s^2 Y(s) + 3s Y(s) + 2Y(s) = X(s) + sX(s)$$

$$(s^2 + 3s + 2) Y(s) = (s+1) X(s)$$

$$Y(s) = \left[\frac{s+1}{s^2 + 3s + 2} \right] X(s)$$

sehingga fungsi alihnya adalah :

$$P(s) = \frac{s+1}{s^2 + 3s + 2}$$

3.4.1. Sifat-sifat fungsi Alih

Beberapa dari sifat fungsi alih adalah sebagai berikut :

1. Fungsi alih sistem dapat ditentukan dari persamaan differensial sistem dengan mengambil transformasi laplace dan mengabaikan semua suku-suku yang berasal dari harga-harga awal. Jadi fungsi alih $P(s)$ diberikan oleh :

$$P(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \dots \dots \dots (38)$$

2. Persamaan differensial sistem dapat diperoleh dari fungsi alih dengan mengganti variabel s dengan operator differensial D .
3. Akar-akar penyebut dari fungsi alih adalah kutub-kutub sistem dan akar-akar pembilangnya adalah nol-nol sistem.

Contoh 34 :

Tentukan fungsi alih dari sistem dengan persamaan differensial :

$$\frac{dy}{dt} + 2y = \frac{dx}{dt} = x$$

dengan $y = y(t)$ dan $x = x(t)$

jawab :

Transformasi laplace dari persamaan ini dengan

semua harga awal dibuat nol adalah :

$$(s+2) Y(s) = (s+1) X(s)$$

Jadi fungsi alih sistem ini adalah :

$$P(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s+1}{s+2}$$

Contoh 35 :

Suatu sistem dengan fungsi alih :

$$P(s) = \frac{2s+1}{s^2+s+1}$$

tentukan persamaan differensialnya !

jawab :

Dengan sifat 2, maka s dapat diganti dengan D dan didapat :

$$y = \frac{2D+1}{D^2+D+1} x$$

atau $(D^2+D+1) y = (2D+1) x$

$$D^2 y + Dy + y = 2Dx + x$$

sehingga didapat :

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + y = 2 \frac{dx}{dt} + x$$

3.4.2. Sistem Fasa Minimum dan Sistem Fasa Non Minimum

Definisi 44 : Fungsi alih yang tidak mempunyai kutub atau nol di sumbu real sebelah kanan pada bidang s disebut Fungsi alih fasa minimum, sedang yang mempunyai kutub atau nol di sumbu real sebelah kanan pada bidang s disebut Fungsi alih fasa non minimum.

Definisi 45 : Sistem dengan Fungsi alih fasa minimum disebut sistem fasa minimum, sedang

sistem dengan Fungsi alih fasa. non minimum disebut sistem fasa non minimum.

Contoh 36 :

Diberikan dua buah sistem yang Fungsi alihnya adalah :

$$G_1(s) = \frac{1 + sT}{1 + sT_1} \text{ dan } G_2(s) = \frac{1 - sT}{1 + sT_1}$$

dengan $0 < T < T_1$

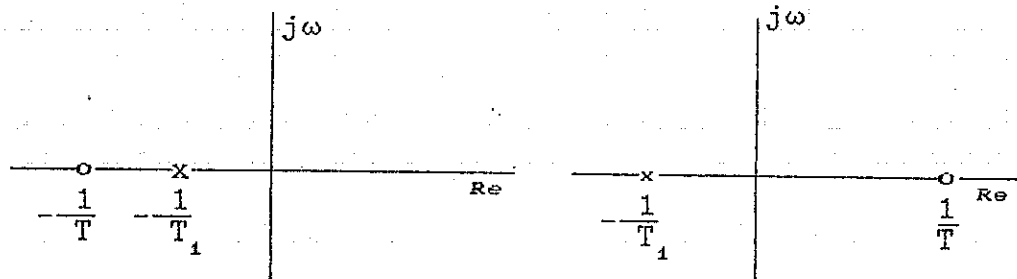
selidikilah apakah sistem dengan Fungsi alih $G_1(s)$ dan $G_2(s)$ adalah sistem fasa minimum atau fasa non minimum ? .

Jawab :

$G_1(s)$ mempunyai nol (yakni nilai s yang menyebabkan $|G_1(s)| = 0$) di $s = -\frac{1}{T}$, dan kutub (yakni nilai s menyebabkan $|G_1(s)| = \infty$) di $s = -\frac{1}{T_1}$.

Sedang $G_2(s)$ mempunyai nol di $s = \frac{1}{T}$ dan kutub di $s = -\frac{1}{T_1}$.

Peta nol-kutub $G_1(s)$ adalah seperti terlihat pada gambar 9.a dan Peta nol-kutub $G_2(s)$ adalah pada gambar 9.b.



Gambar 9.a.

Gambar 9.b.

Pada gambar di atas $G_1(s)$ terlihat tidak mempunyai nol atau kutub pada sumbu real sebelah kanan. Menurut definisi 49 Fungsi alih $G_1(s)$ merupakan Fungsi alih fasa minimum dan sistemnya menurut definisi 45 disebut sistem fasa minimum.

Sedang $G_2(s)$ mempunyai nol di sumbu real sebelah kanan. Menurut definisi 44 Fungsi alih $G_2(s)$ merupakan Fungsi alih fasa minimum dan menurut definisi 45 sistemnya disebut sistem fasa minimum.

Contoh 37 :

Suatu sistem mempunyai fungsi alih $G(s) = e^{-sT}$
Tentukan apakah sistem tersebut merupakan sistem fasa minimum atau maksimum ?

Jawab :

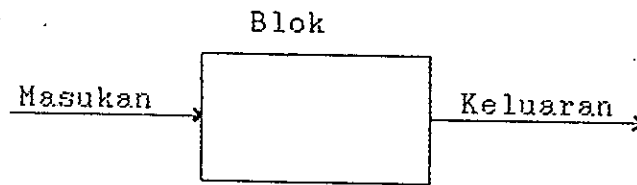
Nol dari Fungsi alih $G(s) = e^{-sT}$ adalah pada $s = \infty$. Dengan demikian Fungsi alih $G(s) = e^{-sT}$ mempunyai nol pada sumbu real sebelah kanan. Jadi Fungsi alih ini merupakan Fungsi alih fasa non minimum (menurut definisi 44). Dan sistem dengan Fungsi alih ini adalah sistem fasa non minimum.

3.5. Aljabar Diagram Blok

3.5.1. Diagram Blok

Diagram blok merupakan urutan pernyataan grafis yang ringkas dari suatu sistem. Diagram ini menyatakan hubungan sebab akibat antara masukan dan keluaran.

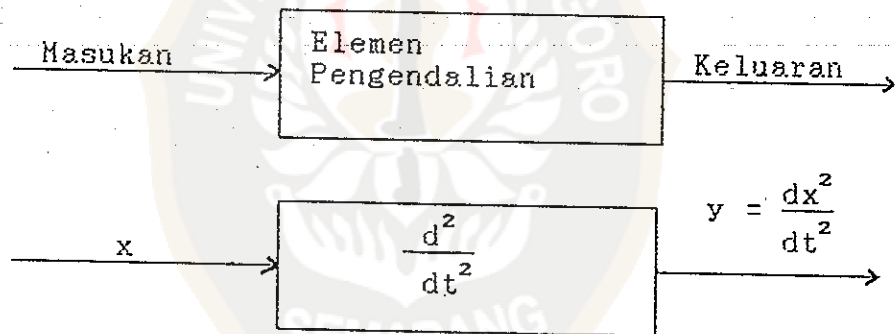
Bentuk paling sederhana diagram blok adalah blok tunggal dengan satu masukan dan satu keluaran.



Gambar 9

Bagian dalam dari segi empat blok biasanya berisi uraian atau nama elemennya atau simbol untuk operasi matematis yang harus dilakukan pada masukan untuk menghasilkan keluaran. Tanda panah menyatakan arah informasi.

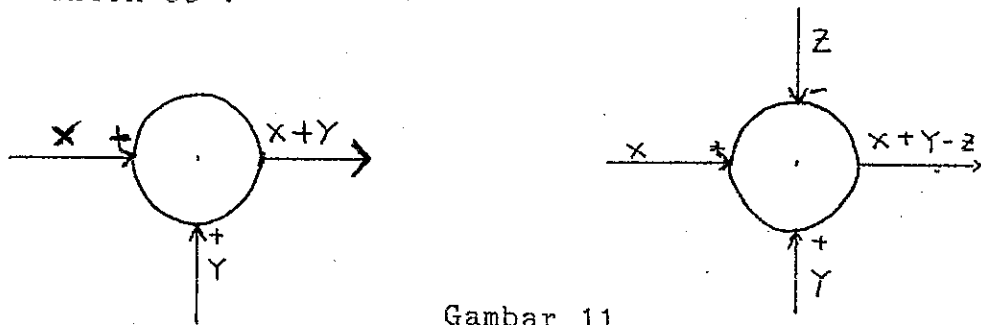
Contoh 38 :



Gambar 10

Operasi-operasi penjumlahan dan pengurangan mempunyai sebuah pernyataan khusus. Bloknnya menjadi lingkaran kecil yang disebut titik penjumlahan dengan tanda plus dan minus yang tepat sesuai dengan panah-panah yang memasuki lingkaran itu. Keluarannya adalah jumlah aljabar dari masukan-masukannya.

Contoh 39 :

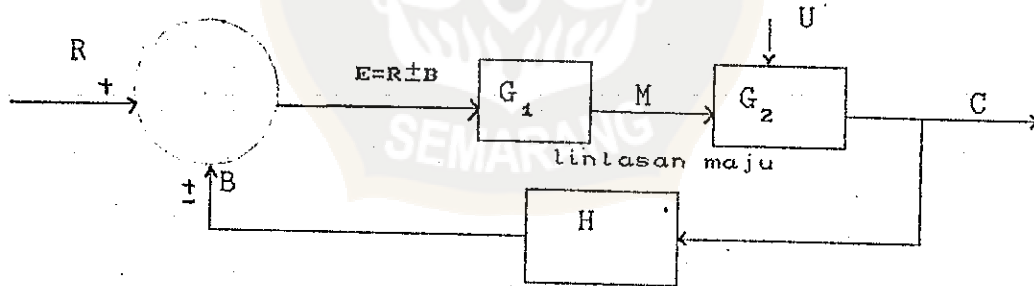


Gambar 11

3.5.2. Diagram Blok untuk sistem pengendalian umpan balik.

Pada diagram blok sistem pengendalian umpan balik, blok-blok dihubungkan sedemikian rupa sehingga mencirikan hubungan fungsional dalam sistem tersebut.

Secara sederhana konfigurasi dasar sistem pengendalian umpan balik, bila semua besaran dalam notasi transformasi laplace adalah sebagai berikut :



Lintasan umpan balik

Gambar 12

Besaran-besaran G_1 , G_2 , dan H adalah fungsi fungsi alih dari komponen-komponen dalam blok ini.

Umpan balik positif atau negatif. Bila positif maka $E = R + B$ dan bila negatif maka $E = R - B$.

Sejumlah blok-blok berhingga yang berhubungan secara seri, secara aljabar bisa digabungkan oleh perkalian. Yaitu n komponen atau blok dengan fungsi

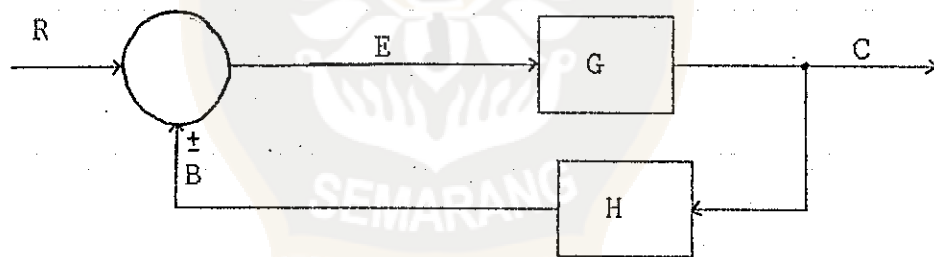
alih G_1, G_2, \dots, G_n yang dihubungkan secara seri adalah ekuivalen dengan sebuah blok tunggal fungsi alih G yang dinyatakan dengan :

$$G = G_1 \cdot G_2 \cdot \dots \cdot G_n = \prod_{i=1}^n G_i \quad \dots \dots \dots (40)$$

3.5.3. Bentuk Kanonik sebuah sistem umpan balik

Definisi 46 : Bila dua blok dalam lintasan maju digabungkan dengan hubungan $G = G_1 \cdot G_2$, maka konfigurasi sistem umpan balik yang dihasilkannya disebut bentuk kanonik dari sebuah sistem pengendalian umpan balik.

Konfigurasi ini adalah sebagai berikut:



Gambar 13

Besaran-besaran umpan balik didefinisikan sebagai berikut :

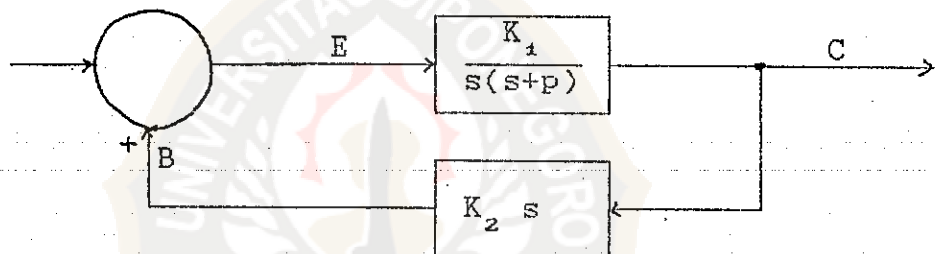
- Definisi 47 :
- $G \frac{df}{df}$ fungsi alih langsung = fungsi alih maju.
 - $H \frac{df}{df}$ fungsi alih umpan balik
 - $GH \frac{df}{df}$ fungsi alih untaian terbuka.
 - $\frac{C}{R} = \frac{G}{1 \pm GH} \frac{df}{df}$ fungsi alih untaian tertutup = perbandingan pengendalian.

Dalam persamaan pada definisi 47 d tanda (-) digunakan untuk sistem umpan balik positif dan tanda (+) untuk negatif.

Definisi 48 : Pada sistem umpan balik persamaan yang ditentukan dari $1 \pm GH = 0 \dots\dots(41)$ disebut persamaan ciri.

Contoh 40 :

Diketahui sebuah sistem yang konfigurasiya ditentukan dalam diagram blok berikut ini :



Gambar 14

Tentukan :

- a. Fungsi alih untaiannya.
- b. Fungsi alih untaiannya tertutupnya.
- c. Persamaan cirinya.

(K_1 dan K_2 merupakan tetapan-tetapan positif).

Jawab :

- a. Dari gambar diketahui $G = \frac{K_1}{s(s+p)}$ dan $H = K_2s$. Maka fungsi alih untaiannya terbuka adalah :

$$GH = \frac{K_1 K_2}{s + p}$$

- b. Fungsi alih untaiannya tertutupnya berdasarkan

definisi 47 d adalah :

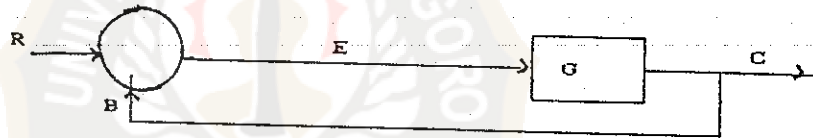
$$\frac{C}{R} = \frac{G}{1 - GH} = \frac{K_1}{s(s+p)} / \left(1 - \frac{K_1 K_2}{s+p} \right)$$

$$= \frac{K_1}{s(s+p - K_1 K_2)}$$

c. Persamaan cirinya adalah

$$s(s+p - K_1 K_2) = 0$$

Definisi 49 : Sistem umpan balik satuan adalah sebuah sistem umpan balik dengan umpan balik B sama dengann keluaran terkendali C.



Gambar 15

3.6. Kestabilan

Kestabilan sebuah sistem ditentukan oleh tanggapannya terhadap masukan. Secara sederhana dapat dikatakan sistem yang stabil adalah sistem yang tetap diam bila tidak ada rangsangan dari luar.

Kestabilan dapat didefinisikan dalam penertian tanggapan denyut suatu sistem.

Terlebih dahulu akan didefinisikan hal-hal berikut:

Definisi 50 : Fungsi denyut satuan, disimbolkan $\delta(t)$ didefinisikan oleh :

$$\delta(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{u(t) - u(t-\Delta t)}{\Delta t} \right]$$

$u(t) = 1$ adalah fungsi unit satuan

Definisi 51 : Tanggapan denyut satuan dari suatu sistem linier adalah keluaran $y(t)$ dari sistem tersebut bila masukannya $x(t) = \delta(t)$ dan syarat awalnya nol.

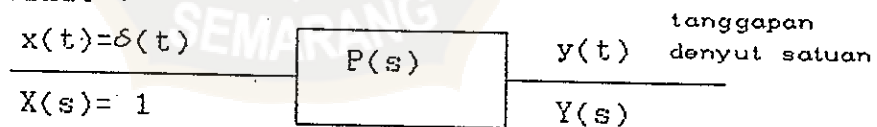
Theorema 1

Tanggapan denyut satuan dari suatu sistem linier adalah $Y(s)$ bila masukannya $X(s) = 1$ dan syarat awalnya nol.

Bukti :

Dengan Transformasi Laplace pada tabel 1, didapat $\mathcal{L}[\delta(t)] = 1$, sedang $\mathcal{L}[y(t)] = Y(s)$ dan $\mathcal{L}[x(t)] = X(s)$. Sehingga tanggapan denyut satuan dari suatu sistem linier adalah keluaran $Y(s)$ bila masukannya $X(s) = 1$ dan syarat awalnya nol.

Bila digambarkan dalam diagram blok adalah sebagai berikut :



Gambar 16

Definisi 52 : Sistem adalah stabil bila tanggapan denyutnya mendekati nol ketika waktu mendekati tak terhingga.

Contoh 41 :

Tanggapan denyut dari beberapa sistem diberikan dibawah ini :

a. $y(t) = e^{-t}$

b. $y(t) = t e^{-t}$

c. $y(t) = 1$

d. $y(t) = \sin \omega t$

Tentukan apakah sistem dengan tanggapan denyut di atas sistem stabil atau bukan ?

Jawab :

Untuk a. bila $t \rightarrow \infty$ maka $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$

b. bila $t \rightarrow \infty$ maka $\lim_{t \rightarrow \infty} t e^{-t} = 0$

c. bila $t \rightarrow \infty$ maka $y(t) = 1$ (tidak mendekati nol).

d. bila $t \rightarrow \infty$ maka $y(t)$ tidak mendekati nol.

Jadi untuk a, dan b, merupakan sistem yang stabil, sedang c dan d tidak stabil.

Theorema 2

Suatu sistem linier koefisien tetapan adalah stabil bila kutub-kutub fungsi alihnya mempunyai bagian real yang negatif.

Bukti :

Pandang sistem dengan fungsi alih $P(s)$. Fungsi alih $P(s)$ adalah fungsi rasional sehingga dapat dinyatakan sebagai :

$$P(s) = \frac{\sum_{i=0}^m b_i s^i}{\sum_{i=0}^n a_i s^i} = \frac{u(s)}{v(s)} \dots \dots \dots (45)$$

dengan $m < n$.

$v(s)$ merupakan bentuk polinomial dalam s sehingga bisa dinyatakan sebagai :

$$v(s) = (s + p_1) (s + p_2) \dots (s + p_n)$$

$$= \prod_{i=1}^n (s + p_i)$$

dengan $-p_1, -p_2, \dots, -p_n$ merupakan akar-akar dari persamaan $v(s) = 0$.

Dengan demikian $P(s)$ dapat dinyatakan sebagai :

$$P(s) = \frac{u(s)}{(s+p_1)(s+p_2) \dots (s+p_n)} \dots \dots \dots (46)$$

dan $-p_1, -p_2, \dots, -p_n$ adalah kutub-kutub dari fungsi alih.

Menurut persamaan (38) $P(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ sehingga persamaan (47) dapat dinyatakan :

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{u(s)}{(s+p_1)(s+p_2) \dots (s+p_n)} \dots \dots \dots (47)$$

Bila $X(s) = 1$ menurut theorem 1 keluaran $Y(s)$ merupakan tanggapan denyut. Dengan persamaan (47) tanggapan denyut dinyatakan sebagai :

$$Y(s) = \frac{u(s)}{(s+p_1)(s+p_2) \dots (s+p_n)} \dots \dots \dots (48)$$

Dengan perluasan pecahan parsial didapat :

$$Y(s) = \frac{c_1}{s + p_1} + \frac{c_2}{s + p_2} + \dots + \frac{c_n}{s + p_n} \dots \dots (59)$$

dengan c_1, c_2, \dots, c_n adalah tetapan.

Dengan Transformasi Laplace invers didapat :

$$\begin{aligned}
y(t) &= \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{c_1}{s + p_1} + \frac{c_2}{s + p_2} + \dots + \frac{c_n}{s + p_n} \right] \\
&= c_1 e^{-p_1 t} + c_2 e^{-p_2 t} + \dots + c_n e^{-p_n t} \\
& \quad t > 0 \quad \dots \dots \dots (50)
\end{aligned}$$

Menurut definisi 52 sistem dikatakan stabil bila waktu mendekati tak terhingga tanggapan denyutnya mendekati nol.

Ruas kanan persamaan di atas akan bernilai mendekati nol pada t mendekati tak terhingga, bila bagian real dari $-p_1, -p_2, \dots, -p_n$ adalah negatif.

Demikian terbukti, sistem stabil bila kutub-kutub fungsi alihnya mempunyai bagian real yang negatif.

Contoh 42 :

Sistem yang ditunjukkan dalam :

$(s^2 + 1) Y(s) = X(s)$ merupakan sistem yang stabil ?

Jawab :

Fungsi alih sistem tersebut adalah :

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s^2 + 1}$$

Kutub-kutub dari fungsi alihnya adalah $\pm j$. Karena na kutub-kutubnya mempunyai bagian real nol. maka sistem ini tidak stabil.