BAB II

TEORI PENDEKATAN PERMAINAN META

2.1. BENTUK NORMAL DAN BENTUK LUAS SUATU PERMAINAN.

Sebuah permainan didefinisikan sebagai suatu keadaan dimana terdapat $n \geq 2$ pemain, masing-masing mempunyai dua atau lebih strategi, dan masing-masing mempunyai preferensi (pilihan yang lebih di inginkan) diantara bermacam-macam pendapatan yang mungkin, yang dapat dihasilkan dari tiap pemain dengan memilih sebuah strategi.

Untuk dua pemain, dengan tiap pemain mempunyai strategi yang terhingga jumlahnya. sebagai contoh untuk dua pemain dengan tiap pemain mempunyai 2 strategi maka situasinya dapat disajikan seperti pada gambar (2.1).

$$
\begin{array}{lll}
 & & \text{pemain 2} \\
 & & \text{strategi} \\
 & & \begin{array}{cc} \quad 1 \quad & \quad 2 \quad \end{array} \\
\text{pemain 1} & 1 & \multirow{2}{*}{$\begin{bmatrix} (x_{11}, y_{11}) & (x_{12}, y_{12}) \\ (x_{21}, y_{21}) & (x_{22}, y_{22}) \end{bmatrix}$} \\
\text{strategi} & 2 &
\end{array}
$$

gambar (2.1)

permainan dalam bentuk normal

Dengan matrik yang barisnya adalah strategi-strategi seorang pemain dan kolomnya adalah strategi-strategi pemain lain. Pendapatan berupa sel-sel matrik berbentuk (x_{ij}, y_{ij}) dimana :

x_{ij} adalah keuntungan pemain satu

y_{ij} adalah keuntungan pemain dua

Keuntungan berupa bilangan ordinal yang tingkatannya disusun berdasarkan pengamatan suatu konflik. Ketentuan yang berlaku adalah sebagai berikut :

- x_{ij} terkecil menunjukkan strategi yang paling tidak disukai oleh pemain satu.
- x_{ij} terbesar menunjukkan strategi yang paling disukai oleh pemain 1.

Ini yang disebut bentuk normal suatu permainan.

Struktur yang mendasari permainan dalam bentuk normal adalah permainan dalam bentuk luas yang berupa pohon permainan, terdiri dari:

1. Sebuah pohon berakar (T), yaitu sebuah jaringan node dan busur (direct line). Node tertentu disebut akar, dimana hanya ada satu jalur dari akar ketiap node. Jumlah node dapat berhingga atau tak berhingga. Node dibagi menjadi dua yaitu :

Terminal node : Titik yang hanya memiliki satu busur.

Decision node : Titik yang memiliki dua busur atau lebih.(gambar (2.2)).

2. Penempatan satu dari bilangan 0,1,...,n pada

tiap decision node, bilangan-bilangan 1 2,...,n menunjukkan pemilikan decision node (pemain $P_1,\ldots,P_n$). Bilangan 0 dipakai pada pemain "chance" (pemain fiktif yang keputusannya ditentukan dengan distribusi probabilitas). "chance" digunakan bila tidak ada kepastian pada node mana permainan akan dimulai atau pada node mana sebuah keputusan akan ditentukan oleh seorang pemain.

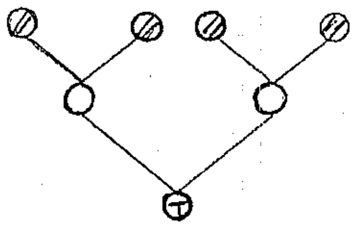
3. Untuk tiap node bertanda "0". Pada tiap busur berpangkal pada node "0" memiliki sebuah distribusi probabilitas , untuk menunjukkan kesempatan apa yang ada pada tiap keputusan yang dipilih (gambar (2.3)).

4. Himpunan informasi berupa strategi para pemain. Untuk tiap i=1,2,...,n pada node memiliki himpunan bagian informasi yang terpisah sedemikian hingga tidak ada jalur langsung pada pohon menuju himpunan bagian tersebut lebih dari satu kali.

5. Pemberian label pada semua busur sedemikian hingga :

a. Busur yang berbeda berasal dari node yang sama mempunyai label berbeda.

b. Jika dua node memiliki satu himpunan bagian informasi sama, label-label yang sama menandai tiap busur yang berasal dari node itu (gambar (2.4)).



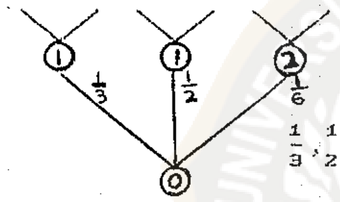
○ = terminal node

○ = decision node

⊖ = akar

—— = busur

gambar (2.2)

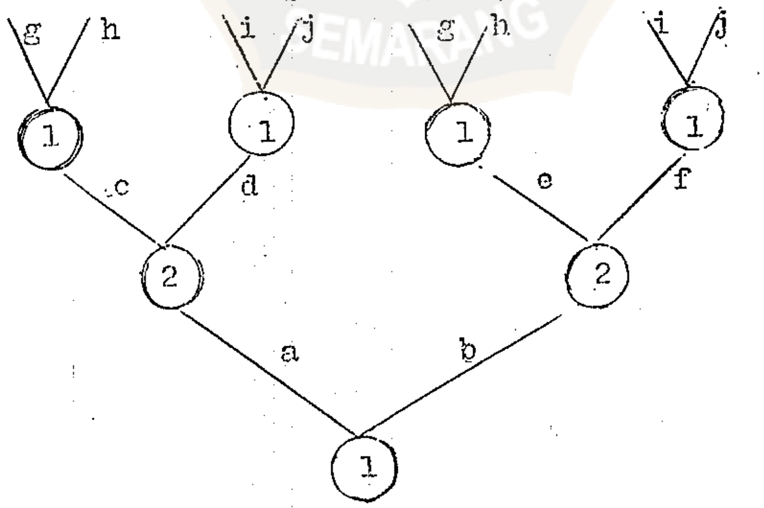


◎ = decision node dari pemain "chance"

$\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}$ = distribusi probabilitas dari pemain "chance"

①, ② = decision node milik pemain 1,2

gambar (2.3)



{ a,b,g,h,i,j } = himpunan informasi untuk pemain 1

{ c,d,e,f } = himpunan informasi untuk pemain 2

gambar (2.4)

Untuk setiap bentuk normal selalu paling sedikit ada satu bentuk luas yang berkorespondensi dengannya.

Penyajian suatu permainan dalam bentuk luas mempunyai beberapa kelemahan yaitu :

- Cukup rumit untuk menggambarkan pohon permainan, kemudian menelusuri kembali untuk mencari jawaban permainan itu karena hampir semua permainan terlalu panjang untuk disajikan dalam graph tree.

- untuk permainan yang tidak mempunyai informasi lengkap tidak dapat ditelusuri kembali pohon permainannya karena harus dibuat keputusan yang sama pada cabang cabang lain dari pohon itu.

Dari hal-hal tersebut diatas dapat diketahui manfaat penggunaan bentuk luas :

- Mendapatkan gambaran dari permainan itu sehingga secara sistematis dapat ditelusuri semua strategi yang mungkin.

- Pada permainan dengan informasi lengkap dapat dicari penyelesaiannya dengan menelusuri kembali graph tree yang digambar (meskipun cukup rumit untuk graph tree yang cukup panjang).

Jadi bentuk luas hanya dapat digunakan pada permainan dengan informasi lengkap.

Pada bentuk normal semua langkah dapat dibuat seperti pada permainan asli meskipun ada beberapa informasi yang hilang. Dengan demikian bentuk normal dapat digunakan pada permainan dengan informasi lengkap maupun dengan informasi tak lengkap.

2.2. PENDAPATAN RASIONAL DAN KESETIMBANGAN

Pada sebuah permainan G dengan n pemain akan mempunyai :

1. Himpunan strategi para pemain yaitu $X_1, \ldots, X_n$. Tiap X_i merupakan sebuah himpunan strategi x_i untuk pemain i.

2. Fungsi preferensi dari para pemain yaitu $M_1, \ldots, M_n$. Tiap M_i merupakan sebuah fungsi dari himpunan semua pendapatan

$$x \in X = X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$$

ke himpunan semua himpunan bagian dari X

dan bahwa $x \in M_i\bar{x}$ berarti i lebih suka $\bar{x}$ daripada x.

3. Fungsi preferensi numerik dari para pemain yaitu $v_1, \ldots, v_n$.

Tiap v_i merupakan sebuah fungsi berharga riil dalam X.

DEFINISI 2.1

Sebuah pendapatan rasional untuk pemain i adalah sebuah n tupel strategi $\bar{x} = (\bar{x}_1, \ldots, \bar{x}_n)$ dimana

$$v_i(\bar{x}) \geq v_i(\bar{x}_1, \ldots, x_i, \ldots, \bar{x}_n)$$

untuk semua $x_i \in X_i$

Himpunan pendapatan rasional untuk pemain i dalam permainan G dilambangkan dengan $R_i(G)$ sehingga

$$R_i(G) = \{ \bar{x} \;/\; (x_i, \bar{x}_{N-i}) \in M_i(\bar{x}) \}$$

Jadi sebuah pendapatan rasional untuk pemain i adalah sebuah pendapaatan terbaik yang dapat dicapai pemain i bersama strategi pemain lain.

CONTOH 2.1

Dari pengamatan konflik Prisoners' dilemma dimana terdapat dua pihak terlibat didapat bentuk normal sebagai berikut:

$$\begin{array}{ccc} & & 2 \\ & & \begin{array}{cc} c & d \end{array} \\ 1 & \begin{array}{c} c \\ d \end{array} & \begin{bmatrix} (-9,-9) & (0,-10) \\ (-10,0) & (-1,-1) \end{bmatrix} \end{array}$$

$X_1 = X_2 = \{ c,d \}$

$v_i(x_1,x_2) = -10$ berarti pihak i dihukum 10 tahun

$v_i(x_1,x_2) = -9$ berarti pihak i dihukum 9 tahun

$v_i(x_1,x_2) = -1$ berarti pihak i dihukum 1 tahun

$v_i(x_1,x_2) = 0$ berarti pihak i dibebaskan

Pendapatan rasional untuk pemain 1

$R_1(G) = \{ (c,c),(c,d) \}$

karena jika $\bar{x}_2 = c$ maka $v_1(c,c) > v_1(d,c)$

$$-9 > -10$$

dan jika $\bar{x}_2 = d$ maka $v_1(c,d) > v_1(d,d)$

$$0 > -1$$

Pendapatan rasional untuk pemain 2

$R_2(G) = \{ (c,c),(d,c) \}$

karena jika $\bar{x}_1 = c$ maka $v_2(c,c) > v_2(c,d)$

$$-9 > -10$$

dan jika $\bar{x}_1 = d$ maka $v_2(d,c) > v_2(d,d)$

$$0 > -1$$

DEFINISI 2.2

Sebuah kesetimbangan dalam permainan n orang G adalah sebuah pendapatan yang rasional untuk semua pemain. Jadi himpunan kesetimbangan E(G) memenuhi :

$$E(G) = \bigcap_{i=1}^{n} R_i(G)$$

CONTOH 2.2

Berdasarkan contoh 2.1

$R_2(G) = \{ (c,c),(c,d) \}$ dan $R_2(G) = \{ (c,c),(d,c) \}$

$$E(G) = R_1(G) \cap R_2(G) = \{ (c,c) \}$$

Dalam permainan biasanya para pemain diasumsikan bersikap rasional dan cerdas, artinya masing-masing pemain akan melakukan strategi tindakan yang rasional untuk memenangkan permainan dan masing-masing pemain juga mengetahui strategi pihak lawan. Situasi tersebut tidak selalu berlaku misalkan pada permainan 2 orang yang tidak memiliki kesetimbangan. Pada keadaan ini kedua pihak tidak dapat kedua-duanya bersikap rasional, harus ada satu pihak yang bersikap irasional. Karena tidak ada kesetimbangan, pada permainan biasa akan menggunakan strategi campuran untuk penyelesaiannya. Strategi campuran untuk pemain i adalah suatu metode permainan dimana sebagai pengganti pemilihan strategi tetap (yaitu strategi murni), ia dapat memilih sebarang distribusi probabilitas disamping strategi tetapnya, dan memperbolehkan pilihan strateginya ditentukan dari distribusi probabilitasnya. Dengan menggunakan strategi campuran akan ada perubahan pada permainan, karena akan memperluas pilihan strategi tiap pemain.