BAB IV

KESIMPULAN

Banyaknya pola yang terjadi dari hasil pemetaan $\emptyset : D \rightarrow R$ dengan $D = \{ d_1, d_2, \ldots , d_n\}$ dan $R = \{r_1, r_2, \ldots , r_m\}$ dapat dihitung dengan menggunakan teorema-teorema Polya maupun dengan perluasannya, yang didasari oleh grup permutasi yang bekerja pada himpunan D maupun himpunan R. Dari teorema-teorema Polya dan beberapa perluasan teorema Polya yang telah dibahas pada Bab III, dapat disimpulkan bahwa :

1. Teorema Polya 1 digunakan untuk menghitung banyaknya pola Φ serta untuk mengetahui bentuk-bentuk polanya, dengan menggunakan persamaan $\sum_{\Phi} W(\Phi) = Z\ (G\ ; \sum_r w(r), \sum_r (w(r))^2\ \ldots\ \sum_r (w(r))^n)$ dengan $Z(G)$ indeks sikel dari grup permutasi G yang bekerja pada D dan $w(r)$ = bobot elemen $r \in R$.
2. Teorema Polya 2 digunakan untuk menghitung pola-pola tertentu berdasarkan partisi bilangan positip n, yang dihitung melalui persamaan :

   $$\sum_{\Phi} W(\Phi_\lambda) = \frac{1}{|\alpha|} \sum_{(\lambda) \vdash n} g_\lambda(G)\ p(\lambda\ ; \alpha_1, \alpha_2, \ldots , \alpha_\rho)$$

   dengan $(\lambda) \vdash n$ partisi dari n dengan tipe (λ) ; $g_\lambda(G)$ banyaknya permutasi dengan tipe (λ) dan $p\ (\lambda\ ; \alpha_1, \alpha_2, \ldots , \alpha_\rho)$ banyaknya pewarnaan dengan α_i obyek diwarnai oleh r_i; $i = 1, 2, \ldots , \rho$ dan $r_i \in R$.

3. Teorema Polya 3 digunakan untuk menghitung banyaknya pola berdasarkan deret hitungan figure $h(x)$, yang dihitung melalui persamaan $\Phi(x) = Z(G\ ;\ h(x), h(x^2)\ ,\ \ldots\ h(x^n))$ dengan $Z(G)$ indeks sikel grup permutasi G yang bekerja pada D. Istilah figure dimaksudkan sebagai nama-nama elemen dalam R.
4. Teorema de Bruijn digunakan untuk menghitung banyaknya pola melalui grup permutasi G yang bekerja pada D dan yang tidak berubah oleh permutasi k dari elemen-elemen dalam R. Banyaknya pola ini dihitung melalui persamaan :

   $\sum_{\Phi} W(\Phi_K) = Z\ (G\ ;\ x_1, x_2,\ \ldots\ ,\ x_n)$ dengan

   $x_j = \sum_{r : k^j r = r} w(r)\ w(kr)\ \ldots\ w(k^{j-1}r)$ untuk $k^j r = r$

   dan $x_j = 0$ untuk $k^j r \neq r$, $j = 1, 2, \ldots, n$ dan $Z(G)$ indeks sikel dari G.
5. Teorema Harary dan Palmer digunakan untuk menghitung banyaknya pola melalui grup permutasi G yang bekerja pada D dan grup permutasi k yang bekerja pada R, melalui persamaan :

   $\sum_{\Phi} W(\Phi_K) = \frac{1}{|K|} \sum_{k \in K} Z(G\ ;\ x_1(k), x_2(k),\ \ldots\ ,\ x_n(k))$

   dengan $x_i(k) = \sum_{j=1}^{i} j\lambda_j(k)$ jika $k^1 r = r$ dan $x_i(k) = 0$ jika $k^1 r \neq r$; $i = 1, 2, \ldots, n$

   $\lambda_j(k)$ = banyaknya sikel dengan panjang j dari permutasi $k \in K$.