

BAB IV
KESIMPULAN

Dari pembahasan persamaan differensial stokastik diatas maka dapat disimpulkan sebagai berikut :

1. PD STOKASTIK ORDER SATU

Bentuk umum : $a_0 X'(t) + a_1 X(t) = W'(t)$

Dengan

a_0, a_1 konstanta real dan $a_0 \neq 0$

$X(t)$ proses stokastik

$W'(t) = \frac{dW(t)}{dt}$ $W(t)$ adalah proses Wiener

Metode/Langkah nya

- menyelidiki $\int_0^t W'(s) ds$ atau $W(t)$ proses Wiener, yaitu harus memenuhi kriteria sebagai berikut :

a. $W(0) = 0$

b. $W(t)$ berdistribusi normal dengan mean 0 dan varian t^2 .

c. $W(t_1) - W(t_2), W(t_2) - W(t_3), \dots, W(t_{n-1}) - W(t_n)$ saling independen.

- mengintegrasikan kedua ruas dari 0 ke t

- mengalikan kedua ruas dengan $e^{-\alpha t}$, dimana $\alpha = -\frac{a_1}{a_0}$

- mengintegrasikan kedua ruas dari 0 ke t.

- mengalikan kedua ruas dengan $e^{\alpha t}$.

- mendeferensialkan kedua ruas.

Solusi umum PD Stokastik order satu

$$X(t) = X_0 e^{\alpha t} + \frac{e^{\alpha t}}{a_0} \int_0^t e^{-\alpha s} dW(s) \quad , t \geq 0$$

Mean

$$E[X(t)] = X_0 e^{\alpha t} \quad , t \geq 0$$

Varian

$$\text{Var}[X(t)] = \frac{\sigma^2}{2a_0 a_1} \left\{ 1 - e^{2\alpha t} \right\} \quad , t \geq 0$$

2. PD STOKASTIK ORDER N

$$\text{Bentuk umum} : a_0 X^{(n)}(t) + a_1 X^{(n-1)}(t) + \dots + a_n X(t) = W'(t)$$

$$\text{PD homogen} : a_0 X^{(n)}(t) + a_1 X^{(n-1)}(t) + \dots + a_n X(t) = 0$$

$$\text{Persamaan karakteristik} : f(r) = 0$$

$$a_0 r^n + a_1 r^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

Metode/Langkah yang digunakan

- menyelidiki $\int_0^t W'(s) ds$ atau $W(t)$ proses Wiener.
- mencari akar-akar persamaan karakteristik.
- menentukan harga c atau konstanta dengan memperhatikan

$$\phi_n^{(k)}(0) = \begin{cases} 1 & , k=n-1 \\ 0 & , k \text{ yang lain} \end{cases}$$

- Solusi umum PD homogen :

$$X(t) = X(0)\phi_1(t) + X'(0)\phi_2(t) + \dots + X^{(n-1)}(0)\phi_n(t)$$

- menentukan $h(t)$ dengan ketentuan sebagai berikut :

$$h(t) = \begin{cases} \frac{\phi_n(t)}{a_0} & , t \geq 0 \\ 0 & , t < 0 \end{cases}$$

-menentukan $h(t-s)$

- Solusi khusus PD Stokastik order n

$$X(t) = \int_0^t h(t-s) dW(s) \quad \text{untuk } t \geq 0 \text{ dan } W(s) \text{ proses}$$

Wiener dengan syarat awal : $X(0)=X'(0)=\dots=X^{(n-1)}(0)=0$

- Solusi umum PD Stokastik order n

$$X(t) = X(0)\phi_1(t) + \dots + X^{(n-1)}(0)\phi_n(t) + \int_0^t h(t-s) dW(s), t \geq 0$$

-- Mean

$$E[X(t)] = X(0)\phi_1(t) + X'(0)\phi_2(t) + \dots + X^{(n-1)}(0)\phi_n(t)$$

- Varian

$$\text{Var}[X(t)] = \sigma^2 \int_0^t h^2(t-s) ds$$