

## BAB I

### PENDAHULUAN

#### 1.4. PENGERTIAN/LATAR BELAKANG.

Banyaknya problema yang memerlukan pemecahan dengan matematika pada umumnya dan persamaan differensial pada khususnya. Persamaan differensial merupakan hubungan suatu variabel dengan hasil bagi differensialnya.

Persamaan differensial pada dasarnya ada dua macam, yaitu :

a. Persamaan differensial biasa.

b. Persamaan differensial parsial .

Persamaan differensial parsial mempunyai bentuk :

$$a_0 \frac{\partial^n y}{\partial x^n} + a_1 \frac{\partial^{n-1} y}{\partial x^{n-1}} + a_2 \frac{\partial^{n-2} y}{\partial x^{n-2}} + \dots + a_n y = f(x)$$

Persamaan differensial biasa mempunyai bentuk :

$$a_0 \frac{d^n y}{dx^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + a_2 \frac{d^{n-2} y}{dx^{n-2}} + \dots + a_n y = f(x)$$

khususnya pada persamaan differensial biasa ini, bila  $y$  adalah  $y(x)$  merupakan proses stokastik dan juga  $f(x)$  merupakan proses stokastik yang berbentuk derivatif dari proses Wiener, maka bentuk tsb dinamakan persamaan differensial stokastik. Simbol variabel biasanya dalam  $X, t, W'$ .

Jadi bentuk umum PD stokastik adalah :

$$a_0 \frac{d^n X(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} X(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n X(t) = W'(t)$$

dimana :

$$a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$$

Konstanta riil dengan  $a_0 \neq 0$

$X(t)$

Proses stokastik dalam waktu  $t$ .

$$W'(t) = \frac{dW(t)}{dt}$$

dimana  $W(t)$  adalah Proses stokastik Wiener.

Proses Wiener harus memenuhi

i.  $W(0) = 0$

ii.  $W(t)$  berdistribusi normal dengan mean 0 dan varian  $\sigma^2(t)$

iii.  $[W(t_1) - W(t_2)], [W(t_2) - W(t_3)], \dots, [W(t_{n-1}) - W(t_n)]$  saling independen

Contoh 1.

$$X''(t) + 3X'(t) + 2X(t) = 4 + 5t$$

dengan syarat awal  $X(0) = 2$  dan  $X'(0) = 0$

Jawab :

$$W(t) = \int_0^t (4 + 5s) ds = 4t + \frac{5}{2}t^2 \quad \text{Proses Wiener}$$

$$X(t) = 5e^{-t} - \frac{5}{4}e^{-2t} - \frac{7}{4} + \frac{5}{2}t$$

$$E[X(t)] = X(0) \phi_1(t) + X'(0) \phi_2(t)$$

$$= 4e^{-t} - 2e^{-2t}$$

$$\text{Var}[X(t)] = \sigma^2 \int_0^t h^2(t-s) ds$$

$$= \frac{\sigma^2}{12} \{ 1 - 6e^{-2t} + 8e^{-3t} - 3e^{-4t} \}$$

## 1.2. PERMASALAHAN

Bagaimana metode solusi PD stokastik tersebut dan bagaimana Mean serta varian dari solusi tsb.

### 1.3. PEMBAHASAN

Dengan menggunakan definisi dan teorema dasar yang ada akan dibahas solusi PD stokastik order satu, gambaran solusi PD stokastik order  $n$ , definisi, teorema dan sebagainya (penjelasan berada dalam bab III)

