

BAB I

P E N D A H U L U A N

1.1. PENGERTIAN / LATAR BELAKANG

Teori kategori mulai berkembang sejak tahun 1944. Merupakan cabang baru dari ilmu matematika yang tidak hanya menghasilkan ide-ide dan metoda-metode baru tetapi juga menambah pengertian secara keseluruhan dari matematika. Teori kategori adalah konsep dasar sebagai hasil abstraksi dari ilmu matematika yang merupakan pengembangan aljabar topologi. Pertamakali diperkenalkan oleh Eilen berg dan Mac-lane.

Teori kategori meliputi kategori konkrit dan kategori dalam pengertian yang lebih umum. Yang akan dibicarakan dalam hal ini adalah kategori yang bersifat lebih umum, yang selanjutnya hanya ditulis 'kategori'.

Pengertian dari kategori itu sendiri yang disimbolkan dengan \mathcal{C} adalah suatu koleksi yang terdiri atas himpunan semua objek-objek, misal A, B, C, D, \dots yang disimbolkan dengan $Ob \mathcal{C}$ dan himpunan semua morfisma diantara objek-objek tersebut yang disimbolkan dengan $Hom_{\mathcal{C}}(A, B)$ serta memenuhi aksioma-aksioma sebagai berikut :

1. Pergandaan morfismanya bersifat asosiatif.
2. Terdapat morfisma Identitas.
3. Untuk objek-objek yang berbeda, himpunan morphis-

manya juga berbeda .

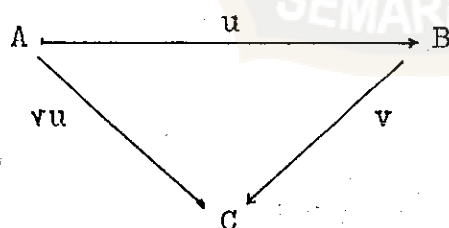
Untuk suatu koleksi seperti tersebut di atas dimana objek-objeknya berupa himpunan dan memenuhi semua aksioma-aksiomanya maka koleksi tersebut disebut suatu kategori pada himpunan dan disimbolkan dengan \mathcal{Ems} .

Contoh 1.

Pandang \mathcal{Ems} merupakan suatu koleksi yang terdiri atas :

- Ob \mathcal{Ems} adalah himpunan semua objek-objek yang berupa himpunan-himpunan, misal A, B, C, D,
- Hom $\mathcal{Ems} (A, B)$ adalah himpunan morfisma diantara objek-objeknya, misal U, V, W, ..

Digambarkan dengan diagram komutatif sebagai berikut

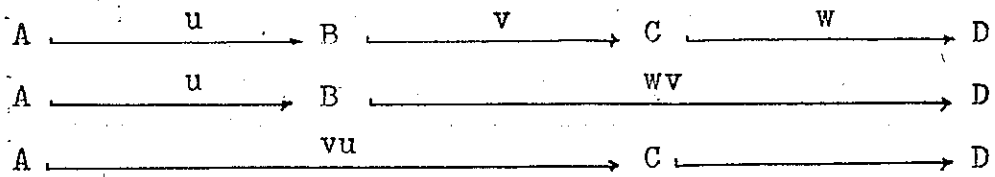


u dapat digandakan dengan v menjadi vu , karena B yang merupakan domain dari v juga merupakan codomain dari u .

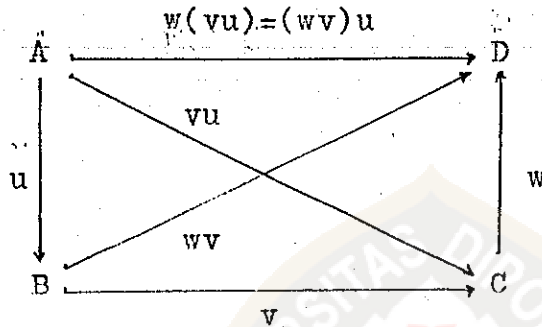
Karena u, v, w dapat digandakan sehingga berlaku sifat asosiatif.

Yaitu

3

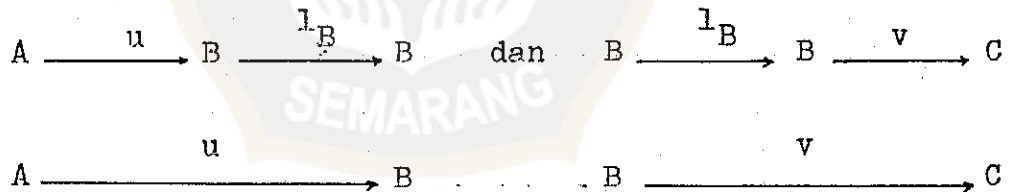


Digambarkan dengan diagram komutatif sebagai berikut

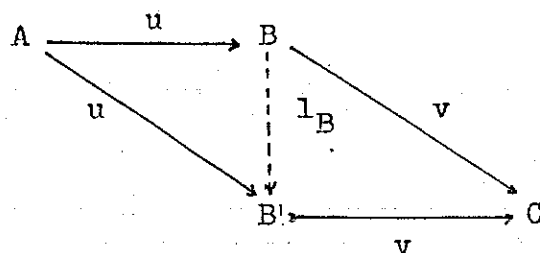


sehingga memenuhi aksioma (1)

Untuk morphisma $u: A \longrightarrow B$ dan $v: B \longrightarrow C$ terdapat morphisma identitas $l_B: B \longrightarrow B$ sedemikian sehingga $l_B \cdot u = u$ dan $v \cdot l_B = v$



Digambarkan dengan diagram komutatif sebagai berikut



Sehingga memenuhi aksioma (2)

Untuk $A \neq C$ dan $B \neq D$

maka $\text{Hom}_{\text{Ens}} (A, B) \neq \text{Hom}_{\text{Ens}} (C, D)$ atau Hom

$(A, B) \text{ Hom}_{\text{Ens}} (C, D) = \emptyset$

4

sehingga memenuhi aksioma (3)

Ternyata $\mathcal{C}ms$ memenuhi aksioma (1), (2), (3) sehingga diperoleh pengertian suatu kategori dimana objek-objeknya berupa himpunan.

Dengan kata lain $\mathcal{C}ms$ adalah suatu kategori pada himpunan.

1.2. PERMASALAHAN

Yang menjadi permasalahan di sini adalah bagaimana sifa-sifat beserta teorema-teorema yang menyangkut masalah teori kategori, terutama teori kategori pada himpunan. Guna pengembangan teori kategori lebih lanjut.

1.3. PEMBAHASAN

Sebagai pembahasan dari permasalahan tersebut dalam hal ini akan dibicarakan definisi kategori, dialitas, sub-kategori dan sifat-sifat dari homomorphismnya antara lain monomorphism, epimorphism, isomorphism yang disertai dengan teorema-teoremanya.