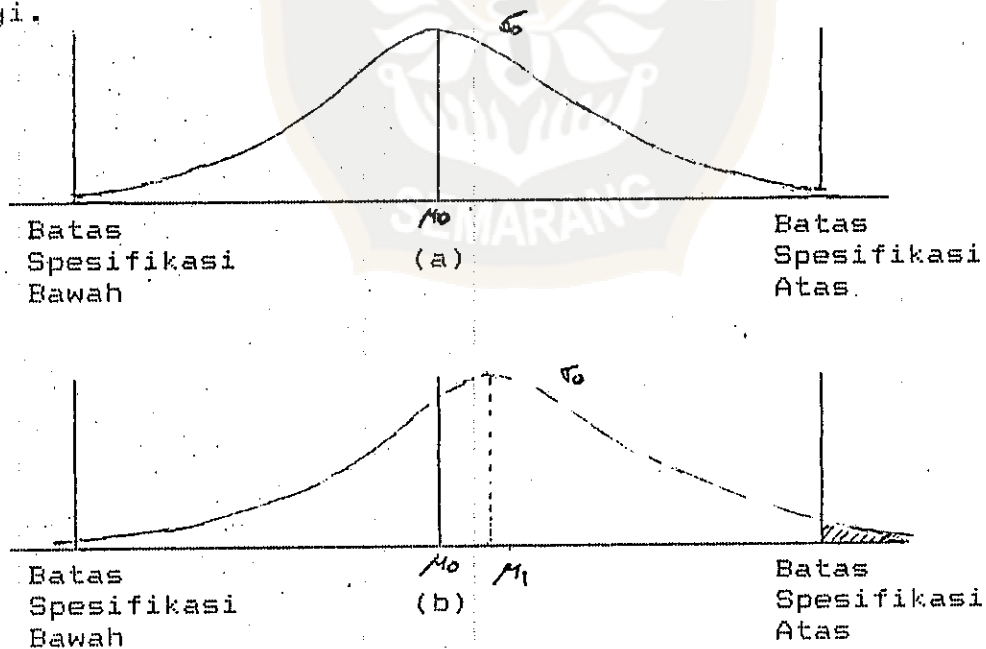


## BAB III

### PENGENDALIAN PROSES

#### 3.1. Tujuan Pengendalian Proses.

Tujuan akhir pengendalian proses adalah pengurangan variabilitas produk. Salah satu pengendalian proses adalah pengendalian mean proses. Dalam hal ini mean proses dari produk dikendalikan pada nilai standarnya. Gambar 3.1 melukiskan pengendalian mean proses. Dalam gambar 3.1 (a) mean  $\mu$  dari deviasi standar  $\sigma$  terkendali pada nilai standarnya (katakan  $\mu_0$  dan  $\sigma_0$ ) sehingga kebanyakan hasil proses jatuh dalam batas spesifikasi. Tetapi dalam gambar 3.1(b) mean itu telah bergeser ke nilai  $\mu_1 > \mu_0$ , mengakibatkan bagian produk yang tidak sesuai lebih tinggi.

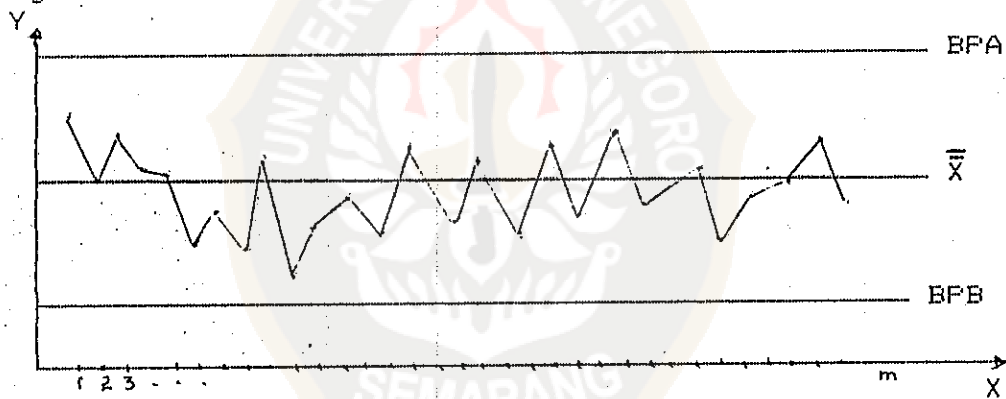


Gb. 3.1 Pengendalian Mean Proses

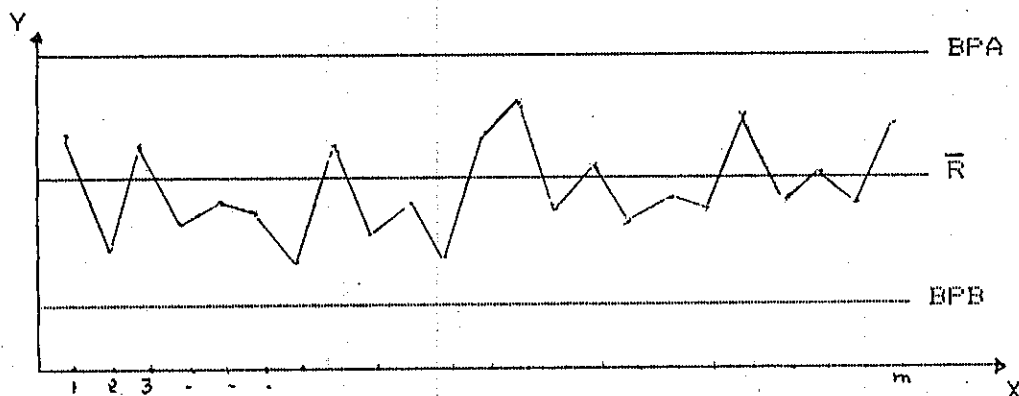
### 3.2. Grafik Pengendali Pengukuran

Banyak karakteristik kualitas yang dapat diperoleh dari hasil pengukuran. Misalnya, diameter bantalan proses dapat diukur dengan mikrometer dan dinyatakan dalam milimeter.

Apabila bekerja dengan karakteristik kualitas yang diperoleh dari hasil pengukuran, sudah merupakan praktek yang standar untuk mengendalikan mean karakteristik kualitas itu. Pengendalian mean proses biasanya dikendalikan dengan grafik  $\bar{X}$ . Variabilitas atau pemencaran proses dapat dikendalikan dengan grafik pengendali untuk rentang atau grafik R.



Nomor Subgroup  
Gb. 3.2 (a) Grafik  $\bar{X}$



Nomor Subgroup  
Gb. 3.2 (b) Grafik R

Keterangan :

B P A : Batas Pengendali Atas

B P B : Batas Pengendali Bawah

Sumbu X : nomor sub group

Sumbu Y : Karakteristik kualitas yang diukur

### 3.2.1. Grafik Pengendali $\bar{X}$ Dan R

Untuk menentukan batas pengendali kita perlukan taksiran suatu parameter yaitu interval antara dua statistik yang dengan probabilitas tertentu memuat nilai sebenarnya parameter itu. Misalkan untuk membentuk penaksir interval dengan mean  $\mu$ , kita harus mendapatkan dua statistik L dan U sedemikian sehingga :

$$P(L \leq \mu \leq U) = 1 - \alpha$$

Interval hasilnya

$$L \leq \mu \leq U$$

dinamakan interval keyakinan  $100(1 - \alpha) \%$  untuk mean  $\mu$  yang tidak diketahui. L dan U dinamakan batas keyakinan bawah dan atas, dan  $(1 - \alpha)$  dinamakan koefesien keyakinan.

Misalkan X variabel acak berdistribusi normal dengan mean  $\mu$  dan varians  $\sigma^2$  ditulis  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ . Menurut dalil batas memusat, distribusi  $\bar{X}$  berdistribusi normal

dengan mean  $\mu$  dan varians  $\frac{\sigma^2}{n}$  ditulis  $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$

maka bentuk standarnya  $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$

berdistribusi normal mean 0 dan varians 1 ditulis  $Z \sim N(0,1)$ .

Untuk membuat pendugaan interval terlebih dahulu ditentukan besarnya koefesien keyakinan  $1 - \alpha$ . Selanjutnya pernyataan probabilitas dapat kita tuliskan.

$$P(-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$$

$$-Z_{\alpha/2} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq Z_{\alpha/2}$$

$$-Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \bar{X} - \mu \leq Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$P\left(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

Dalam praktek tidak diketahui parameter  $\mu$  dan  $\sigma$ . Oleh karena itu nilai-nilai harus ditaksir dari subgroup-subgroup yang diambil dari populasi. Biasanya didasarkan paling sedikit 20 sampai 25 subgroup. Misalkan tersedia  $m$  subgroup, masing-masing memuat  $n$  observasi pada karakteristik kualitas itu, maka batas pengendalinya diperoleh sebagai berikut :

Untuk subgroup pertama, berlaku :

$$P\left(-Z_{\alpha/2} \leq \frac{\bar{X}_1 - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq Z_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

$$-Z_{\alpha/2} \leq \frac{\bar{X}_1 - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq Z_{\alpha/2}$$

$$\bar{X}_1 - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X}_1 + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Dengan cara yang sama subgroup kedua kita peroleh :

$$\bar{X}_2 - Z\alpha/2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X}_2 + Z\alpha/2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Untuk m subgroup masing-masing berlaku hubungan

$$\bar{X}_1 - Z\alpha/2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X}_1 + Z\alpha/2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{X}_2 - Z\alpha/2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X}_2 + Z\alpha/2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

...

$$\bar{X}_m - Z\alpha/2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X}_m + Z\alpha/2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Batas pengendali ditentukan dari rata-rata interval hasil dari m subgroup.

$$(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \dots + \bar{X}_m) - mZ\alpha/2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m\mu \leq (\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \dots + \bar{X}_m) + mZ\alpha/2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \dots + \bar{X}_m}{m} - Z\alpha/2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \dots + \bar{X}_m}{m} + Z\alpha/2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{\bar{X}} - Z\alpha/2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{\bar{X}} + Z\alpha/2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Harga  $E(\bar{\bar{X}}) = \mu$ , diperoleh dari :

$$\begin{aligned} E(\bar{\bar{X}}) &= \frac{1}{m} E\left(\sum_{i=1}^m \bar{X}_i\right) \\ &= \frac{1}{m} [E(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \dots + \bar{X}_m)] \\ &= \frac{1}{m} [E(\bar{X}_1) + E(\bar{X}_2) + \dots + E(\bar{X}_m)] \\ &= \frac{1}{m} [\mu + \mu + \dots + \mu] \\ &= \mu \end{aligned}$$

Jadi batas pengendalinya sebagai berikut :

$$B P A = \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\text{Garis tengah} = \bar{X}$$

$$B P B = \bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Taksiran deviasi standar  $\sigma$  yang digunakan dalam batas pengendali dihitung dari variabilitas dalam subgroup. Untuk ukuran observasi kecil, taksiran  $\sigma$  dapat dihitung dari rentang  $m$  subgroup. Jika  $x_1, x_2, \dots, x_n$  suatu subgroup berukuran  $n$ , maka rentang subgroup itu adalah selisih observasi yang terbesar dan terkecil yaitu :

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

Misalkan  $R_1, R_2, \dots, R_m$  adalah rentang  $m$  subgroup itu.

Rentang rata-ratanya adalah

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_m}{m}$$

maka taksiran untuk  $\sigma$  dihitung sebagai :

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

Dengan  $d_2$  adalah faktor yang menggambarkan nilai harapan  $R$

dengan  $\sigma$  pada populasi normal atau  $d_2 = \frac{E(R)}{\sigma}$

Menentukan batas pengendali adalah suatu putusan yang penting yang harus dibuat dalam merancang grafik pengendali. Bila kita tentukan  $\alpha = 0,0027$  yakni suatu

tanda bahaya yang salah dibangkitkan hanya dalam 27 dari 10.000,  $Z_{\alpha/2}$  dapat diganti dengan 3 yang diperoleh dari tabel normal. Kita mengambil batas pengendali 3 sigma atas dasar bahwa batas ini memberikan hasil yang baik dalam praktek. Jadi

$$B P A = \bar{\bar{X}} + 3 \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}}$$

$$\text{Garis tengah} = \bar{\bar{X}}$$

$$B P B = \bar{\bar{X}} - 3 \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}}$$

Kita catat bahwa  $A_2 = \frac{3}{d_2 \sqrt{n}}$  adalah konstan yang

hanya tergantung pada ukuran subgroup, maka grafik pengendalinya dapat dituliskan sebagai berikut :

$$B P A = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R}$$

$$\text{Garis tengah} = \bar{\bar{X}}$$

$$B P B = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$$

Konstan  $A_2$  dapat ditentukan dalam tabel untuk berbagai ukuran subgroup.

Rentang subgroup berhubungan dengan deviasi standar proses. Oleh karena itu, variabilitas proses dapat dikendalikan dengan menggambarkan nilai-nilai R dari subgroup-subgroup yang berturutan pada grafik pengendali. Grafik pengendali ini dinamakan grafik R. Parameter grafik R dapat ditentukan. Garis tengahnya adalah  $\bar{\bar{R}}$ . Untuk menentukan batas pengendalinya kita perlukan taksiran untuk  $\sigma_R$ . Dengan menganggap bahwa karakteristik kualitas berdistribusi normal, estimasi  $\hat{\sigma}_R$  dapat diperoleh dari

distribusi rentang relatif  $W = \frac{R}{\sigma}$ . Deviasi standar  $W$ ,

katakan  $d_3$  adalah fungsi  $n$  yang diketahui, Jadi, karena

$$R = W \sigma$$

maka deviasi standar  $R$  adalah

$$\sigma_R = d_3 \sigma$$

Karena  $\sigma$  tidak diketahui, kita dapat menaksir  $\sigma_R$  dengan

$$\hat{\sigma}_R = d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

Dengan demikian, parameter grafik  $R$  dengan batas pengendali 3 sigma adalah :

$$BPA = \bar{R} + 3 \hat{\sigma}_R = \bar{R} + 3 d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

$$\text{Garis tengah} = \bar{R}$$

$$BPB = \bar{R} - 3 \hat{\sigma}_R = \bar{R} - 3 d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

Jika kita misalkan

$$D_3 = 1 - 3 \frac{d_3}{d_2} \quad \text{dan}$$

$$D_4 = 1 + 3 \frac{d_3}{d_2}$$

Grafik pengendali  $R$  dapat dituliskan sebagai berikut :

$$BPA = \bar{R} D_4$$

$$\text{Garis tengah} = \bar{R}$$

$$BPB = \bar{R} D_3$$

Konstan  $D_3$  dan  $D_4$  dapat ditentukan dalam tabel untuk berbagai ukuran subgroup.

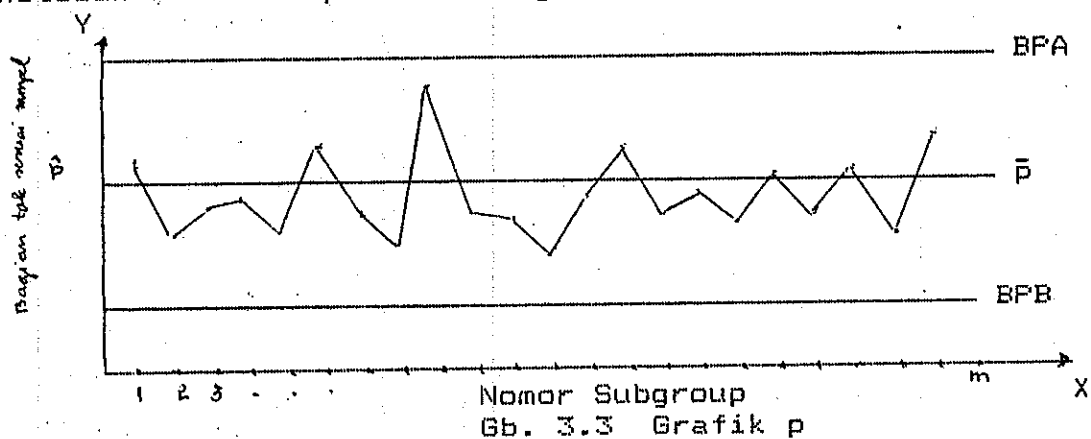


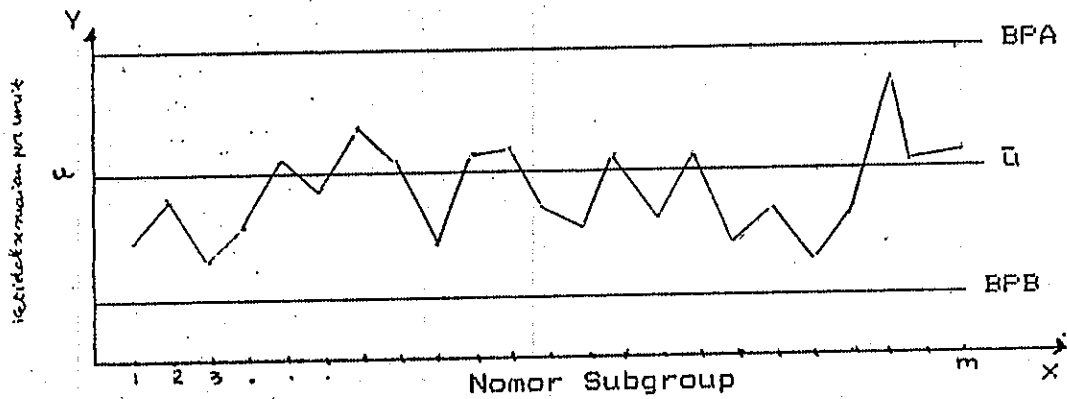
Apabila subgroup-subgroup pendahuluan digunakan untuk membentuk batas pengendali  $\bar{X}$  dan R, sudah biasa untuk memperlakukan batas pengendali sebagai nilai-nilai percobaan. Apabila titik-titik itu menunjukkan adanya gangguan proses, maka titik-titik itu harus dibuang dan ditentukan batas pengendali yang baru.

### 3.3 Grafik Pengendali Sifat.

Banyak karakteristik kualitas tidak dapat dengan mudah dinyatakan secara numerik. Dalam hal seperti itu, biasanya tiap benda yang diperiksa kita klasifikasikan sesuai dengan spesifikasi pada karakteristik kualitas itu atau tidak sesuai dengan spesifikasi. Karakteristik kualitas seperti itu dinamakan sifat (atribut).

Dalam bagian ini, kita sajikan 2 grafik pengendali yang banyak digunakan. Yang pertama berhubungan dengan bagian produk yang tak sesuai atau cacat yang diproduksi oleh suatu proses produksi, dan dinamakan grafik pengendali untuk bagian tak sesuai, atau grafik p. Untuk ketidaksesuaian per unit digunakan grafik u.





Gb. 3.4 Grafik u

### 3.3 1 Grafik Pengendali p (Bagian tak Sesuai)

Bagian tak sesuai didefinisikan sebagai perbandingan banyak benda yang tak sesuai dalam suatu populasi dengan banyak benda keseluruhan dalam populasi itu. Benda-benda itu mungkin mempunyai beberapa karakteristik kualitas yang diperiksa bersama-sama oleh pemeriksa. Apabila benda tidak sesuai dengan standar dalam satu atau beberapa karakteristik, maka benda itu diklasifikasikan sebagai tak sesuai.

Pada sebuah penelitian yang hanya menghasilkan dua peristiwa yaitu tak sesuai (cacat) dan sesuai (tidak cacat) atau dituliskan dalam bentuk simbol A dan  $\bar{A}$ . Peluang terjadinya peristiwa A sebesar p dituliskan  $P(A) = p$ . Jika percobaan dilakukan sebanyak n kali, dimana X diantaranya menghasilkan peristiwa A dan sisanya (n-x) menghasilkan peristiwa  $\bar{A}$ . Jika  $p = P(A)$  dan  $q = 1-p = P(\bar{A})$ , maka peluang terjadinya peristiwa A sebanyak X kali diantara n percobaan adalah:

$$P(X) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}, \quad X = 0, 1, 2, \dots, n$$

Kita ketahui bahwa mean dan varians variabel random  $X$  masing-masing  $np$  dan  $np(1-p)$ . Bagian tak sesuai sampel didefinisikan sebagai perbandingan banyak unit tak sesuai dalam sampel  $D$  dengan ukuran sampel  $n$ , yakni :

$$\hat{p} = \frac{D}{n} = \frac{X}{n}$$

Distribusi variabel random  $\hat{p}$  dapat diperoleh dari distribusi binomial dengan mean dan varians  $\hat{p}$  masing-masing adalah :

$$E(\hat{p}) = \frac{1}{n} E(x) = \frac{1}{n} np = p$$

$$\text{dan } \sigma_{\hat{p}}^2 = \frac{1}{n^2} \text{Var}(x) = \frac{1}{n^2} np(1-p) = \frac{p(1-p)}{n}$$

Jika  $p$  tidak terlalu dekat dengan 0 atau 1, dan  $n$  relatif besar maka distribusi :

$$Z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$$

mendekati normal standar.

Untuk membuat interval keyakinan diperlukan besar koefisien keyakinan  $1 - \alpha$ , sehingga pernyataan probabilitas dapat ditulis sbb :

$$P(-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$$

$$P(-Z_{\alpha/2} \leq \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \leq Z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$$

Ini dapat disusun kembali menjadi

$$P \left( \hat{p} - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq p \leq \hat{p} + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right) = 1 - \alpha$$

Interval hasilnya

$$\hat{p} - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} \leq P \leq \hat{p} + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$$

Apabila bagian tak sesuai proses itu  $p$  tidak diketahui, maka  $p$  itu harus ditaksir dari data observasi. Prosedur yang biasa adalah memiliki  $m$  subgroup dari populasi, masing-masing berukuran  $n$ . Jika  $D_i$  unit tak sesuai dalam subgroup ke  $i$  itu adalah :

$$\hat{p}_i = \frac{D_i}{n} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Rata-rata bagian tak sesuai sampel dari seluruh subgroup adalah :

$$\bar{p} = \frac{\hat{p}_1 + \hat{p}_2 + \dots + \hat{p}_m}{m} = \frac{\sum_{i=1}^m \hat{p}_i}{m}$$

Statistik  $\bar{p}$  menaksir bagian tak sesuai proses  $p$  yang tidak diketahui. Batas grafik pengendali bagian tak sesuai ditentukan dari rata-rata interval hasil dari seluruh subgroup.

Untuk  $m$  subgroup berlaku hubungan :

$$\hat{p}_1 - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq p \leq \hat{p}_1 + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$\hat{p}_2 - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq p \leq \hat{p}_2 + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$\vdots$$

$$\hat{p}_m - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq p \leq \hat{p}_m + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

Sehingga rata-rata interval hasil seluruhnya adalah :

$$\frac{\sum_{i=1}^m p_i}{m} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq p \leq \frac{\sum_{i=1}^m p_i}{m} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

Statistik  $\bar{p}$  menaksir bagian tak sesuai proses  $p$  sehingga batas pengendalinya dapat dituliskan sebagai berikut :

$$B P A = \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$$\text{Garis tengah} = \bar{p}$$

$$B P B = \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

Apabila subgroup-subgroup pendahuluan digunakan untuk membentuk batas pengendali diatas maka batas pengendali di atas dipandang sebagai batas pengendali percobaan.

### 3.3.2. Grafik Pengendali U

Biasanya kita dapatkan banyak jenis ketidaksesuaian atau cacat yang berbeda dapat terjadi. Tidak

semua jenis cacat ini sama pentingnya. Satu unit produk yang mempunyai satu cacat yang serius mungkin diklasifikasikan sebagai tidak sesuai dengan persyaratan, tetapi satu unit yang mempunyai beberapa cacat kecil mungkin tidak perlu sesuai. Dalam keadaan seperti ini, kita memerlukan metode guna mengklasifikasikan ketidaksesuaian atau cacat menurut kehebatannya dan memberi bobot berbagai jenis cacat dengan cara yang masuk akal.

Salah satu pola kerusakan adalah sebagai berikut :

Cacat kelas A - Sangat serius. Unit ini tidak cocok sama sekali untuk pelayanan atau akan gagal dalam pelayanan sedemikian serupa tidak mudah diperbaiki dilapangan, atau akan menyebabkan kecelakaan atau kerusakan milik pribadi.

Cacat kelas B - Serius. Unit ini mungkin akan mengalami kegagalan operasional kelas A, atau pasti menyebabkan masalah operasional yang kurang serius, atau pasti akan mengurangi tahan hidup atau meningkatkan biaya perawatan.

Cacat kelas C - Agak serius. Unit yang mungkin gagal dalam pelayanan atau menyebabkan kesulitan yang kurang serius daripada masalah operasional atau mungkin mengurangi tahan hidup atau meningkatkan biaya pemeliharaannya.

Cacat kelas D - Kecil. Unit ini tidak akan gagal dalam pelayanan, tetapi mempunyai cacat kecil dalam bentuk akhir.

Misalkan  $X_A$ ,  $X_B$ ,  $X_C$ , dan  $X_D$  masing-masing menunjukkan banyak cacat kelas atau dalam hal khusus hanya menunjukkan tipe ketidaksesuaian A, B, C dan D dalam unit

pemeriksaan. Kita anggap bahwa tiap kelas cacat atau tipe ketidaksesuaian adalah independen dan dimodelkan dengan baik oleh distribusi poisson. Maka kita definisikan banyak kerusakan dalam unit pemeriksaan sebagai berikut :

$$D = a_1 X_A + a_2 X_B + a_3 X_C + a_4 X_D$$

Konstan  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  dan  $a_4$  menunjukkan bobot kerusakan.

Untuk produk yang sangat kompleks seperti mobil, pesawat, komputer dan lain-lain, konstan  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  dan  $a_4$  mempunyai bobot yang berbeda-beda tergantung situasi dan kondisinya.

Untuk produk papan laminating konstan  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  dan  $a_4$  mempunyai bobot kerusakan yang sama. Oleh karena itu banyak kerusakan dalam unit pemeriksaan dapat disederhanakan sebagai berikut :

$$D' = X_A + X_B + X_C + X_D$$

Dapat diperlihatkan variabel random  $D'$  berdistribusi poisson dengan parameter :

$$\lambda = \lambda_A + \lambda_B + \lambda_C + \lambda_D$$

Suatu produk yang mempunyai  $k$  tipe ketidaksesuaian, maka variabel random  $D'$  dapat kita tulis sebagai :

$$D' = X_1 + X_2 + \dots + X_k$$

Jika  $X_1$ ,  $X_2$ , ...,  $X_k$  adalah variabel random yang didistribusi secara bebas, masing-masing mempunyai distribusi poisson  $\lambda_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ .

dan  $D' = X_1 + X_2 + \dots + X_k$ , maka  $D'$  mempunyai distribusi poisson dengan parameter :

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k$$

Fungsi pembangkit dari X adalah

$$\begin{aligned}
 M_X(t) &= E[e^{tx}] \\
 &= \sum_{x=0}^{\infty} e^{tx} \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \\
 &= e^{-\lambda} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{(\lambda e^t)^x}{x!} \\
 &= e^{-\lambda} \left( 1 + \frac{\lambda e^t}{1!} + \frac{(\lambda e^t)^2}{2!} + \dots \right) \\
 &= e^{-\lambda} e^{\lambda e^t} \\
 &= e^{\lambda(e^t - 1)}
 \end{aligned}$$

Fungsi pembangkit momen dari variabel random  $D'$  :

$$\begin{aligned}
 M_{D'}(t) &= M_{X_1+X_2+\dots+X_k}(t) \\
 &= E[e^{t(X_1+X_2+\dots+X_k)}] \\
 &= E\left[\prod_{i=1}^k e^{tX_i}\right] \\
 &= \prod_{i=1}^k E[e^{tX_i}] \\
 &= \prod_{i=1}^k e^{\lambda_i(e^t - 1)} \\
 &= e^{(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k)(e^t - 1)}
 \end{aligned}$$

Yang mana dikenal sebagai fungsi pembangkit momen dari sebuah variabel random poisson dengan parameter

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k$$

Misalkan digunakan suatu sampel dengan n unit



pemeriksaan. Maka banyak kerusakan per unit adalah :

$$u = \frac{D'}{n}$$

dengan  $D'$  adalah banyak kerusakan dalam semua  $n$  unit pemeriksaan. Karena  $u$  adalah kombinasi linier variabel random poisson independen maka  $u$  juga variabel random poisson. Akibatnya, statistik  $u$  dapat digambarkan pada grafik pengendali dengan parameter berikut

$$B P A = \bar{u} + 3 \hat{\sigma}_u$$

$$\text{Garis Tengah} = \bar{u}$$

$$B P B = \bar{u} - 3 \hat{\sigma}_u$$

dengan

$$\bar{u} = \bar{u}_A + \bar{u}_B + \bar{u}_C + \bar{u}_D$$

$$\hat{\sigma}_u = \sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

$\bar{u}_A, \bar{u}_B, \bar{u}_C$  dan  $\bar{u}_D$  menunjukkan banyak cacat kelas atau tipe ketidaksesuaian A, C, B, dan D rata-rata per unit. Nilai-nilai  $\bar{u}_A, \bar{u}_B, \bar{u}_C$  dan  $\bar{u}_D$  diperoleh dari analisis data pendahuluan, yang diambil ketika proses dianggap bekerja dalam keadaan terkendali.

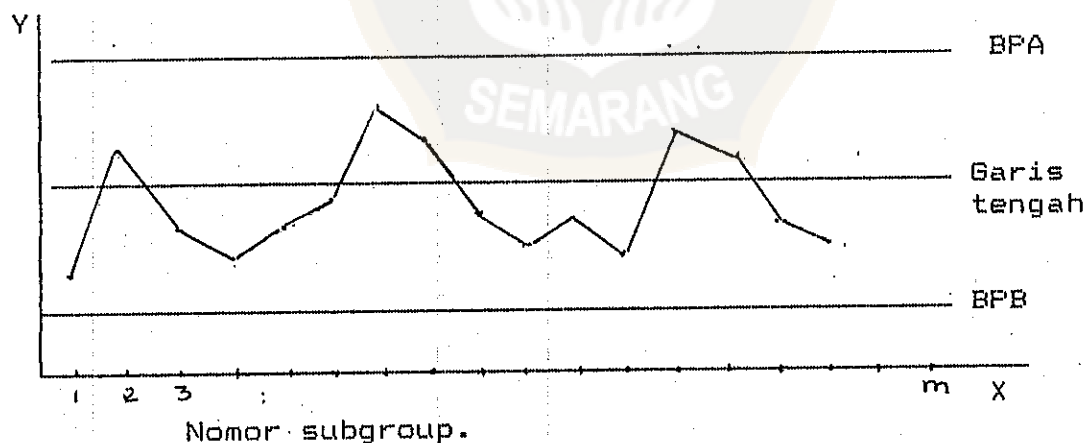
### 3.4. Analisis Pola Grafik Pengendali

Suatu grafik pengendali dapat menunjukkan keadaan tak terkendali apabila satu atau beberapa titik jatuh diluar batas pengendali.

Dalam menginterpretasikan pola grafik  $\bar{X}$  dan R

terkendali atau tidak. Beberapa gangguan proses tampak pada grafik  $\bar{X}$  dan R. Jika grafik  $\bar{X}$  dan R keduanya menunjukkan pola tak random, strategi yang terbaik adalah menghilangkan gangguan proses grafik R. Dalam banyak hal secara otomatis akan menghilangkan pola tak random pada grafik  $\bar{X}$ . Jangan sekali-kali menginterpretasikan grafik  $\bar{X}$  apabila grafik R menunjukkan keadaan tak terkendali.

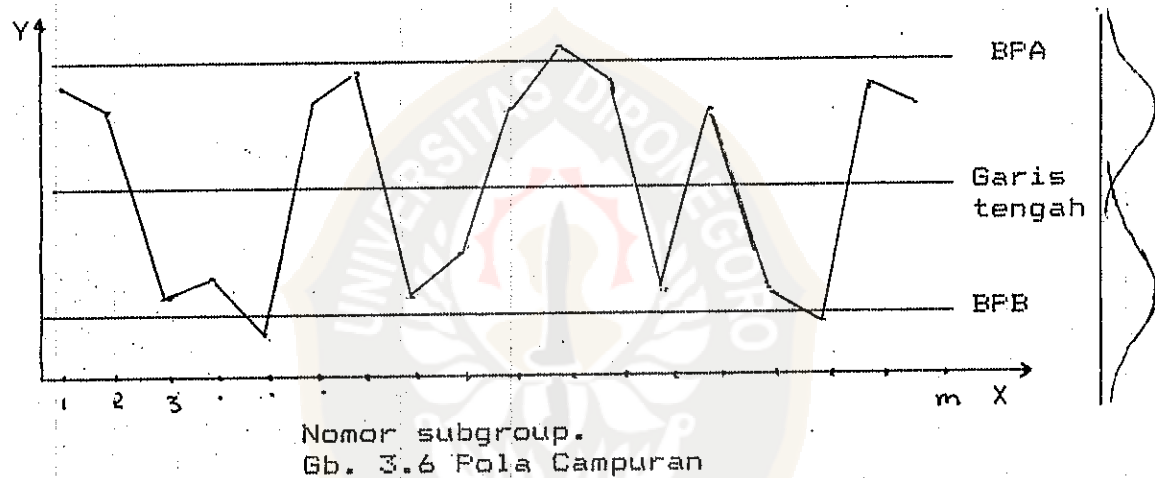
Pola Siklis kadang-kadang tampak pada grafik pengendali. Satu contoh ditunjukkan dalam gb. 3.5 pola grafik  $\bar{X}$  seperti itu mungkin merupakan akibat lingkungan yang sistematis seperti, temperatur, kelelahan Operator, perputaran operator, fluktuasi dalam voltase atau tekanan atau variabel lain dalam produksi. Kadang-kadang grafik R akan menampakkan gerakan siklis karena jadwal pemeliharaan, kelelahan operator, ketidak tahanan alat sebagai akibat variabilitas yang terlalu besar.



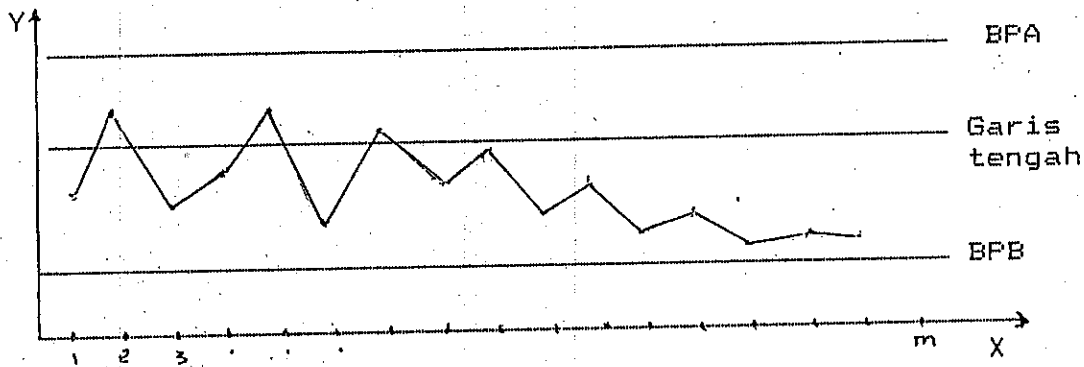
Nomor subgroup.  
Gb. 3.5 Putaran Grafik Pengendali.

Suatu campuran ditunjukkan apabila titik yang tergambar cenderung jatuh dekat atau sedikit diluar batas pengendali, dengan titik-titik yang relatif sedikit dekat

garis tengah. Seperti Gb. 3.6 pola campuran ditimbulkan oleh dua ( atau lebih ) distribusi pembentuk hasil proses yang tumpang suh. Distribusi probabilitas dikaitkan dengan pola campuran dalam Gb.3.6 ditunjukkan pada sisi kanan gambar. Kesederhanaan pola campuran tergantung seberapa jauh distribusi itu tumpang suh. Kadang-kadang pola campuran merupakan akibat pengendalian terlalu ketat, bukan karena sebab-sebab sistematis melainkan variasi random dalam hasil produksi.



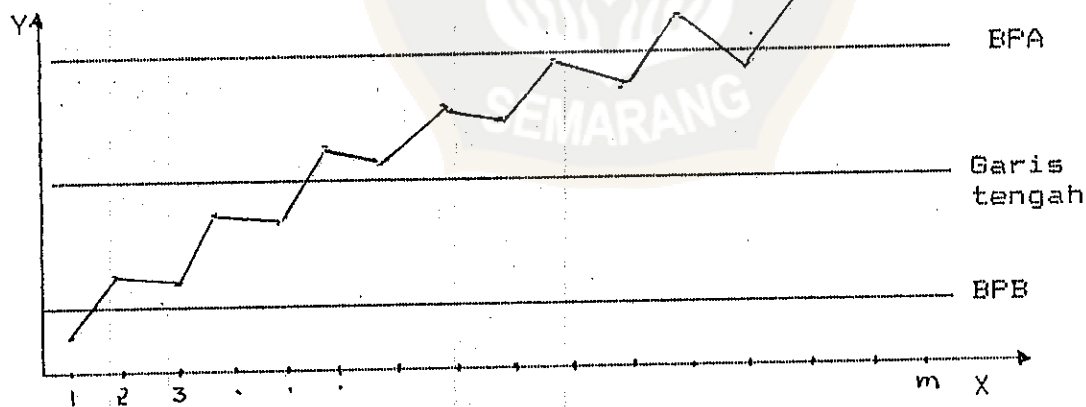
Suatu pola pergeseran dalam tingkat proses dilukiskan dalam Gb.3.7 Pergeseran ini mungkin akibat dari pengenalan, karyawan, metode, bahan baku, atau mesin baru, atau perubahan dalam standar pemeriksaan, atau perubahan dalam ketrampilan atau motivasi operator. Kadang-kadang perbaikan dalam ketrampilan proses terlihat setelah pengenalan grafik pengendali hanya karena faktor motivasi yang mempengaruhi karyawan.



Nomor subgroup.

Gb. 3.7 Pergeseran dalam tingkat proses

Suatu trend, atau gerakan kontinue dalam satu arah, ditunjukkan pada grafik pengendali Gb 3.8 Trend biasanya disebabkan karena kelelahan yang pelan-pelan atau kemunduran suatu alat atau komponen kritis yang lain. Dalam proses kimia trend kerap kali terjadi karena pengendapan atau pemisahan komponen campuran. Trend dapat juga karena merupakan akibat dari sebab-sebab manusia, seperti kelelahan operator, atau kehadiran pengawas.

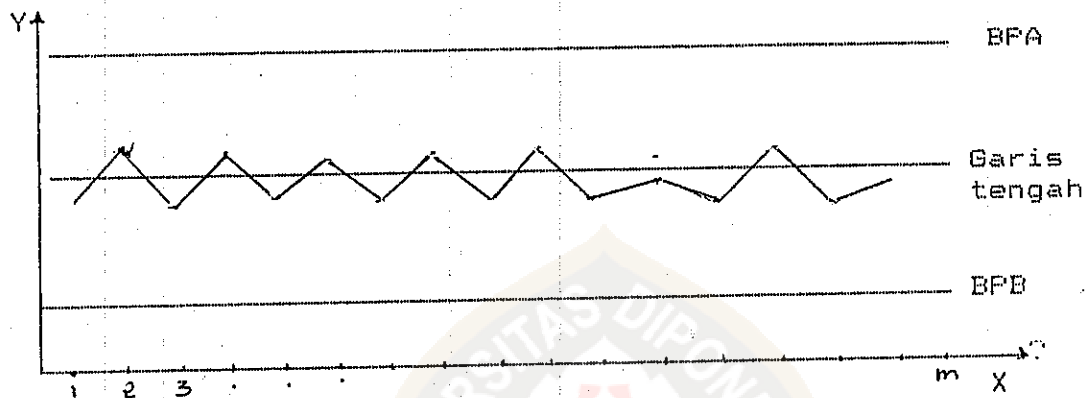


Nomor subgroup.

Gb. 3.8 Trend

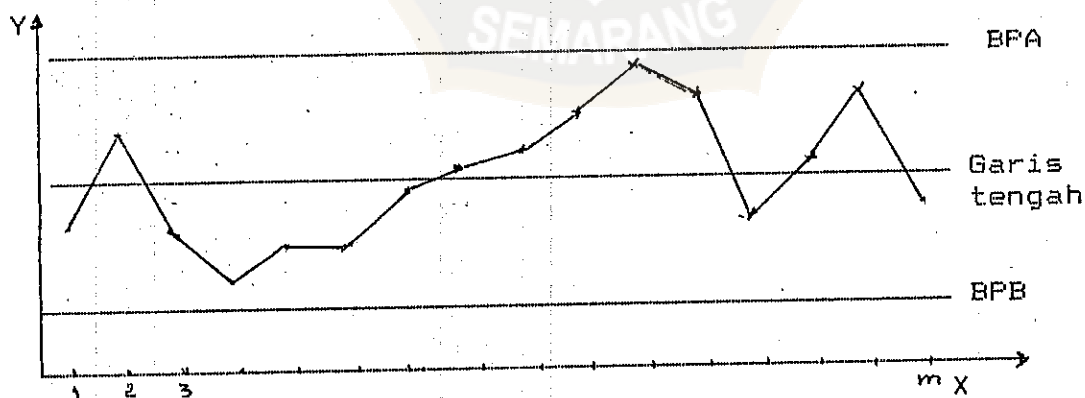
Stratifikasi, atau kecenderungan titik-titik seakan-akan berkelompok sekitar garis tengah, dilukiskan Gb.3.9 Kita catat adanya ketiadaan variabilitas dasar

dalam pola yang dialami. Satu sebab stratifikasi yang mungkin adalah perhitungan batas pengendali yang salah. Pola ini dapat juga dihasilkan apabila proses pengambilan sampel mengumpulkan satu atau beberapa unit dari beberapa distribusi pokok yang berbeda.



Nomor subgroup  
Gb.3.9 Stratifikasi

Suatu grafik pengendali dapat menunjukkan keadaan tak terkendali apabila titik-titik dalam grafik pengendali menunjukkan pola tingkah laku tak random.



Nomor subgroup.  
Gb.3.10 Grafik pengendali  $\bar{x}$

Apabila grafik  $\bar{x}$  yang ditunjukkan dalam Gb.3.10 meskipun titik-titik jatuh dalam batas pengendali, titik-titik itu

tidak menunjukkan terkendali statistik karenanya polanya sangat tidak random, kita seharusnya mengharapkan distribusi titik-titik diatas dan dibawah garis tengah kira-kira sama dan juga dapat dilihat titik-titik yang berturutan tambah besar. Susunan titik semacam itu dinamakan giliran. Suatu giliran dengan panjang 8 titik atau lebih diambil sebagai keadaan tak terkendali. Karena terjadinya dalam sampel random sangat rendah.

