BAB II

MATERI PENUNJANG

2.1 PERMUTASI

Definisi 1 :

Permutasi adalah barisan bilangan-bilangan $(J_1, J_2, \ldots J_n)$ dimana berlaku $J_i \neq J_k$, untuk $i \neq k$ (i dan k = 1,2,...n serta J_i salah satu bilangan asli (1,2,...n)

Contoh 2 :

(2,3,1,4,5) adalah permutasi lima buah bilangan asli

Definisi 2 :

n buah bilangan asli 1,2,...,n dapat dibentuk permutasi sebanyak $n! = n\,(n-1)\,(n-2)\ldots 2.1.$

Contoh 3 :

a, b, c

memiliki 3! = 3.2.1 = 6 permutasi

yaitu {a,b,c}, {a,c,b}, {b,a,c}, {b,c,a}, {c,a,b}, {c,b,a}

Definisi 3 :

Inversi pada suatu permutasi $(J_1, J_2, \ldots J_n)$ ialah adanya $J_k > J_i$ (J_k mendahului J_i) padahal $J_i < J_k$ (i,k = 1,2,...n)

Contoh 4 :

Pandang contoh 2

$J_2 = 3$ mendahului $J_3 = 1$, padahal $1 < 3$

$J_1 = 2$ mendahului $J_3 = 1$, padahal $1 < 2$

Definisi 4 :

Jika banyaknya inversi suatu permutasi adalah ganjil; maka disebut permutasi ganjil, sebaliknya disebut permutasi genap.

Contoh 5 :

Pandang contoh 2 :

jumlah inversi 2 makan disebut permutasi genap

2.2 MATRIKS DAN DETERMINAN

Definisi 5 :

MATRIKS adalah himpunan skalar (bilangan riil atau komplex) yang disusun/dijajarkan secara empat persegi panjang (menurut baris dan kolom). Dengan skalar-skalar disebut elemen matriks.

Contoh 6 :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Definisi 6 :

Ukuran atau ordo matriks adalah banyaknya baris (m) dan banyaknya kolom (n) ditulis (mxn)

Contoh 7 :

Pandang contoh 6 mempunyai ordo (3x4)

Definisi 7 :

Matriks bujur sangkar adalah suatu matriks dengan banyak baris (m) sama dengan banyak kolom (n) atau

m = n

Contoh 8 :

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 6 \\ 1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

Definisi 8 :

Matriks transpose dari suatu matriks A dengan ordo (mxn) adalah matriks dengan menulis baris ke-i dari matriks A i = 1,2,...,m sebagai kolom ke-i dari matriks transpose ditulis A^T dengan ordo (nxm)

Contoh 9 :

Pandang matriks contoh 6 matriks transposenya

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Pandang matriks bujur sangkar A berordo nxn

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Definisi 9 :

Determinan dari matriks A dengan ordo nxn adalah jumlah dari n! hasil kalibertanda dari elemen-elemen tersebut ditulis dengan

$$|A| = \sum_{i=1}^{n} \in (J_1,J_2,\dots J_n)\ a_1J_1 a_2J_2 \ \dots\ a_nJ_n$$

dengan

$(J_1,J_2,\dots J_n)$ adalah permutasi dari bilangan asli

$\in(J_1,J_2,\dots J_n)$ = + , bila permutasi genap

– , bila permutasi ganjil

Contoh 10 :

Pandang matriks bujur sangkar berordo (4x4)

$$A^t = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$|A| = (-2 + 5 + 54 - 7) = 50$

Definisi 10

Submatriks M_{ij} dari matriks A dengan ukuran (n-1) x (n-1) adalah matriks A dimana baris ke-i dan kolom ke-j dihilangkan.

Contoh 11 :

Pandang matriks contoh 10

$$M_{14} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

Definisi 11 :

Minor adalah harga determinan dari submatriks M_{ij} atau $|M_{ij}|$

Contoh 12 :

Pandang contoh 11 $|M_{14}| = -7$

Definisi 12 :

kofaktor elemen a_{ij} dari matriks bujur sangkar A, yang ditulis A_{ij} adalah $(-1)^{i+j}$ kali harga minornya atau $\Delta_{ij} = (-1)^{i+j}\ |M_{ij}|$

Contoh 13 :

Pandang contoh 11, $\Delta_{14} = (-1)^{(1+4)}\ |M_{14}| = 7$

SIFAT-SIFAT DETERMINAN

1) Determinan suatu matriks A sama dengan determinan matriks transposenya atau $|A| = |A^T|$

2) Tanda determinan berubah apabila 2 baris/kolom ditukar tempatnya, apaila dilakukan transformasi elementer jenis pertama [H_{ij} (A), K_{ij} (A)] satu kali terhadap matriks A maka nilai determinannya akan bertukar tanda.
3) Harga determinan akan berubah menjadi λ kali apabila suatu baris/kolom dikalikan λ (suatu skalar)
4) Harga determinan tidak berubah apabila baris atau kolom ke-i ditambah dengan λ baris/kolom ke-j
5) Determinan dari sesuatu matriks sama dengan jumlah perkalian elemen-elemen dari sembarang baris/kolom dengan kofaktor-kofaktornya.

2.3 PERSAMAAN LINIER

Definisi 13 :

Bentuk $a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n = b$, disebut persamaan linier dalam $x_1, x_2, \ldots, x_n$ dengan skalar a_i = ($i = 1,2,\ldots,n$) disebut koefisien dan b_1 disebut konstanta dari persamaan linier

Contoh 14 :

$2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 5$ adalah persamaan linier

Definisi 14

$x_j = k_j$ disebut solusi dari persamaan linier apabila memenuhi $a_1k_1 + a_2k_2 + \ldots + a_nk_n = b$ dengan (j = $1,2,\ldots,n$)

Suatu persamaan linier yang jumlahnya lebih dari satu disebut persamaan linier yang memiliki bentuk

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n = b_i \ , \ (i = 1,2,\dots m)$$

Apabila $b_i = 0$ disebut persamaan linier homogen.

Apabila $b_i \neq 0$ disebut persamaan linier non homogen.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

adalah matriks koefisien sistim persamaan linier non non homogen

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

adalah matriks variabel konstanta B dari sistim persamaan linier non homogen

$$B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

adalah matriks konstanta B dari sistim persamaan linier non homogen dan

$$(A:B) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} & b_m \end{bmatrix}$$

disebut matriks lengkap.

Sistim persamaan linier non homogen apabila memiliki jumlah persamaan linier yang sama dengan banyaknya variabel x misalnya n disebut sistim persamaan linier non homogen derajat n.

Untuk mencari solusi sistim persamaan linier non homogen derajat n dapat digunakan ATURAN CRAMER yang memiliki bentuk :

$$X_k = \frac{D_k}{|A|} \ , \ |A| \neq 0 \ , \text{ dimana}$$

X_k : solusi dari sistim persamaan linier non homogen derajat n ($k = 1,2, \ldots ,n$)

$|A|$: Determinan dari matriks koefisien A

D_k : Determinan dari matriks koefisien A yaitu $|A|$ dengan menggantikan kolom ke-k dengan harga persamaan B

Untuk n cukup besar, maka D_k dapat dihitung dengan menggunakan kofaktor

TEOREMA 1 :

Sistim persamaan linier non homogen derajat n yang memiliki matriks koefisien A dan matriks konstanta B, maka

$$D_k = \sum_{i=1}^{n} b_i \; \Delta ik, \; (i,k = 1,2, \ldots, n) \text{ dimana}$$

D_k = determinan dari matriks koefisien A dengan menggantikan kolom ke-k dengan harga persamaan B

b_i = harga persamaan baris ke-i

Δ_{ik} = kofaktor elemen baris de-i kolom ke-k

BUKTI :

$$D_k = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1(k-1)} & b_1 & a_{1(k+1)} & \ldots & a_{1n} \\ a_{12} & a_{22} & \ldots & a_{2(k-1)} & b_2 & a_{2(k+1)} & \ldots & a_{2n} \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{n(k-1)} & b_n & a_{n(k+1)} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

menurut sifat-sifat determinan, determinan dari suatu matriks sama dengan jumlah perkalian elemen-elemen sembarang baris/kolom dengan kofaktor-kofaktornya. Akan diuraikan dengan kolom ke-k. Karena kolom ke-k dari matriks koefisien A telah diganti dengan harga persamaan B, maka

$$D_k = b_1\ \Delta_{1k} + b_2\ \Delta_{2k} + \ldots + b_n\ \Delta_{nk}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} b_i\ \Delta_{ik} \ \ldots\ldots\ldots \text{ terbukti}$$

Akibat aturan Craner yang berbentuk $x_k = \dfrac{D_k}{|A|}$, $|A| \neq 0$ dapat dinyatakan sebagai

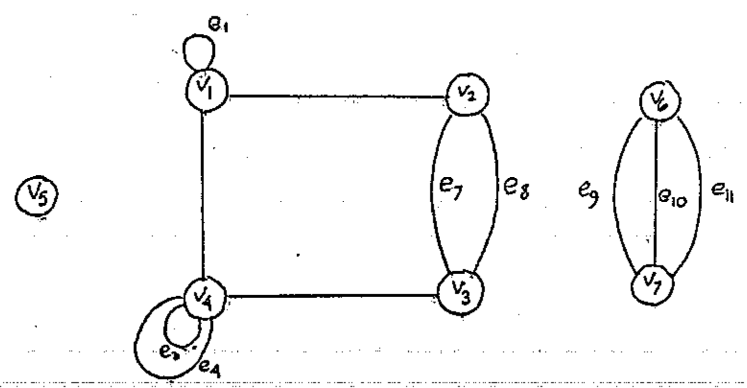
$$x_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} b_i\ \Delta_{ik}}{|A|} , \ (i,\ k = 1,2,\ldots,n)$$

2.4 DIRECTED GRAPH

Definisi 15 :

Suatu Graf, G = (V,E) adalah himpunan titik (V) dimana $V = \{V_i,\ i = 1,2,\ldots,n)$ dan himpunan garis graf (E) dimana $E = \{\ e_j, j= 1,2,\ldots,m\}$, e_j adalah garis penghubung antara titik satu dengan titik yang lainnya atau $e = (v_i,v_k)$, $\{i,k = 1,2,\ldots,n\}$

Contoh 15 :



gambar.2

Definisi 16 :

LOOP adalah suatu garis graf yang memiliki satu titik yang sama atau titik awal (initial mode)dan titik akhir (terminal node) yang sama. Dapat ditulis $e_j = (v_i, v_t)$ $\{j = 1,2,...,m\}$

Contoh 16 :

Padang Gambar 2

e_1 adalah loop pada v_1

$e_3.e_4$ adalah loop pada v_4

Definisi 17 :

Garis pararel (parallel Graph) adalah garis yang menghubungkan sepasang titik, atau ditulis

$(v_i,v_j)_1$, $(v_i,v_j)_2$, ..., $(v_i,v_j)_k$, $k \geq 2$

Contoh 17 :

Pandang Graf gambar 2

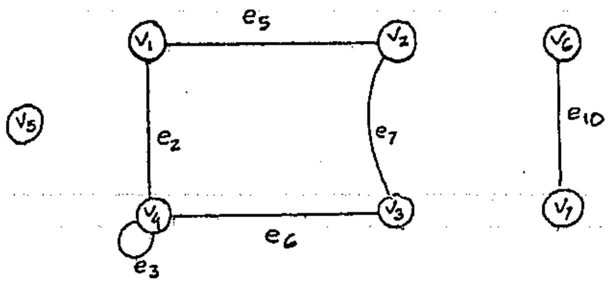
titik (V_2,V_3) mempunyai garis-garis paralel $e_6 = (V_2,V_3)_1$, $e_7 = (V_2,V_3)_2$

titik (V_6,V_7) mempunyai garis-garis paralel $e_9 = (V_6,V_7)_1$, $e_{10} = (V_6,V_7)_2$, $e_{11} = (V_6,V_7)_3$

Definisi 18 :

SUBGRAPH dari sebuah graf $G = (V,E)$ adalah sebuah graf $G_s = (V_s,E_s)$ dimana $V_s \subset V$ dan $E_s \subset E$

Contoh 18 :



gambar.3

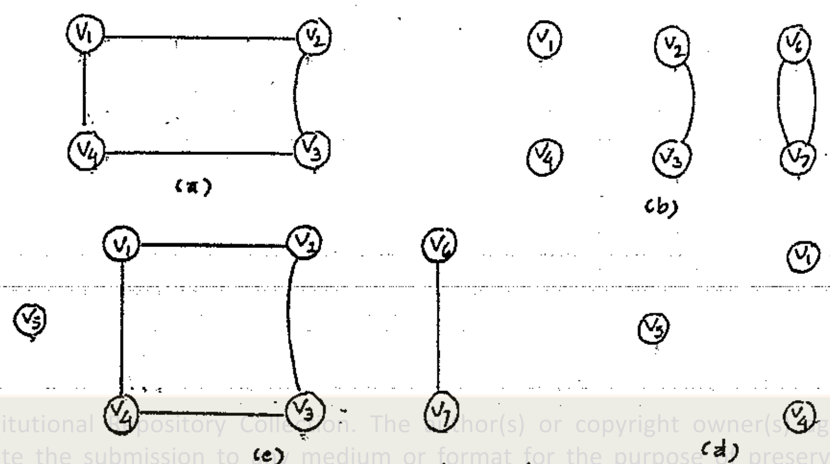
merupakan subgraf dari graf gambar.2

JENIS-JENIS SUBGRAPH

1. Subgraf murni (PROPER SUBGRAPH) adalah suatu subgraf G_s dari sebuah graf G, apabila V_s atau E_s merupakan himpunan bagian yang murni
2. Subgraf bentangan (SPANNING SUBGRAPH) adalah suatu subgraf G_s dari subgraf G, apabila $V_s = V$
3. Suatu subgraf $G_s = (V_s, E_s)$ dikatakan null subgraph apabila himpunan E_s kosong

Contoh 19 :

Pandang graf gambar



gambar.4

pada gambar 4.(a) dan 4.(b) adalah proper subgraph 4.(c) adalah spanning subgraf, 4.(d) adalah nullsubgraf

Definisi 19 :

Jika sebuah titik V_i adalah titik akhir dari suatu garis graf e_j, maka V_i dan e_j disebut incident satu dengan yang lainnya.

Contoh 20 :

Pada gambar.2 garis-garis Graf e_6, e_7, e_8 incident dengan V_3

Definisi 20 :

Titik terasing (ISOLATED NODE) adalah titik yang tidak incident dengan suatu garis

Contoh 21 :

Pada gambar.2 V_5 merupakan isolsted node

Definisi 21 :

Dua garis graf non paralel dikatakan adjacent jika mereka incident pada sebuah titik yang sama

Contoh 22 :

Pada gambar.2 e_6, e_7 adjacent dengan titik V_3

Definisi 22

Dua titik dikatakan adjacent mereka dihubungkan oleh sebuah garis graf

Contoh 23 :

Pada gambar.2 V_1 dan V_2 adjacent

V_1 dan V_3 bukan adjacent

Definisi 23 :

Path adalah graf dengan garis graf dan titik tidak boleh diulang. Path tertutup disebut cycle.

Definisi 24 :

Graf terhubung (CONNECTED GRAPH) adalah jika setiap pasang titik-titiknya dihubungkan oleh path. Sebaliknya disebut tidak terhubung.

Definisi 25 :

Komponen (COMPONENT) adalah setiap subgraf yang terhubung.

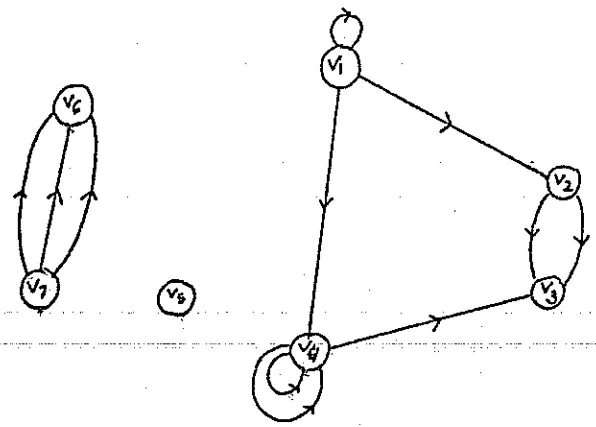
Definisi 26 :

Rank dari graf G dengan n titik dan c komponen adalah r = n - c.

Definisi 27 :

Suatu graf disebut graf berarah (DIRECTED GRAPH) apabila ada garis berarah dari V_i (titik awal) ke V_k (titik akhir). Selanjutnya disebut DIGRAPH diberi simbol G_d.

Contoh 24 :



gambar.5

Definisi 28 :

Garis paralel (PARALLEL EDGES) dari suatu directed graf adalah berarah dimana V_i titik awal dan V_j titik akhir dengan bentuk $(V_i,V_j)_1$, $(V_i,V_j)_2$, ..., $(V_i,V_j)_k$, $k \geq 2$

Contoh 25 :

Pandang directed graf pada gambar.5

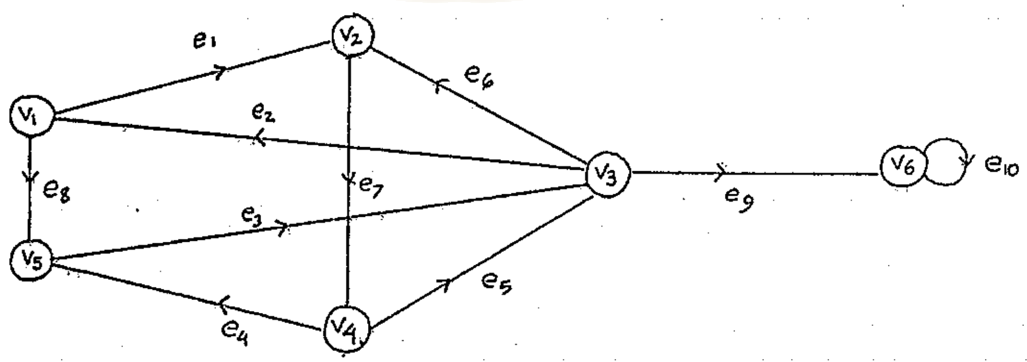
$(V_6,V_7)_1$, $(V_6,V_7)_2$ garis paralel

$(V_2,V_3)_1$, $(V_2,V_3)_2$ garis paralel

Definisi 29 :

Barisan garis berarah (DIRECTED EDGES SEQUENS) dari suatu directed graf G_d dengan panjang k-1 adalah suatu barisan garis berarah dengan $(V_1,V_2),(V_2,V_3)$, ..., (V_{k-1},V_k) dengan $k \geq 2$ atau e_1,e_2, ... e_{k-1}

Contoh 26 :



gambar.6

$e_1,e_7,e_5,e_2,e_8,e_3,e_6,e_7,e_5$ adalah barisan garis berarah dengan panjang 9

Definisi 30 :

Barisan garis berarah dikatakan tertutup bila V_i (titik awal) sama dengan V_k (titik akhir) atau $V_i = V_k$, sebaliknya terbuka apabila $V_i \neq V_k$

Contoh 27 :

Pada directed graf gambar.6

e_1, e_7, e_5 barisan garis berarah terbuka.

e_3, e_2, e_8 barisan garis berarah tertutup.

Definisi 31 :

Lintasan garis berarah (DIRECTED EDGE TRAIN) adalah garis berarah dalam digraf G_d dengan lintasan garis berarah yang berbeda dari titik V_i ke titik akhir V_j

Definisi 32 :

DIRECTED PATH dari suatu digraf G_d adalah suatu lintasan garis berarah yang terbuka dimana titik $V_1, V_2, \ldots, V_k$ berbeda dengan panjang k - 1

Definisi 33 :

Sirkuit berarah (DIRECTED CIRCUIT) dari suatau digraf G_d adalah suatu lintasan garis berarah yang tertutup dimana titik-titik $V_1, V_2, \ldots, V_k$ berbeda dengan panjang k atau $V_1 = V_k$

Contoh 28 :

Pada digraf gambar.6

$e_1, e_7, e_5, e_2, e_8, e_3, e_9, e_{10}$ adalah lintasan garis berarah e_1, e_7, e_5, e_9 adalah directed path berarah dengan panjang 4

e_1, e_7, e_4, e_3, e_2 adalah sirkuit berarah dengan panjang 5

Jadi suatu loop adalah merupakan suatu sirkuit berarah dengan panjang 1.

Definisi 34 :

Derajat keluar (OUTGOING DEGREE) dari titik dalam digraf G_d, adalah banyaknya garis graf dari G_d yang memiliki V_i sebagai titik awal, ditulis $d^+(V_i)$

Contoh 29 :

Pada digraf gambar.6

$d^+(V_1) = d^+(V_4) = 2$, $d^+(V_3) = 3$

$d^+(V_2) = d^+(V_6) = d^+(V_5) = 1$

Definisi 35 :

Derajat masuk (INCOMING DEGREE) dari titik dalam digraf G_d adalah banyaknya garis graf dari G_d yang memiliki V_i sebagai titik akhir, ditulis $d^-(V_i)$

Contoh 30 :

Pada digraf gambar.6

$d^-(V_1) = d^-(V_4) = 1$

$d^-(V_2) = d^-(V_3) = d^-(V_5) = d^-(V_6) = 2$

Jadi masing-masing titik dalam digraf G_d memiliki derajat keluar maupun derajat masuk , jika $d(V_i)$ menyatakan banyaknya garis dalam digraf G_d yang berpangkal dititik V_i (sebagai titik awal atau titik akhir) maka

$$d(V_i) = d^+(V_i) + d^-(V_i)$$

Untuk suatu digraf G_d jumlah seluruh derajat keluar $d^+(V_i)$ sama dengan jumlah dari seluruh derajat masuk

$d^-(V_i)$ atau

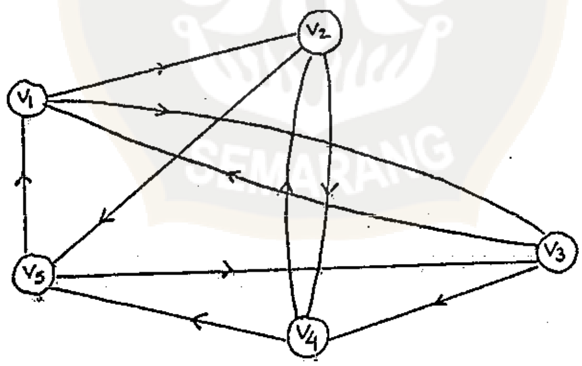
$$\sum_{i=1}^{n} d^+(V_i) = \sum_{i=1}^{n} d^-(V_i)$$

Pada digraf gambar.6 mempunyai jumlah derajat keluar dan jumlah derajat masuk sama dengan 10.

Definisi 36 :

Digraf teratur (REGULAR DIGRAPH) dengan derajat k apabila $d^-(V_i) = d^+(V_i) = k$, untuk setiap titik-titik V_1 dalam digraf G_d.

Contoh 31 :



gambar.7

merupakan regular graph dengan derajat 2

$d^+(V_1) = d^+(V_2) = d^+(V_3) = d^+(V_4) = d^+(V_5) = 2$

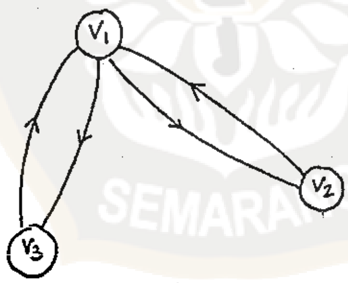
$d^-(V_1) = d^-(V_2) = d^-(V_3) = d^-(V_4) = d^-(V_5) = 2$

Sehingga sirkuit berarah adalah suatu digraf teratur yang terhubung dengan derajat 1

Definisi 37

Suatu digraf G_d dikatakan SIMETRIK DIGRAF apabila untuk setiap garis berarah (V_i, V_j) dimana V_i titik awal dan V_j titik akhir dari G_d akan terdapat garis berarah lainnya (V_j, V_i) dengan V_j titik awal dan V_i titik akhir.

Contoh 37 :



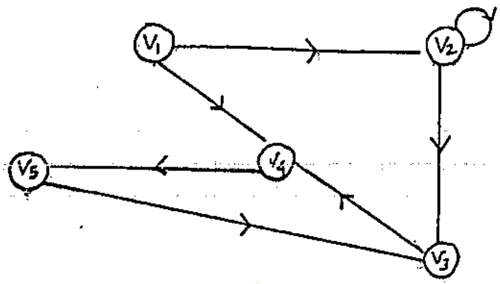
gambar.8

Definisi 38 :

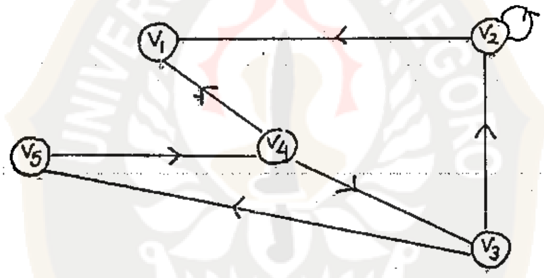
Suatu digraf dikatakan digraf konvers G^R dari suatu digraf G_d yaitu digraf dengan arah dari setiap garis berarahnya berlawanan dengan arah setiap garis berarah dari digraf G_d pada setiap pasang titiknya.

Contoh 33 :

Pandang digraf G_d



Maka digraf konversinya G^R



gambar.9

2.5 MATRIKS-MATRIKS DARI DIRECTED GRAF

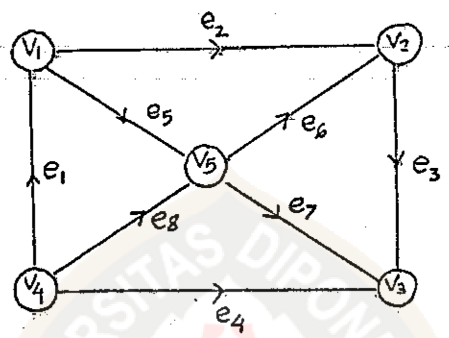
Definisi 39 :

MATRIKS INCIDENCE dari suatu directed graf G_d dengan n titik dan m garis berarah dan tidak memiliki loop adalah matriks $A_a = [a_{ij}]$ yang berukuran nxm yang memiliki elemen.

$$a_{ij} \begin{cases} = 1 , & \text{jika titik } V_i \text{ adalah titik awal dari garis berarah } e_j \\ = -1 , & \text{jika titik } V_i \text{ adalah titik akhir dari garis berarah } e_j \\ = 0 , & \text{jika garis berarah } e_j \text{ tidak incident dengan titik } V_i \end{cases}$$

Contoh 34 :

Pandang directed graf sebagai berikut



gambar.10

Cara membuat matriks incidence dengan mengkorespondesikan setiap baris dengan titik dalam G_d dan setiap kolom dengan garis berarah dalam G_d.

Matriks incidence gambar.11

$$
A_a : \begin{array}{c} \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 & e_7 & e_8 \end{array} \\
\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \end{array}
$$

Definisi 40 :

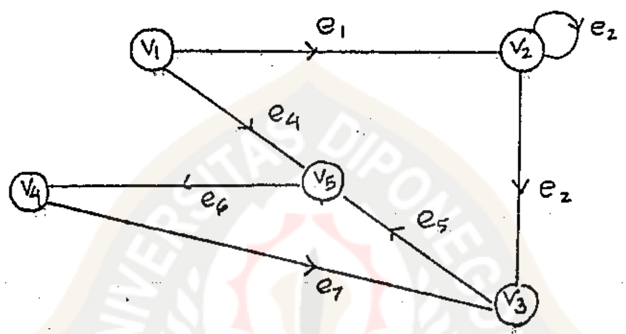
(tetangga)

MATRIKS ADJACENCY X = $[X_{ij}]$ dari suatu directed graf G_d dengan n titik yang tidak mengandung garis paralel dan loop lebih dari satu pada sebuah titik adalah matriks dengan ordo n yang memiliki elemen-elemen.

$$X_{ij} \begin{cases} = 1 \text{ , jika ada garis berarah dari titik } V_i \text{ ke titik } V_j \\ = 0 \text{ , jika tidak ada garis berarah.} \end{cases}$$

Contoh 35 :

Pandang directed Graf G_d



gambar.11

matriks adjacencynya

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Teorema 2 :

Jika x matriks adjacency dari directed graf G_d maka matriks transpose X^T dari X adalah merupakan matriks adjacency dari directed graf konvers G^R.

Bukti :

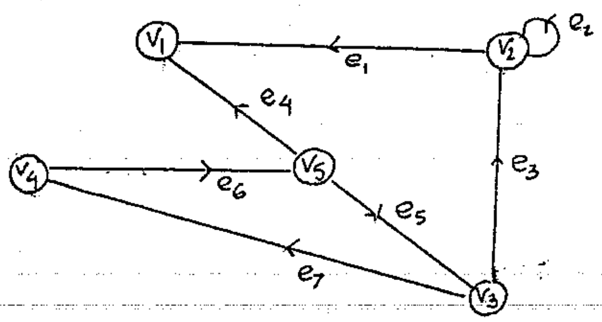
X^T adalah matriks transpose dari matriks adjacency yang berasal dari directed graf G_d maka baris ke-i dalam x sebagai kolom ke-j pada X^T (i,j = 1,2,...,n). Baris ke-i pada matriks x dari G_d yang bernilai 1 akan merupakan garis berarah yang menghubungkan sepasang titik yaitu V_i ke titik V_j atau $e = (V_i, V_j)$. Sedangkan X^T dan G^R baris ke-i akan menjadi kolom ke-j pada x. Ini merupakan garis berarah yang menghubungkan titik dari V_j ke titik V_i atau $e = (V_j, V_i)$ apabila elemen bernilai 1. Dan ini merupakan garis berarah yang berlawanan arah dengan directed graf G_d. Sesuai definisi 38 disebut directed graf konvers G^R.

Contoh 36 :

Pandang contoh matriks adjacency x memiliki transpose

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

mempunyai digraf konvers G^R.



gambar.12

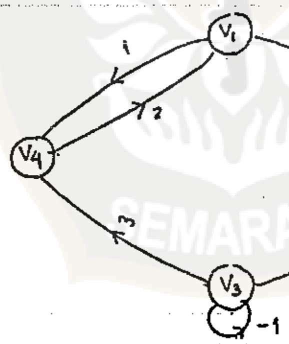
Definisi 41 :

MATRIKS BOBOT $W = (a_{ij})$ dari directed graf G_d dengan n titik yang tidak mengandung garis paralel adalah matriks dengan ordo n, yang memiliki elemen

$$W \begin{cases} = a_{ij}, & \text{jika ada garis berarah dari titik } V_i \text{ ke titik } V_j \text{ dan } a_{ij} \text{ adalah bobot yang dimiliki garis berarah yang menghubungkan titik } V_i \text{ ke titik } V_j. \\ = 0 & \text{, jika tidak ada garis berarah.} \end{cases}$$

Contoh 37 :

pandang directed Graf G_d



gambar.13

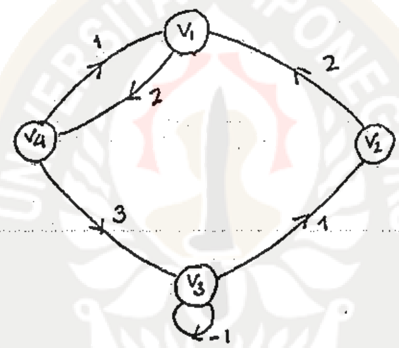
Matriks bobotnya adalah

$$W = \begin{array}{c} \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} V_1 & V_2 & V_3 & V_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Matriks transpose dari matriks bobot W yaitu W^T adalah merupakan directed graf konvers G^R dari directed graf G_d. Pada contoh diatas memiliki matriks W^T.

$$W^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

directed graf konvers G^R adalah



gambar.14