BAB I

PENDAHULUAN

I.1 PENGERTIAN / LATAR BELAKANG

Suatu sistem persamaan linier non homogen ordo n memiliki bentuk :

$$A_{11}X_1 + A_{12}X_2 + \ldots\ldots + A_{1n}X_n = b_1$$
$$A_{21}X_1 + A_{22}X_2 + \ldots\ldots + A_{2n}X_n = b_2$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$A_{n1}X_1 + A_{n2}X_2 + \ldots\ldots + A_{nn}X_n = b_n$$

Dapat disajikan dalam bentuk matriks AX = B, dengan A adalah matriks koefisien, x dan B masing-masing matriks kolom dari variabel x dan konstanta B pada sistem persamaan linier non homogen ordo n tersebut.

Directed Graf dinotasikan G_d adalah suatu graf berarah yang terdiri dari pasangan titik dan garis. Dan garis-garis berarah dalam G_d menghubungkan sepasang titik dimana salah satu sebagai titik awal dan yang lain sebagai titik akhir.

Sistem persamaan linier non homogen ordo n berkorespondensi dengan directed graf dengan variabel-variabel dalam sistem persamaan linier non homogen berkorespondensi dengan titik-titik dalam directed graf dan koefisien-koefisien variabel tersebut berkorespodensi dengan bobot pada garis-garis berarah dalam directed graf. Pada matriks sistim persamaan linier berkorespondensi dengan directed graf dengan menambahkan kolom ke (n+1) dengan konstanta (-B) pada matrik koefisien A & baris ke (n+1) dengan baris nol, dan pada directed Graf menambah satu titik yang memiliki garis-garis berarah yang berbobot-B.

Salah satu cara mencari solusi sistim persamaan linier non homogen ordo n adalah dengan cara Aturan Cramer yang memiliki bentuk

$$X_k = \frac{D_k}{|A|}, \quad |A| \neq 0 \quad \ldots \text{(I), dimana}$$

X_k = solusi dari sistim persamaan linier non homogen ordo n (k = 1,2,...,n)

D_k = Determinan dari matriks koefisien A yaitu |A| dengan menggantikan kolom ke-k dengan harga persamaan B

|A| = Determinan matriks koefisien A

Bentuk tersebut dengan metode directed graf akan diubah menjadi

$$X_k = \frac{\sum_{H_{n+1}} (-1)^{-L_H} f\left(H_{(n+1)k}\right)}{\sum_h (-1)^{-L} f(h)}, \quad (k = 1,2,..n) \ldots \text{(II)}$$

dimana

h : subgraf bentangan yang merupakan directed graf teratur dengan derajat 1

L : banyaknya sirkuit dalam h

$H_{(n+1)k}$: Subgraf bertentangan yang merupakan directed graf teratur berderajat 1 yang memiliki directed path dari titik (n+1) ke titik k

L_H : banyaknya sirkuit dalam $H_{(n+1)}$

f(h) : perkalian bobot pada tiap garis berarah dalam h

$f\left[H_{(n+1)k}\right]$: perkalian bobot pada tiap garis berarah dalam bentuk $H_{(n+1)k}$

CONTOH : 1

Pandang sistim persamaan linier non homogen ordo 2

$$2x_1 + x_2 = 1$$
$$x_1 - x_2 = 2$$

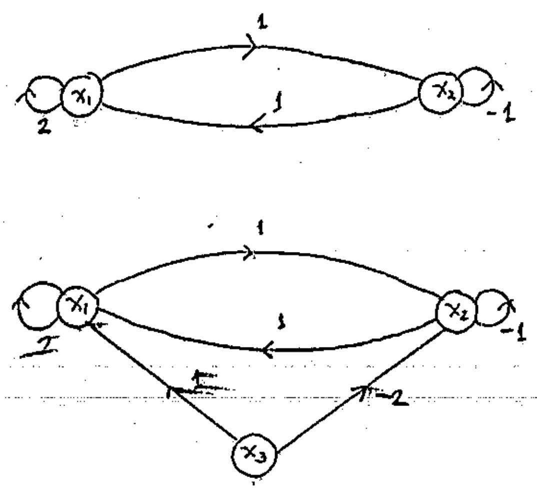
Yang memiliki matriks koefisien dan matriks lengkap Au

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \qquad A_u: \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Directed graf yang berhubungan dengan matriks koefisien A dan matriks lengkap A_u adalah $G_c(A)$ & G_c (A_u).

$G_c(A)$:

$G_c(A_u)$:



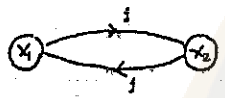
gambar.1

Pada aturan Cramer $x_k = \frac{D_k}{|A|}$, $|A| \neq 0$ dapat diperoleh melalui directed graf $G_c(A)$ dengan cara mencari h, L , f(h) dalam $G_c(A)$ dan D_k dapat diperoleh melalui directed graf $G_c(Au)$ dengan cara mencari $H_{(n+1)k}$, L , f $(H_{(n+1)k})$ dalam $G_c(Au)$.

Menghitung $|A|$, pandang $G_c(A)$ memiliki dua h

: yang memiliki L = 2,

f(h) = -2

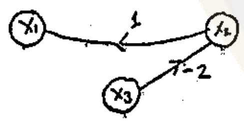


: yang memiliki L = 1,

f(h) = 1

Menghitung D_1, k = 1, pandang $G_c(Au)$ memiliki dua (H_{31})

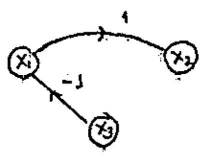
: dengan L_H = 1, $f(H_{31})$ = 1



: dengan L_H = 0, $f(H_{32})$ = -2

untuk D_2, k = 2, memiliki (H_{32}) dua buah

: dengan L_H = 1, $f(H_{32})$ = -4



: dengan L_H = 0, $f(H_{32})$ = -1

Pada persamaan II, $X_k = \dfrac{\sum_{H(n+1)} (-1)^{-L_H} f\,(H_{(n+1)k})}{\sum_{h} (-1)^{-L_H} f\,(h)}$,

(k = 1,2,...n)

maka $X_1 = \dfrac{\{ (-1)^{-1}\ (1) + (-1)^{0}\ (-2)\}}{\{ (-1)^{-2}\ (-2) + (-1)^{-1}\ (1)\}} = \dfrac{-3}{-3} = 1$

$X_2 = \dfrac{\{ (-1)^{-1}\ (-4) + (-1)^{0}\ (-1)\}}{-3} = \dfrac{3}{-3} = -1$

Jadi solusi sistim persamaan linier non homogen ordo 2 ialah $\{X_1, X_2\} = \{1, -1\}$

1.2 PERMASALAHAN

Bagaimana metode directed graf dapat digunakan pada Aturan Cramer untuk menyelesaikan sistim persamaan linier non homogen derajat n

1.3 PEMBAHASAN

Sebelum dibicarakan bagaimana metode directed graf dapat digunakan pada Aturan Cramer, pada bab II diberikan definisi matriks, jenis-jenis matriks, determinan, kofaktor dan Aturan Cramer. Pada bab II juga dibahas sistim persamaan linier homogen, directed graf dan beberapa contoh matriks-matriks dari directed graf.

Pada bab III dibahas suatu directed graf khusus yang berhubungan dengan matriks koefisien dan matriks lengkap dari sistim persamaan linier non homogen yaitu Coates Graf. Pada bab III juga dibahas bagaimana menentukan nilai determinan dan kofaktor dengan metode directed graf. Kemudian mulailah membahas metode directed graf pada Aturan Cramer dan prosedur penggunaan metode directed graf dalam penyelesaian sistim persamaan linier non homogen derajat n. Juga diberikan contoh penggunaan metode directed graf dalam rangkaian arus listrik searah.