

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. PENGERTIAN/LATAR BELAKANG

Dalam menyelesaikan penghitungan determinan umumnya dengan menggunakan prinsip dasar perluasan determinan, yaitu dengan memperhatikan permutasi dari elemen-elemen matriks tersebut. Dalam hal ini akan diperlihatkan bentuk-bentuk matriks diagonal tertentu yang nanti akan dihitung determinannya.

Adapun sebuah Determinan Matriks 5 - Diagonal Toeplitz berukuran $(n \times n)$ atau berordo $- n$ (P_n) didefinisikan sebagai berikut :

Determinan matriks yang mempunyai elemen - elemen nol dimana-mana kecuali pada kelima diagonal utamanya, dengan setiap diagonal utamanya mempunyai elemen yang sama di semua posisi.

Jadi Determinan matriks 5 - diagonal Toeplitz hanya tergantung dari 5 buah parameter menurut urutannya (x, y, z, v, w) .

Bentuk

Bentuk umum P_n dinyatakan :

$$P_n = P_n(X, Y, Z, V, W) = \begin{vmatrix} X & Y & V & 0 & \dots & \cdot & \cdot & 0 \\ Z & X & Y & V & \dots & \cdot & \cdot & 0 \\ W & Z & X & Y & \dots & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & W & Z & X & \dots & \cdot & \cdot & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & X & Y & V \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & Z & X & Y \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & W & Z & X \end{vmatrix}$$

Untuk menghitung P_n dengan orde yang cukup besar ($n > 3$) maka dengan cara prinsip dasar perluasan determinan tidak lagi efisien. Hal ini dapat dihindari dengan hanya mengoperasikan elemen-elemen dari matriks tersebut yang tidak bernilai nol, untuk itu perlu menentukan sebuah formula khusus untuk proses penghitungannya.

Contoh : P_n

Untuk n cukup besar ($n > 3$) dan parameternya adalah $X = 27$; $Y = 17$; $Z = 21$; $V = 10$; $W = 9$ maka $P_n(X, Y, Z, V, W) = P_n(27, 17, 21, 10, 9)$.

$$\begin{array}{cccccccc}
 27 & 17 & 10 & 0 & \dots & \cdot & \cdot & 0 \\
 21 & 27 & 17 & 10 & \dots & \cdot & \cdot & 0 \\
 9 & 21 & 27 & 17 & \dots & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 9 & 21 & 27 & \dots & \cdot & \cdot & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & 27 & 17 & 10 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & 21 & 27 & 17 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & 9 & 21 & 27
 \end{array}$$

Terlihat bahwa pada determinan matriks 5 - diagonal Toeplitz bentuknya mempunyai 5 diagonal utama dengan setiap diagonal utamanya mempunyai elemen yang sama di semua posisi.

P_n disebut juga sebagai determinan 5 - diagonal Toeplitz "sempurna". Untuk determinan 5 - diagonal Toeplitz "tidak sempurna" biasanya dinyatakan dengan $P_n^{\alpha\beta}$ yang tergantung dari 7 buah parameter yaitu : $X, Y, Z, V, W, \alpha, \beta$ yang mana perbedaannya dengan P_n hanya pada elemen-elemen kiri atas (1,1) dan kanan bawah (n,n). Untuk P_n , parameter $\alpha = \beta = 0$ yaitu $P_n^{00} = P_n$. Bentuk umum $P_n^{\alpha\beta}$ adalah :

$$P_n = P_n(X, Y, Z, V, W) = \begin{array}{cccccccc}
 X - \alpha & Y & V & 0 & \dots & \cdot & \cdot & 0 \\
 Z & X & Y & V & \dots & \cdot & \cdot & 0 \\
 W & Z & X & Y & \dots & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & W & Z & X & \dots & \cdot & \cdot & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & X & Y & V \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & Z & X & Y \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & W & Z & X - \beta
 \end{array}$$

Contoh : Pn

Untuk n cukup besar ($n > 3$) dan parameter-parameternya adalah $X = 27 ; Y = 17 ; Z = 21 ; V = 10$
 $W = 9 ; \alpha = 15 ; \beta = 6$ maka :

$$P_n^{\alpha\beta}(X, Y, Z, V, W) = P_n^{(15)(16)}(27, 17, 21, 10, 9) =$$

(27-15)	17	10	0	0
21	27	17	10	0
9	21	27	17	0
0	9	21	27	0
.....							
0	27	17	10
0	21	27	17
0	9	21	(27-6)

Dari contoh $P_n^{\alpha\beta}$ diatas terlihat bahwa perbedaan antara $P_n^{(15)(6)}$ dan P_n hanyalah pada elemen-elemen kiri atas yaitu (27-15) dan kanan bawah yaitu (27-6) dimana pada parameter $\alpha = \beta = 0$

1.2. PERMASALAHAN

Bagaimana membentuk formula untuk mencari P_n di dalam sebuah persamaan yang mencakup polinomial chebychev jenis kedua order $-(n+1)$ dengan terlebih dahulu membuat formula untuk mencari $P_n^{\alpha\beta}$

1.3. PEMBAHASAN.

Dengan menggunakan definisi dan teorema dasar

yang ada, akan dibahas teorema-teorema sbb :

- Metode perluasan determinan untuk memperlihatkan bahwa $P_n^{\alpha\beta}$ merupakan kombinasi linier 3 buah P_n dengan order berurutan.
- P_n adalah perkalian dua buah Determinan 3 - diagonal Toeplitz order- n (D_n).

Di dalam bab III dibahas tentang formula untuk mencari P_n bentuk-bentuk khusus dari P_n juga disertakan contoh-contoh yang saling berhubungan.

Selanjutnya pada bab IV dibahas mengenai fungsi pembangkit determinan matriks 5 - diagonal Toeplitz, sedangkan pada bab II dibahas tentang Polinomial Chebyshev jenis kedua order- n $U_n(x)$ yang dapat dinyatakan dalam beberapa bentuk yang saling ekuivalen sebagai penunjang Bab III. Kemudian bab I merupakan pendahuluan dan bab V sebagai kesimpulan.

SEMARANG