

BAB II

MASALAH PENUGASAN

II.1. Model Matematika

Definisi : Masalah penugasan adalah suatu masalah yang mengharuskan untuk menugaskan n pekerja pada m pekerjaan yang ada sehingga dicapai suatu keadaan yang optimal

Dari definisi di atas, jika :

i menyatakan pekerja. ($i = 1, 2, \dots, n$)

j menyatakan pekerjaan. ($j = 1, 2, \dots, m$)

C_{ij} ongkos pekerja i menyelesaikan pekerjaan j

maka suatu keadaan yang optimal akan dicapai jika

$$\sum_i \sum_j C_{ij} \text{ minimal untuk masalah minimal.}$$

dan

$$\sum_i \sum_j C_{ij} \text{ maksimal untuk masalah maksimal.}$$

Salah satu contoh masalah penugasan adalah masalah yang menyangkut pemberian tugas kepada individu, baik orang atau peralatan untuk

menyelesaikan suatu pekerjaan biaya semurah mungkin. Masalah tersebut dapat dijelaskan sebagai berikut :

misal ada n individu (orang atau peralatan) dan m pekerjaan atau tugas.

Problemanya adalah memberi tugas kepada masing-masing individu untuk menyelesaikan pekerjaan dengan biaya yang semurah mungkin.

Secara umum problema tersebut dapat disajikan dalam bentuk matrix $n \times m$ seperti pada gambar 1 di bawah ini :

		Pekerjaan			
		1	2	...	m
Pekerja	1	C_{11}	C_{12}	...	C_{1m}
	2	C_{21}	C_{22}	...	C_{2m}

	n	C_{n1}	C_{n2}	.	C_{nm}

Gb. 1

Misal C_{ij} menyatakan ongkos pekerja i menyelesaikan pekerjaan j dengan $i = 1, 2, \dots, n$ dan $j = 1, 2, \dots, m$.

Maka fungsi obyektifnya adalah

$$F(X) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m C_{ij}$$

Sehingga problema tersebut adalah meminimalkan fungsi obyektif.

Sifat 1 :

Untuk masalah dengan banyak pekerja sama dengan banyaknya pekerjaan, jika semua elemen dalam baris atau kolom dari matrix ongkos dikurangi dengan suatu konstanta maka ongkos-ongkos dari $n!$ kemungkinan solusi akan dikurangi dengan konstanta yang sama.

Bukti : Terlebih dahulu ditunjukkan ada $n!$ kemungkinan penyelesaian.

Karena ada n pekerja dengan n pekerjaan maka kombinasi dari pekerja dengan pekerjaan adalah $n!$.

Misalkan masing-masing elemen dalam matrix ongkos dikurangi dengan x satuan maka salah satu ongkos optimal yang merupakan kombinasi ongkos-ongkos = ongkos optimal semula - ($n \times x$ satuan).

Sifat 2 :

Untuk masalah penugasan yang mempunyai

ongkos semuanya positif, suatu penyelesaian mempunyai ongkos total nol, adalah penyelesaian optimal.

Bukti : Karena ongkos optimal itu merupakan jumlahan dari masing-masing ongkos yang terkait dalam penyelesaian optimal, hingga apabila ongkos tersebut = 0 maka tidak mungkin ada ongkos optimal yang lain yang < 0 .

II.2. Bentuk - Bentuk Masalah Penugasan

II.2.1. Masalah minimal.

Suatu masalah atau problem penugasan dikategorikan sebagai masalah minimal jika model atau fungsi obyektifnya menyangkut tentang biaya yang harus dikeluarkan.

Untuk menyelesaikan masalah minimal diperlukan langkah awal :

1. Pada setiap baris, cari elemen yang paling kecil. Kurangkan elemen tersebut pada elemen lainnya pada baris tersebut.

2. Pada setiap kolom, cari elemen yang paling kecil. Kurangkan elemen tersebut pada

elemen lainnya pada kolom tersebut

Contoh permasalahannya :

Seorang manager dalam suatu lembaga di mana dia sekarang bekerja membawahi 4 bidang yang masing-masing dipegang oleh 1 orang. Karena kesibukannya, dia memutuskan untuk membagi pelaksanaan kegiatan bisnisnya yaitu Bid. I, Bid. II, Bid. III dan Bid. IV. Jika setiap pekerja untuk melakukan kegiatan pada setiap bidang mempunyai ongkos tertentu maka persoalannya adalah bagaimana manager harus membagi pekerjaan agar memperoleh keuntungan dengan meminimalkan ongkos total yang harus dikeluarkan.

II.2.2. Masalah maksimal.

Suatu masalah atau problema penugasan dikategorikan sebagai masalah maksimal jika model atau fungsi obyektifnya menyangkut tentang sesuatu yang akan diperoleh (diharapkan akan diperoleh).

Untuk menyelesaikan masalah maksimal diperlukan langkah awal :

1. Pilih elemen yang paling besar pada matrix

ongkos.

2. Bentuk suatu matrix ongkos baru yang elemen-elemennya adalah elemen yang paling besar dari langkah 1 dikurangi setiap elemen pada matrix ongkos.

3. Langkah selanjutnya seperti pada masalah minimal.

Contoh permasalahannya :

Pimpinan perguruan tinggi mempunyai masalah mengenai tenaga edukatif yang mengajar suatu mata kuliah baru yang ditawarkan departemennya, dengan harapan mutu pendidikan di perguruan tingginya akan meningkat. Perguruan tinggi tersebut menerima 6 tenaga baru yang masing-masing mempunyai tingkat pendidikan yang sama. Agar diperoleh hasil yang diinginkan, mereka diberi tugas untuk mengajar ke 6 mata kuliah baru tersebut kemudian dinilai oleh team yang terdiri dari para guru besar. Persoalannya adalah bagaimana pimpinan perguruan tinggi menugaskan tenaga edukatif yg. ada untuk mata kuliah baru agar mutu pendidikan diperguruan tingginya meningkat.

II.2.3. Masalah yang tidak seimbang.

Seandainya banyaknya individu (orang atau peralatan) tidak sama dengan banyaknya pekerjaan atau tugas, masalah ini disebut masalah tak seimbang.

Langkah awal yang harus ditempuh adalah :

1. Tambahkan individu (orang atau peralatan) atau pekerjaan (tugas) yang mempunyai kekurangan sampai banyaknya sama. Isinya dengan elemen yang sesuai dengan permasalahannya.
2. Langkah selanjutnya sesuai dengan permasalahannya yaitu minimal atau maksimal.
3. Ongkos totalnya dikurangi dengan elemen tambahan.

Contoh permasalahannya :

Seorang pedagang mempunyai 6 kavling dengan 5 calon pembeli. Setiap calon pembeli mengajukan penawaran untuk setiap kavling dengan harga tertentu.

Persoalannya adalah bagaimana pedagang mengetahui kavling mana yang harus diberikan kepada setiap pembeli agar hasil penjualan itu memberi keuntungan yang besar.