BAB III

METODA SIMPLEK LEKSIKOGRAPIK

3.1 Pemikiran Dasar

Dalam bab II telah diberikan bahwa himpunan penyelesaian fisibel masalah program linear merupakan himpunan konveks, dan apabila terdapat penyelesaian optimum maka paling sedikit salah satu titik ekstrim himpunan konveks tersebut akan menjadi penyelesaian optimum. Kemudian dinyatakan juga bahwa titik ekstrim himpunan konveks merupakan penyelesaian fisibel basis. Dengan demikian penyelesaian optimum masalah program linear akan termuat dalam himpunan penyelesaian fisibel basis. Karena secara teori hanya ada berhingga penyelesaian fisibel basis, dengan memeriksa (menyeleksi) semua penyelesaian basis (termasuk yang tidak fisibel) akan dapat ditemukan penyelesaian optimum.

Pencarian penyelesaian optimum dengan cara memeriksa semua penyelesaian basis tentu saja tidak efisien karena jumlah penyelesaian basis meningkat cepat dengan bertambahnya variabel. Lagi pula dengan hanya memeriksa semua penyelesaian basis tidak dapat diketahui apakah fungsi sasaran mempunyai penyelesaian tak terbatas.

3.2 Metoda Simplek Leksikograpik

Metoda simplek leksikograpik adalah sebuah metoda yang sederhana untuk menemukan penyelesaian optimum masalah program linear. Metoda ini diawali dengan suatu penyelesaian basis awal menuju ke penyelesaian basis lain dengan setiap kali langkah nilai fungsi sasaran yang baru akan lebih baik atau sama dengan nilai fungsi sasaran pada langkah sebelumnya. Dengan demikian jumlah penyelesaian basis yang diseleksi sebelum mencapai penyelesaian optimum, selalu lebih sedikit dari jumlah penyelesaian basis yang ada. Metoda simplek leksikograpik juga dapat menunjukkan apakah fungsi sasaran mempunyai penyelesaian tak terbatas.

Kelebihan lain dari metoda simplek leksikograpik (dibanding dengan metoda simplek yang lain) adalah pada perhitungannya dengan tabel simplek. Pada simplek leksikograpik untuk melakukan perhitungan, variabel basis tidak perlu dimasukkan dalam tabel simplek, tetapi hanya diperlukan untuk mengidentifikasi variabel mana yang meninggalkan basis dan variabel mana yang masuk basis. Dengan demikian akan dihemat perhitungan kolom sebanyak jumlah variabel basis yang ditambahkan dalam kendala asli masalah program linear.

3.3 Variabel Masuk dan Variabel Keluar

Kendala masalah program linear (integer atau campuran) akan selalu ditulis :

$$A\ x = b \qquad x \geq 0 \text{ (bulat)} \qquad \ldots\ldots(3.1)$$

Matriks A dapat dipartisi sebagai A = (B , N), dengan B partisi A yang berkaitan dengan basis, dan N partisi A yang berkaitan dengan non basis.

Pandang $x = (x_B , x_N)$, dengan x_B variabel basis dan x_N variabel non basis. Karena itu persamaan $A x = b$ dapat ditulis sebagai :

$$(B , N) \begin{bmatrix} x_B \\ x_N \end{bmatrix} = b \quad \text{atau}$$

$$B x_B + N x_N = b \qquad \text{......(3.2)}$$

Perhatikan bahwa bila x solusi basis fisibel maka $x_B \geq 0$ dan $x_N = 0$ sehingga $B x_B = b$ dan $x_B = B^{-1} b$, dengan B non singular dan B^{-1} ada. Jadi untuk solusi basis fisibel didapat :

$$x_B = B^{-1} b \quad \text{dan} \quad x_N = 0 \qquad \text{.....(3.3)}$$

variabel yang dipilih dari x_N disebut variabel masuk, sedangkan variabel yang pindah dari x_N disebut variabel keluar.

3.4 Kondisi Optimum

Misalkan x_B variabel basis dan x_N variabel non basis, maka C dapat dipartisi menjadi :

$$C = (C_B , C_N) \qquad \text{.......(3.4)}$$

Sehingga fungsi sasaran dapat ditulis sebagai berikut :

$$\text{Maksimumkan} \quad x_o = C x$$

$$x_o = C_B x_B + C_N x_N \qquad \text{.......(3.5)}$$

$$\text{terhadap} \quad B x_B + N x_N = b \qquad \text{.......(3.6)}$$

$$x_B , x_N \geq 0 \qquad \text{.......(3.7)}$$

karena B non singular maka (3.6) menjadi :

$$x_B = B^{-1} b - B^{-1} N x_N \quad ....(3.8)$$

dengan demikian fungsi sasaran dapat dinyatakan dalam bentuk x_N sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \text{Maks} \quad x_o &= C_B x_B + C_N x_N \\ &= C_B (B^{-1} b - B^{-1} N x_N) + C_N x_N \\ &= C_B B^{-1} b - C_B B^{-1} N x_N + C_N x_N \\ &= C_B B^{-1} b - (C_B B^{-1} N - C_N) x_N \quad ...(3.9) \end{aligned}$$

Sehingga (3.8) dan (3.9) dapat disajikan dalam

$$\begin{bmatrix} x_o \\ x_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_B B^{-1} b \\ B^{-1} b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_B B^{-1} N - C_N \\ B^{-1} N \end{bmatrix} x_N ..(3.10)$$

Ambil $x_o = x_{BO}$, $x_B = (x_{B1}, x_{B2}, ..., x_{Bm})$

$$y_o = \begin{bmatrix} C_B B^{-1} b \\ B^{-1} b \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} y_{oo} \\ y_{1o} \\ \vdots \\ y_{mO} \end{bmatrix} \text{ dan jika } j \in R$$

sehingga a_j bersesuaian dengan kolom N, maka :

$$y_j = \begin{bmatrix} C_B B^{-1} a_j - c_j \\ B^{-1} a_j \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} y_{oj} \\ y_{1j} \\ \vdots \\ y_{mj} \end{bmatrix}$$

Sehingga persamaan (3.10) menjadi :

$$x_{Bi} = y_{io} - \sum_{i=o}^{n} y_{ij} x_j \qquad i = 0,1,2,...,m \quad ...(3.11)$$

Asumsikan bahwa x_B tidak merosot dan $y_{oj} < 0$ untuk semua $j \in R$, katakan $j = k$, dengan menambah x_k dan memberi harga nol pada variabel non basis yang lain. Kemudian dengan menambah x_k dan memberi harga nol pada semua variabel non basis, x_o bertambah menurut garis lurus dengan slope $-y_{ok}$. Demikian juga x_{Bi} merupakan fungsi linear dari x_k dengan slope $- y_{ik}$. Jika $y_{ik} > 0$, kemudian $x_{Bi} \geq 0$ dengan $x_k < y_{io} / y_{ik} \equiv \theta_{ik}$. Bila $x_k = \theta_{ik}$, $x_{Bi} = 0$ sehingga :

$$x_k = \frac{y_{ro}}{y_{rk}} - \Sigma \frac{y_{rj}}{y_{rk}} x_j - \frac{1}{y_{rk}} x_{Br} \qquad .....(3.12)$$

Eliminasi x_k ke (3.11) untuk $i \neq r$ maka :

$$x_{Bi} = y_{io} - \frac{y_{ik}\, y_{ro}}{y_{rk}} - \Sigma \left\{ y_{rj} - \frac{y_{ik}\, y_{rj}}{y_{rk}} \right\} x_j + \frac{y_{ik}}{y_{rk}} x_{Br}$$

Matriks B adalah matriks basis dengan penyelesaian fisibel x^o, $y_{oj} \geq 0$ untuk semua nilai j, sehingga dari (3.11) didapat nilai fungsi sasaran :

$$x_o^o = c_B\, B^{-1}\, b - \sum_{j \in R} y_{oj}\, x_j^c \qquad ......(3.13)$$

Karena x_B^o tidak termuat dalam (3.13), $y_{oj} \geq 0$ dan $x_j^o \geq 0$ untuk semua j. $c_B\, B^{-1}\, b$ merupakan nilai maksimum dari x_o. Karena $x_{BO} = B^{-1}\, b$, $x_N = 0$ adalah fisibel yang mencapai nilai maksimum dan merupakan penyelesaian optimum.

Definisi 3.3.1

Penyelesaian basis (3.11) mencapai optimum jika dipenuhi : (i). $y_{io} \geq 0$, $i = 1,2,...,m$ (feasibility)

(ii). $y_{oj} \geq 0$, untuk semua $j \in R$.

Dalam penyelesaian program linear Integer mungkin tidak dijumpai seperti dalam definisi 3.3.1. Ada beberapa kemungkinan yang terjadi, dan untuk itu tinjau definisi-definisi berikut :

Definisi 3.3.2

Jika terdapat solusi fisibel basis x_B dan vektor y_k

dengan $y_{ok} < 0$ dan $y_{ik} \leq 0$, $i = 1,2,\ldots,m$, maka permasalahan tersebut mempunyai penyelesaian tak terbatas (unbounded).

Definisi 3.3.3

Untuk beberapa r dan k, $y_{ro} < 0$, dan $y_{rk} > 0$ dengan x_k ,masuk basis dan x_{Bi} meninggalkan basis. Solusi basis yang baru $x_{Bi} = y_{io}$, $i \neq r$, $x_k = 0$, $x_j = 0$. Keadaan demikian merupakan penyelesaian yang merosot (degenerate).

Definisi 3.3.4

Andaikan tabel-tabel simplek merupakan urutan-urutan dari $\{ B_1, B_2, \ldots, B_{k-1}, B_k \}$ dan terdapat $B_k = B_1$, maka keadaan ini merupakan cycling.

3.5 Tabel dan Algoritma simplek leksikograpik

3.5.1 Tabel simplek leksikograpik

Perumusan yang telah diberikan diatas secara singkat dapat disajikan dalam tabel simplek leksikograpik (tabel 3.1), dengan setiap variabel x_i muncul sebagai kombinasi linear variabel bukan basis $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

variabel non basis

			$-x_j$	$-x_k$	
	x_{oo}	y_{oo}	y_{oj}	y_{ok}	⇒ baris 0
basis	x_{Bi}	y_{io}	y_{ij}	y_{ik}	⇒ baris i
	x_{Br}	y_{ro}	y_{rj}	y_{rk}	⇒ baris r
	x_{Bm}	y_{mo}	y_{mj}	y_{mk}	⇒ baris m
		kolom o	kolom j	kolom k.	

Tabel 3.1

dengan :

x_o = z = fungsi obyektif (sasaran)

y_{oo} = nilai fungsi sasaran

y_{io} = b_i = vektor konstan (ongkos)

y_{ij} = a_{ij} = matrik koefisien dari A dengan kendala (m x n).

3.5.2 Algoritma Simplek Leksikograik

Algoritma simplek leksikograpik terdiri dari urutan langkah-langkah sebagai berikut [2] :

Langkah 1 : (pengecekan fisibel). Pemecahan fisibel kalau semua nilai kolom nol (y_{io}) sama atau lebih besar dari nol ($y_{io} \geq 0$).

Langkah 2 : (Test optimalitas) jika $y_{oj} \geq 0$ (baris nol lebih besar atau sama dengan 0) untuk semua $j \in R$, maka pemecahan optimum. Jika tidak lanjutkan ke langkah 3.

Langkah 3 : Tentukan variabel yang masuk basis, pilih variabel x_k, $k \in R$ dengan $y_{ok} < 0$ ($y_{ok} = \min_{j \in R} y_{oj}$)

Langkah 4 : Tentukan variabel yang meninggalkan basis. Pilih variabel x_{Br} dengan $\theta_{rk} = \min \left(\frac{y_{io}}{y_{ik}} \right)$ dengan $y_{ik} > 0$. Elemen yang terletak pada perpotongan baris yang keluar basis dan kolom yang masuk basis merupakan "elemen pivot".

Langkah 5 : (Pivoting dan pembuatan tabel baru).

a. Elemen pivot baru = 1 (satu) dibagi dengan elemen pivot lama , atau kebalikan dari yang lama.

b. Elemen-elemen pada baris yang keluar basis (disebut baris pivot) diperoleh dengan jalan membagi elemen pivot.

c. Elemen-elemen pada kolom yang masuk basis (disebut kolom pivot) diperoleh dengan jalan membagi elemen pivot setelah tandanya diubah.

d. Elemen-elemen pada baris dan kolom lainnya diganti dengan menggunakan rumus

$$x_{Bi} = y_{io} - \frac{y_{ik}\, y_{ro}}{y_{rk}}$$

Elemen baru = elemen lama yang bersangkutan dikurangi dengan hasil kali dua elemen yang ada dipojok dibagi dengan elemen pivot.

Apabila pada tabel simplek terdapat $y_{oj} \geq 0$ dan $y_{io} \geq 0$, maka diperoleh penyelesaian yang optimum.

Tabel simplek setelah adanya langkah-langkah seperti diatas akan menjadi :

			non basis	
			$-x_j \;\ldots\ldots$	$-x_{Br}$
basis	x_o	$y_{oj} - \left(\frac{y_{ok}\, y_{rj}}{y_{rk}} \right)$	$y_{oj} - \left(\frac{y_{ok}\, y_{rj}}{y_{rk}} \right)$	$-\frac{y_{ok}}{y_{rk}}$
	$\vdots$			
	x_{Bi}	$y_{ij} - \left(\frac{y_{ik}\, y_{rj}}{y_{rk}} \right)$	$y_{ij} - \left(\frac{y_{ik}\, y_{rj}}{y_{rk}} \right)$	$-\frac{y_{ik}}{y_{rk}}$
	$\vdots$			$\vdots$
	x_k	$\frac{y_{ro}}{y_{rk}}$	$\frac{y_{rj}}{y_{rk}}$	$\frac{1}{y_{rk}}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

Tabel 3.2

Contoh 3.1

maksimumkan $x_o = 2x_1 + x_2$

memenuhi

$$x_1 + x_2 \le 5$$

$$-x_1 + x_2 \le 0$$

$$6x_1 + 2x_2 \le 21$$

$$x_1, x_2 \ge 0 \text{ (integer)}$$

Penyelesaian

$$x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

$$x_1 + x_2 + \quad + x_4 = 0$$

$$6x_1 + 2x_2 \quad + x_5 = 21$$

$$x_1, x_2 \ge 0 \text{ (integer)}$$

		$-x_1$	$-x_2$
x_o	0	-2	-1
x_3	5	1	1
x_4	0	-1	1
x_5	21	6	2

Tabel 3.3

$y_{o1} < y_{o2}$ sehingga x_1 masuk basis, θ_{rk} = min [5/1,21/6] jadi x_5 meninggalkan basis.

		$-x_5$	$-x_2$
x_o	7	1/3	-1/3
x_3	3/2	-1/6	2/3
x_4	7/2	1/6	4/3
x_1	7/2	1/6	1/3

Tabel 3.4

$y_{o2} < y_{o1}$, x_2 masuk basis, θ_{rk} = min [3/2:2/3, 7/2:4/3, 7/2:1/3] sehingga x_3 keluar basis.

		$-x_5$	$-x_3$
x_o	31/4	1/4	1/2
x_2	9/4	-1/4	3/2
x_4	1/2	1/2	-2
x_1	11/4	1/4	-1/2

Tabel 3.5

$y_{oj} \geq 0$ untuk semua j dan $y_{io} \geq 0$. Sehingga penyelesaian telah optimum dengan penyelesaian optimum : $x_3^o = x_5^o = 0$, $x_1^o = 11/4$, $x_2^o = 9/4$, dan $x_4^o = 1/2$ dengan nilai fungsi sasaran $x_o^o = 31/4$.

3.6 Konversi soal minimum menjadi maksimum

Andaikan diberikan fungsi linear dalam n variabel $f\ \{\ x_1,\ x_2, \ldots, x_n\}$ dan misalnya f^* adalah nilai minimumnya yang dicapai pada titik x^*. Karena f^* nilai minimum maka untuk setiap titik x berlaku :

$$f^* - f \leq 0 \qquad \ldots\ldots\ldots(3.14)$$

Kalikan (3.14) dengan (-1) maka akan diperoleh :

$$-f^* - (-f) \geq 0 \qquad \ldots\ldots\ldots(3.15)$$

dari (3.15) dapat disimpulkan $-f^* = \text{mak}\ (-f)$ .....(3.16)

jadi $-f$ mencapai maksimum di x^*. Akibatnya

$$\min f = -f^* = -(-f) = -\text{maks}\ (-f)$$

Nilai minimum suatu fungsi linear f adalah negatif dari maksimum fungsi -f. Nilai maksimum f dan nilai minimum -f dicapai pada titik yang sama. Jika fungsi sasaran masalah program linear ingin diminimumkan maka fungsi sasaran itu dapat diubah menjadi dimaksimumkan dengan cara mengubah tanda semua harga, jadi :

$$\min x_o = -\text{maks}\ (cx) = -\text{maks}\ (-c)x$$

demikian juga untuk kendala yang berbentuk $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j \leq b_i$, atau berbentuk $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j \leq b_i$.

Konversi kendala tersebut dapat disajikan dalam bentuk tabel 3.6 berikut :

3.8 Sifat Hubungan Dual Leksikograpik

Diberikan permasalahan program linear berikut :

Maksimumkan $x_o = c\ x$

$A\ x \leq b \qquad x \geq 0$ (integer) ....(3.1)

Permasalahan (3.1) disebut primal, yang berhubungan dengan

Minimumkan $v_o = v\ b$

$v\ A \geq c \qquad v \geq 0$ (integer) ....(3.2)

yang disebut dual dari (3.1), dengan v vektor kolom dimensi-m. Mudah ditunjukkan bahwa dual dari permasalahan dual adalah primal.

<u>**Teorema 3.7.1**</u>

Tepat terdapat satu dari 4 (empat) hubungan antara primal dan dual yaitu :

1. Primal dan dual keduanya mempunyai solusi optimum dan $v_o^o = x_o^o$
2. Jika primal unbounded maka dual tidak fisibel.
3. Dual unbounded dan primal tidak fisibel.
4. Primal dan dual keduanya tidak fisibel.

<u>**Bukti**</u>

Sebagai gambaran diberikan pasangan permasalahan pada keadaan ke 4 yang tidak fisibel.

Maksimumkan	$x_1 + x_2$	minimumkan	$6v_1 + 9v_2 - 4v_3$
memenuhi	$2x_1 + x_2 \leq 6$	memenuhi	$2v_1 + v_2 - v_3 \geq 1$
	$x_1 + 3x_2 \leq 9$		$v_1 + 3v_2 \geq 1$
	$x_1 \geq 4$		$v_1, v_2, v_3 \geq 0$
	$x_1, x_2 \geq 0$		

untuk pasangan primal dan dual mempunyai solusi fisibel,

$$A\,x \le b \quad ,v \ge 0 \longrightarrow v\,A\,x \le v\,b \qquad \ldots\ldots\ldots.(3.3)$$

demikian juga

$$v\,A \ge c \quad ,x \ge 0 \longrightarrow c\,A\,x \ge c\,x \qquad \ldots\ldots\ldots.(3.4)$$

dari (3.3) dan (3.4) maka $v\,b \ge c\,x$. Oleh karena itu, jika pri mal (dual) unbounded, dual (primal) akan mempunyai solusi tak fisibel. Selanjutnya, apabila primal mempunyai solusi tak optimum x^o, untuk dual solusi fisibelnya :

$$v_o = v\,b \ge c\,x^o = x_o^o$$

Demikian juga, jika dual mempunyai solusi optimum v^o dengan $v_o^o = x_o^o$. Akibatnya jika primal mempunyai solusi optimum, maka terdapat $y_{io} \ge 0$, $i = 1,2,\ldots m$ dan $y_{oj} \ge 0$ untuk semua $j \in R$. Solusi dari dual diberikan $v^o = c_B\ B^{-1}$. Sehingga didapat :

$$v^o\ b = c_B\ B^{-1}\ b = c_B\ x_B = x_o^o \quad \text{dan}$$

$$v^o\ A = c_B B^{-1} A = c\ B_B^{-1}(\ B,N\ ) = (c_B, c_B B^{-1} N) \ge (c_B, c_N)$$

selama $y_{oj} \geqslant 0$, untuk $j \in R$ ekuivalen $c_B B^{-1} N - c_N \ge 0$. Untuk membuktikan $v^o \ge 0$, diberikan

$$v_i^o = c_B B^{-1} e_i = c_B B^{-1} e_i - c_{n+i}$$

dengan c_{n+i} (koefisien obyektif dari variabel slack ke i) adalah nol. Jika variabel slack ke i, x_{n+i}^o, bukan basis, maka : $c_B B^{-1} e_i - c_{n+i} = y_{o,\,n+i} \ge 0$

Jika x_{n+i}^o basis, $B^{-1} e_i = e_j$ dan $c_B e_j = 0$, selama kolom ke i dari B^{-1} adalah e_j dan elemen ke j dari c_B adalah c_{n+i} adalah nol.

3.9 Algoritma Dual Simplek Leksikograpik

Dalam teorema (3.7.1), telah ditunjukkan bahwa B matriks basis pada primal dengan $y_{oj} \geq 0$ untuk setiap $j \in R$, maka :

$$v_i = \begin{cases} 0 & \text{jika } x_{n+i} \text{ basis} \\ y_{o,n+i} & \text{jika } x_{n+i} \text{ non basis} \quad i=1,2,\ldots.m \end{cases}$$

$$v_{m+j} = \begin{cases} 0 & \text{jika } x_j \text{ basis} \\ y_{oj} & \text{jika } x_j \text{ non basis} \quad j=1,2,\ldots.n \end{cases}$$

merupakan solusi fisibel dari dual.

Jika dalam penjumlahan, $y_{oj} \geq 0$, $i=1,2,\ldots.m$, solusi dari primal fisibel dan optimum.

Anggap solusi dari dual fisibel dan primal tidak fisibel, asumsikan bahwa $y_{ro} < 0$, dengan mengeluarkan x_{Br} dari basis dan memasukkan x_k, sehingga :

$$\frac{y_{ok}}{y_{rk}} = \text{maks} \left[\frac{y_{ok}}{y_{rk}} \; , \; y_{rj} < 0 \right]$$

merupakan solusi basis yang baru.

<u>Algoritma</u>

Algoritma Dual simplek leksikograpik terdiri atas urutan langkah-langkah sebagai berikut [2] :

<u>Langkah 1</u> : Dimulai dengan matriks basis B untuk $y_{oj} \geq 0$ untuk setiap $j \in R$.

<u>Langkah 2</u> : (Test optimum), jika $y_{io} \geq 0$ untuk $i=1,2,\ldots m$. Jika demikian, terdapat solusi basis yang optimum, jika tidak

<u>Langkah 3</u> : (Pemilihan variabel yang masuk). Pilih variabel x_{Br} dengan $y_{ro} < 0$ untuk meninggalkan basis (buat garis melalui x_{Br}, dengan y_{ro} = min y_{io} i=1,2,....,m).

<u>Langkah 4</u> : (Pilih variabel masuk). Pilih variabel x_k dengan y_{ik} / y_{rk} = maks (y_{oj} / y_{rj} , $y_{rj} < 0$) untuk masuk basis. Jika terdapat $y_{rj} \geq 0$ untuk setiap $j \in R$ maka penyelesaian dari dual unbounded dan mengakibatkan permasalahan primal tidak fisibel. Jika tidak

<u>Langkah 5</u> : (Pivoting dan pembuatan tabel baru). Kerjakan seperti pada primal. Jika pada langkah 5 terdapat $y_{oj} \geq 0$ dan $y_{io} \geq 0$ untuk semua j, maka telah diperoleh penyelesaian optimum dan tabel selesai. Jika tidak kembali ke langkah 2.

Contoh 3.2

maksimumkan $x_o = -5x_1 - 21x_3$

memenuhi $x_1 - x_2 + 6x_3 \leq 2$

$x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 1$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$ (integer)

Penyelesaian

maksimumkan $x_o = -5x_1 + 0x_2 - 21x_3$

$$x_1 - x_2 + 6x_3 + x_4 = 2$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_5 = 1$$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$ (integer)

		$-x_1$	$-x_2$	$-x_3$
x_0	0	5	0	21
x_4	-2	-1	1	-6
x_5	-1	-1	-1	-2

Tabel 3.7

y_{40} = min y_{io} = -2, x_4 dipilih untuk meninggalkan basis. maka didapat $y_{03}/\ y_{43}$ = - 21/6 > y_{01}/y_{41}=- 5,jadi x_3 terpilih untuk masuk basis.

		$-x_1$	$-x_2$	$-x_4$
x_0	-7	3/2	7/2	7/2
x_3	1/3	1/6	-1/6	-1/6
x_5	-1/3	-2/3	-4/3	-1/3

Tabel 3.8

y_{50} = min y_{io} = -1/3 , x_5 dipilih untuk meninggalkan basis didapat y_{01}/y_{51}=(3/2)/(-2/3) maksimum dari y_{02} / y_{52} = (7/2)/(-4/3) dan y_{04} / y_{54} =(7/2) /(-1/3). Sehingga x_1 terpilih untuk masuk basis.

		$-x_5$	$-x_2$	$-x_4$
x_0	-31/4	9/4	1/2	11/4
x_3	1/4	1/4	-1/2	-1/4
x_1	1/2	-3/2	2	1/2

Tabel 3.9

$y_{oj} \geq 0$ untuk semua j, dan $y_{io} \geq 0$. sehingga penyelesaian telah optimum dengan $x_3^o = 1/4$, $x_1^o = 1/2$, dan

$$x_2^o = x_4^o = x_5^o = 0$$

dengan nilai fungsi sasaran $x_0^o = -31/4$.