BAB III
PENAKSIRAN

3.1. POPULASI DAN SAMPEL

Statistika dapat dibedakan dalam dua bagian masalah pokok, yaitu :

1. Statistika deskriptif yaitu bidang ilmu pengetahuan statistika yang mempelajari tata cara penyusunan dan penyajian data yang dikumpulkan.
2. Statistika induktif (Statistika Inferensial) yaitu bidang ilmu pengetahuan statistika yang mempelajari tata cara penarikan kesimpulan - kesimpulan mengenai keseluruhan populasi, berdasarkan data yang ada dalam suatu bagian dari populasi tersebut.

Penarikan kesimpulan tentang keseluruhan populasi, berdasarkan pengamatan suatu sampel saja, disebut induksi atau generalisasi.

Kesimpulan yang dibuat mengenai suatu persoalam umumnya diharapkan berlalu untuk persoalan itu secara keseluruhan dan bukan hanya untuk sebagian saja. Misalkan, tiap tahun pemerintah ingin mengetahui berapa besar persentase penduduk yang mampu membaca dan menulis. Data ini perlu, misalkan karena pemerintah ingin mengetahui bagaimana persentase tersebut berubah-ubah dalam jangka tahunan, guna menelaah seberapa jauh efeknya program pendidikan. Pada tahun tertentu ingin diketahui berapa besar persentase tersebut, misal suatu kelompok yang berjumlah 2000 orang yang berumur 10 tahun atau lebih. Kalau kelompok ini terdapat 1264 orang yang mampu membaca dan menulis, maka persentasenya sebesar

$$\frac{1264}{2000} \times 100 = 63,2$$

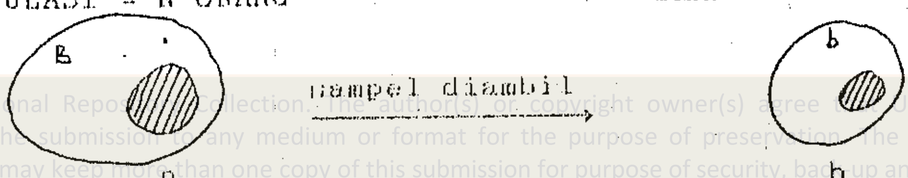
Kelompok yang diamati tadi dianggap sebagai wakil bagi keseluruhan penduduk. Dengan kata lain, sampel itu harus representatif dalam arti segala karakteristik populasi hendaknya tercerminkan dalam sampel yang diambil. Kelompok 2000 orang yang diamati ini disebut sampel. Keseluruhan penduduk yang berumur 10 tahun atau lebih itu dinamakan populasi.

Jadi populasi adalah totalitas semua nilai yang mungkin, hasil menghitung atau pengukuran, kuantitatif maupun kualitatif, daripada karakteristik tertentu mengenai sekumpulan obyek yang lengkap dan jelas yang ingin dipelajari sifat-sifatnya. Sedangkan sampel adalah sebagian yang diambil dari populasi.

Persentase orang yang mampu membaca dan menulis dalam sampel tadi ialah 63,2, merupakan taksiran untuk persentase yang terdapat dalam populasi. Dengan demikian tidak diketahui benar-benar persentase tersebut dalam populasi melainkan di taksir bahwa nilai itu adalah sebesar 63,2 %. Diharapkan bahwa penaksiran nilai sebesar 63,2 % ini terletak dekat dengan persentase yang sebenarnya dalam populasi.

Sebagai gambaran diberikan bagan penaksiran persentase dengan suatu sampel :

POPULASI = N ORANG | SAMPEL = n ORANG



persentase $\frac{B}{N} \times 100$ | persentase $\frac{b}{n} \times 100$

tidak diketahui | dihitung

dimana :

B = banyaknya orang dalam populasi yang dapat membaca dan menulis.

N = banyaknya orang dalam populasi (orang Indonesia pada tahun tertentu yang berumur 10 tahun atau lebih).

b = banyaknya orang dalam sampel yang mampu membaca dan menulis.

n = banyaknya orang dalam sampel.

Karakteristik atau parameter populasi meliputi rata-rata, deviasi standart, median, karelasi dan lain sebagianya. Umumnya, parameter populasi ditaksir secara statistik dan bukan dihitung secara aritmatis dan langsung dari data populasi.

Statistika dalam arti sebagai metode statistika merupakan metode guna mengumpulkan, mengolah, menyajikan, menganalisa dan menginter- pretasi data kuantitatif. Metodenya bukan saja harus dapat memberikan tehnik pengumpulan, pengolahan, penyajian dan analisa data, melainkan juga memberikan tehnik penarikan kesimpulan tentang ciri - ciri populasi yang tertentu dari hasil perhitungan sampel yang dipilih secara acak dari populasi yang ber - sangkutan. Yang dimaksud sampel acak adalah jika tiap anggota populasi mempunyai kesempatan yang sama untuk diambil menjadi anggota sampel. Metode penarikan kesimpulan yang demikian sebenarnya merupakan inti statistika dan dinamakan metode statistika inferens (Statisc) atau disingkat metode inferens. Pada umumnya, penarikan kesimpulan tentang parameter populasi atas dasar statistik sampel tidak pernah menghasilkan hasil yang 100 % jitu, karena metodenya didasarkan pada jumlah observasi atau experimen yang terbatas. Kita hanya dapat menaksir atau menguji hipotesa pada batas-batas tertentu secara probabilitas.

3.2. PENAKSIR DAN CARA-CARA MENAKSIR

3.2.1. PENAKSIR

Untuk menentukan inferensi peubah Y, kita ambil sampel acak ukuran n dari n peubah-peubah acak Y_1, Y_2, ..., Y_n, yang mana mencerminkan karateristik - karakteristik dari distribusi Y, merupakan gambaran dari distribusi $f(y/\theta_1, \theta_2, ..\theta_m)$ yang bergantung pada parameter-parameter { θ_i } yang tak diketahui. Yang disebut populasi $f(y)$ adalah suatu populasi yang pengamatannya merupakan harga peubah acak yang berdistribusi peluang $f(y)$.Data sampel atau harga-harga observasi sampel dari peubah-peubah acak Y_1, Y_2, ...Y_n dinyatakan dengan y_1, y_2,...y_n yang digunakan untuk menaksir parameter - parameter populasi dan untuk menguji hipotesa. Dalam hal ini tulisan huruf besar ($Y_1, Y_2, ..., Y_n$) menyatakan peubah-peubah acak dan tulisan huruf kecil (y_1 , y_2 , ...y_n) menyatakan harga-harga dari peubah-peubah acak.

Keluarga - keluarga fungsi - fungsi peubah acak Y bergantung pada sebuah himpunan dari parameter-parameter { θ_i } yang dibatasi pada ruang parameter Ω, yang mana didefinisikan semua harga-harga dari θ_i dapat diterima. Jika θ_i yang tak diketahui harganya, ditaksir oleh harga $\hat{\theta}_i$, maka $\hat{\theta}_i$ disebut penaksir.

Suatu penaksir merupakan fungsi peubah acak Y_1, Y_2, ..., Y_n. Sedang suatu taksiran adalah harga dari penaksir dan merupakan fungsi dari y_1, y_2,...,y_n. Dalam hal ini kadang - kadang simbol yang sama dipergunakan untuk keduanya karena suatu penaksir didapat dengan mengganti harga-harga data sampel dengan peubah-peubah acak.

Tidak dapat diharapkan suatu penaksir akan menaksir parameter populasi tanpa kesalahan. Tidak beralasan mengharapkan $\bar{Y}$ akan menaksir μ dengan tepat, tetapi tentunya diharapkan bahwa taksiran itu tidak terlalu jauh menyimpang.

Adalah sangat diharapkan bahwa penaksir - penaksir mempunyai sifat :

1. tak bias.
2. variansi minimum tak bias.
3. konsisten.
4. normal secara asymtotik (BAN).

Penaksir-penaksir konsisten dan BAN merupakan sifat bergantung pada sampel besar. Karakteristik yang lain dipenuhi oleh penaksir-penaksir dengan ukuran sampel tidak begitu besar.

Definisi 3.2.1 :

a). Suatu penaksir $\hat{\theta}$ disebut penaksir tak bias untuk θ jika E ($\hat{\theta}$) = θ.

b). Jika $\hat{\theta}$ tak bias terhadap θ dan mempunyai variansi terkecil diantara semua penaksir tersebut, $\hat{\theta}$ dikatakan penaksir tak bias variansi minimum.

c). Jika $\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$,..., $\hat{\theta}_n$ adalah penaksir-penaksir bagi θ dan bergantung pada Y_1, Y_2,....Y_n (peubah-peubah acak) sedemikian sehingga $\hat{\theta}_n$

konvergen secara probabilitas untuk θ dengan n bertambah besar.

$\lim_{n \to 0} P(|\hat{\theta}_n - \theta| \geq \delta) = 0$, untuk setiap $\delta > 0$

maka $\hat{\theta}_n$ adalah konsisten terhadap θ.

d). $\hat{\theta}_n$ merupakan BAN jika distribusi asymtotik dari $\sqrt{n}\ (\hat{\theta}_n - \theta)$ adalah normal dengan mean 0 dan variansi $\sigma^2(\theta)$ mempunyai harga sekecil mungkin.

e). Penaksir yang tak bias dan bervariansi minimum di sebut penaksir terbaik.

Contoh 3.2.1 :

a). Rata-rata $\bar{Y}$ untuk sampel ukuran n yang diambil dari populasi dengan rata-rata μ, merupakan penaksir tak bias untuk μ, jika $E(\bar{Y}) = \mu$.

b). Variansi S^2, untuk sampel acak berukuran n yang diambil dari populasi dengan variansi σ^2, adalah penaksir tak bias untuk σ^2.

c). Rata - rata sampel $\bar{Y}$ adalah penaksir terbaik untuk μ. Jadi $\bar{Y}$ itu merupakan penaksir tak bias dan penaksir bervariansi miminum.

Dua metode penaksiran yang sering digunakan dalam analisa statistika adalah metode likelihood maksimum dan metode kwadrat terkecil.

Menyelidiki kedua prosedur tersebut untuk masalah 1 sampel, anggap bahwa sampel acak dari n observasi dengan harga-harga y_1, y_2, ..., y_n didapat dari populasi normal univariat dengan mean μ dan variansi σ^2 yang tak diketahui sedemikian sehingga,

$$Y_i \sim N(\mu, \sigma^2).$$

Assumsi ini dapat dinyatakan sebagai :

$$Y_i = \mu + \varepsilon_i \ , \ i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2).$$

dimana :

Y_i dan ε_i mempunyai variansi sama.

$E(Y_i) = \mu$

$E(\varepsilon_i) = 0$

Perubah acak ε_i menyatakan komponen error acak dari Y_i, dengan error yang satu tak berkorelasi dengan error yang lain dan mempunyai variansi sama σ^2.

Dapat dinyatakan dalam bentuk vektor dengan fungsi densitas normal multivariat, misalkan $\underset{\sim}{Y}$ menyatakan vektor acak berdimensi n x 1, $\underset{\sim}{\mu}$ vektor mean berdimensi n x 1, dengan elemen-elemen μ, dan matriks variansi - covariansi $\sigma^2 I_n$ dari vektor $\underset{\sim}{Y}$. Maka $Y_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, untuk $i = 1, 2, \ldots, n$ dinyatakan dengan $\underset{\sim}{Y} \sim N_n(\underset{\sim}{\mu}, \sigma^2 I_n)$.

$$\underset{(n \times 1)}{\underset{\sim}{Y}} = \underset{(n \times 1)}{\underset{\sim}{X}} \cdot \beta + \underset{(n \times 1)}{\underset{\sim}{\varepsilon}}$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \mu + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

$$\underset{\sim}{\varepsilon} \sim N_n(0, \sigma^2 I_n)$$

Dengan syarat :

$$E(\underset{\sim}{Y}) = \underset{\sim}{X}\beta = \mu \qquad \text{atau } E(\underset{\sim}{\varepsilon}) = 0$$

$$V(\underset{\sim}{Y}) = \sigma^2 I_n \qquad \text{atau } V(\underset{\sim}{\varepsilon}) = \sigma^2 I$$

Ini merupakan kasus khusus dari model linear umum univariat (Pendapat Gauss Markoff).

Penaksir - penaksir likelihood maksimum μ dan σ^2 hanya dapat diperoleh jika fungsi densitas untuk peubah-peubah acak Y_i diketahui.

Diberikan : $Y \sim N_n(\mu, \sigma^2 I_n)$, akan ditunjukkan bahwa

$$\hat{\mu} = \bar{y} \text{ dan } \hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})}{n}$$

dimana $\hat{\mu}$ dan $\hat{\sigma}^2$ merupakan penaksir-penaksir likelihood maksimum untuk parameter-parameter μ dan σ^2.

Untuk memperoleh penaksir kwadrat terkecil μ, jumlah kwadrat error residual adalah :

$$Q = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \mu)^2, \text{ minimum.}$$

Kita ambil derivatif parsial Q terhadap μ dan samakan dengan 0, kita dapatkan penaksir kwadrat terkecil untuk μ yang sama seperti penaksir likelikood maksimum, yaitu :

$$\frac{\delta Q}{\delta \mu}\Big|_{\hat{\mu}} = 2 \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{\mu})(-1) = 0$$

$$n\hat{\mu} - \sum_{i=1}^{n} y_i = 0 \text{ maka } \hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \bar{y}$$

Prosedur kwadrat terkecil tidak menghasilkan suatu penaksir σ^2 secara langsung, didapat penaksir tak bias untuk σ^2 yaitu :

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{\mu})^2}{n-1}$$

3.2.2. CARA-CARA MENAKSIR.

Jika parameter θ harganya ditaksir oleh sebuah harga $\hat{\theta}$ yang tertentu, maka $\hat{\theta}$ disebut penaksir, tepatnya titik penaksir.

Contoh 3.2.2 :

Untuk menaksir tinggi rata-rata mahasiswa Indonesia kita ambil sebuah sampel acak. Data sampel dikumpulkan lalu dihitung rata-ratanya. Misalnya di dapat $\bar{Y}$ = 163 cm. Jika 163 cm ini dipakai untuk menaksir rata-rata tinggi mahasiswa Indonesia, maka 163 adalah 'titik penaksir untuk rata-rata tinggi mahasiswa Imdonesia, secara umum $\bar{Y}$ adalah penaksir atau titik penaksir untuk μ.

Titik penaksir untuk sebuah parameter μ misalnya harganya akan berlainan bergantung pada harga $\bar{Y}$ yang didapat dari sampel-sampel yang diambil. Karenanya orang merasa kurang yakin atau kurang percaya atas hasil penaksiran macam ini. Sebagai gantinya dipakai interval penaksiran atau daerah penaksiran, yaitu menaksir harga parameter diantara batas-batas dua harga.

Dari contoh 3.2.2. misalnya, kita dapat menaksir rata-rata tinggi mahsiswa antara 155 cm dan 170 cm atau antara 150 cm dan 175 cm. Makin besar jarak interval makin percaya tentang kebenaran penaksiran yang dilakukan. Menaksir rata-rata tinggi mahasiswa antara 50 cm, 200 cm lebih merasa yakin benar, malahan merasa pasti benar, daripada menaksir antara 150 cm dan 175 cm. Dalam prakteknya harus dicari interval penaksiran yang baik dengan derajat kepercayaan yang memuaskan. Derajat kepercayaan menaksir, disebut koefisien kepercayaan, merupakan pernyataan dalam bentuk peluang. Jika koefisien kepercayaan dinyatakan dengan γ atau $1 - \alpha$, maka $0 < \gamma < 1$. Harga γ yang digunakan bergantung pada persoalan yang dihadapi dan berapa besar si peneliti ingin yakin dalam membuat pernyataannya. Yang biasa digunakan adalah harga α = 0,05 dan α = 0,01 atau harga γ = 0,095 dan γ = 0,99.

Untuk menentukan interval penaksiran parameter θ dengan koefisien kepercayaan $1 - \alpha$, maka sebuah sampel acak diambil, lalu ditentukan nilai-nilai statistik yang diperlukan.

Persamaannya adalah :

$$P\ (A < \theta < B) = 1 - \alpha,$$

dengan A dan B adalah fungsi daripada statistik, jadi merupakan peubah acak, tetapi tidak bergantung pada θ. jika A dan B di hitung harganya berdasarkan data sampel, maka A dan B merupakan bilangan tetap.

Dapat dikatakan kita merasa yakin (1-α) 100% percaya bahwa parameter θ akan ada di dalam interval (A,B).

3.3. INTERVAL KONFIDENSI (SELANG KEPERCAYAAN).

Selang kepercayaan parameter μ di peroleh dengan menggunakan metode umum.Misal,y ε S dan θ ε Ω dimana Y ~ $f(y/\theta)$ dan Ω merupakan ruang parameter yang dibagi kedalam daerah terpisah ω dan $\Omega - \omega$ sehingga :

$$\Omega = \omega \cup \Omega - \omega \text{ dan}$$

$$\omega \cap \Omega - \omega = \emptyset$$

Anggap pemetaan didefinisikan dari masing - masing y ε S yang diberikan ke suatu t (y) ε Ω.

Pemetaan ini mendefinisikan tingkat selang kepercayaan $1 - \alpha$ bagi θ, jika :

$$P\,[\,\theta \varepsilon\, t\,(\,y\,)\mid\theta\,] = 1-\alpha,\ \forall\,\theta\,\varepsilon\,\Omega.$$

$S_{\Omega-\omega}$ merupakan darah kritis pengujian dengan ukuran α yang mana θ merupakan parameter :

$$P\,[\,y\,\varepsilon\ S_{\Omega-\omega}\mid\theta\,] = \alpha,\ \forall\,\theta\,\varepsilon\,\omega.$$

Di definisikan :

$$t\,(\,y\,) = \{\,\theta \mid y\,\varepsilon\ S_{\omega}\,\}.$$

maka :

$$P\,[\,\theta\,\varepsilon\, t\,(\,y\,)\mid\theta\,] = P\,[\,y\,\varepsilon\, S_{\omega}\mid\theta\,] = 1-\alpha$$

$$\text{karena } P\,[\,y\,\not\varepsilon\, S_{\omega}\mid\theta\,] = \alpha.$$

$t\,(\,y\,)$ merupakan penaksir selang kepercayaan $100\,(\,1-\alpha\,)\,\%$ bagi θ untuk y yang diberikan.

Penerapan prinsip ini untuk kasus 1 sampel:

Daerah kritis :

$$S_{\Omega-\omega} = \left\{\, y \mid |\,t\,| > t_{\alpha/2}\ (\,n-1\,)\right\}$$

$$= \left\{\, y \mid \left|\frac{\sqrt{n}\ (\bar{y}-\mu_o)}{S}\right| > t_{\alpha/2}(\,n-1\,)\right\}$$

dimana $t = \dfrac{\sqrt{n}\ (\bar{y}-\mu_o)}{S}$, dan $t_{\alpha/2}(n-1)$ adalah bagian atas $\alpha/2$ persen dari distribusi t student dengan dk. $n-1$.

Maka daerah penerimaannya :

$$t\,(\,y\,) = \left\{\,\mu \mid y\,\varepsilon\ S_{\omega}\right\}$$

$$= \left\{\,\mu \mid |\,t\,| \le t_{\alpha/2}\ (\,n-1\,)\right\}$$

$$= \left\{\,\mu \mid \pm\frac{\sqrt{n}\ (\bar{y}-\mu_o)}{S} \le t_{\alpha/2}\ (\,n-1\,)\right\}$$

$$= \left\{\,\mu \mid \pm\,(\,\bar{y}-\mu_o\,) \le \frac{S\ t_{\alpha/2}\ (n-1)}{\sqrt{n}}\right\}$$

$$= \left\{\bar{y} - \frac{S\ t_{\alpha/2}\,(n-1)}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{y} + \frac{S\ t_{\alpha/2}\ (n-1)}{\sqrt{n}}\right\}$$

merupakan selang kepercayaan untuk μ, atau dapat ditulis :

$$\left(\bar{y} - \frac{S\ t_{\alpha/2}(n-1)}{\sqrt{n}} ,\ \bar{y} + \frac{S\ t_{\alpha/2}(n-1)}{\sqrt{n}} \right)$$

selang kepercayaan 100 % (1 - α) untuk parameter μ dinyatakan sebagai :

$$\bar{y} - \frac{S\ t_{\alpha/2}(n-1)}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{y} + \frac{S\ t_{\alpha/2}(n-1)}{\sqrt{n}}$$

Seperti juga dalam kasus univariat, statistik T^2 dapat juga untuk menentukan selang kepercayaan untuk vektor mean $\underset{\sim}{\mu}$ populasi. Konfidensi ellipsoid 100 % (1 - α) untuk $\underset{\sim}{\mu}$ sesuai dengan persamaan :

$$n\ (\ \bar{Y} - \mu\ )'\ S^{-1}\ (\ \bar{y} - \mu\ ) \le T_{\alpha}\ (\ p,\ n-1\ )$$

dimana T_{α} (p, n-1) adalah bagian atas α persen dari distribusi T^2 Hotelling dengan dk.p dan n-1.

Akan kita perlihatkan bahwa untuk vektor sebarang $\underset{\sim}{a}$,

$$T^2 = \max_{\underset{\sim}{a}} \frac{n\ [\ \underset{\sim}{a}'\ (\bar{y} - \mu_o)\ ]^2}{\underset{\sim}{a}'\ S\ \underset{\sim}{a}}$$

$$\underset{\sim}{a}' Q_h\ \underset{\sim}{a} = n\ \underset{\sim}{a}' (\bar{y}-\mu_o)(\bar{y}-\mu_o)'\ \underset{\sim}{a}\ ,\ \text{dan}$$

$$\underset{\sim}{a}'\ S\ \underset{\sim}{a} = \frac{\underset{\sim}{a}'\ Q_e\ \underset{\sim}{a}}{n-1}$$

Maka :

$$\max_{\underset{\sim}{a}} \frac{n\ [\ \underset{\sim}{a}'\ (\ \bar{y} - \mu_o\ )\ ]^2}{\underset{\sim}{a}'\ S\ \underset{\sim}{a}} = \max_{\underset{\sim}{a}} \frac{\underset{\sim}{a}'\ Q_h\ \underset{\sim}{a}}{\frac{\underset{\sim}{a}'\ Q_e\ \underset{\sim}{a}}{n-1}}$$

$$\max_{\underset{\sim}{a}}\ (\ n - 1\ )\ \frac{\underset{\sim}{a}'\ Q_h\ \underset{\sim}{a}}{\underset{\sim}{a}'\ Q_e\ \underset{\sim}{a}} = \Gamma$$

dimana Γ akar terbesar dari $\left| \frac{Q_h - \Gamma Q_e}{n-1} \right|$.

oleh karena akar terbesar dari $|Q_h - \lambda Q_e| = 0$ adalah λ sehingga $(\ n - 1\ )\ \lambda_1 = \Gamma = T^2$

Jadi, $T^2 = \max\limits_{\underset{\sim}{a}} \dfrac{n\ [\underset{\sim}{a}'(\bar{y}-\mu_o)]^2}{\underset{\sim}{a}'\ S\ \underset{\sim}{a}}$, untuk vektor sebarang $\underset{\sim}{a}$

Maka : $\dfrac{n\ [\underset{\sim}{a}'(\bar{y}-\mu)]^2}{\underset{\sim}{a}'\ S\ \underset{\sim}{a}} \le n\ (\bar{y}-\mu)'\ S^{-1}\ (\bar{y}-\mu)$

Dari distribusi T^2,

$$P\left\{ \frac{n\ [\underset{\sim}{a}'(\bar{y}-\mu)]^2}{\underset{\sim}{a}'\ S\ \underset{\sim}{a}} \le T_\alpha\ (p,\ n-1)\ (\forall\ \underset{\sim}{a}) \right\} = 1-\alpha$$

$$P\left\{ n\ [a'(\bar{y}-\mu)]^2 \le \underset{\sim}{a}'\ S\ \underset{\sim}{a}\ T_\alpha\ (p,\ n-1) \right\} = 1-\alpha$$

$$P\left\{ [a'(\bar{y}-\mu)]^2 \le \frac{\underset{\sim}{a}'\ S\ \underset{\sim}{a}}{n}\ T_\alpha\ (p, n-1) \right\} = 1-\alpha$$

$$P\left\{ a'(\bar{y}-\mu) \le \pm\sqrt{\frac{\underset{\sim}{a}'\ S\ \underset{\sim}{a}}{n}}\ .\ \sqrt{T_\alpha(p,n-1)} \right\} = 1-\alpha$$

$$P\left\{ a'\ \bar{y} - \underset{\sim}{a}'\ \mu \le \pm\sqrt{\frac{\underset{\sim}{a}'\ S\ \underset{\sim}{a}}{n}}\ C_o \right\} = 1-\alpha$$

$$P\left\{ \underset{\sim}{a}'\ \mu \le \underset{\sim}{a}'\ \bar{y} \pm\sqrt{\frac{\underset{\sim}{a}'\ S\ \underset{\sim}{a}}{n}}\ C_o \right\} = 1-\alpha$$

dimana :

$$C_o = \sqrt{T_\alpha(p,n-1)}$$