B A B II

MATERI PENUNJANG

2.1. Barisan dan Deret

Definisi 3

Kumpulan dari bilangan - bilangan yang disusun secara teratur dinamakan barisan dan dinotasikan dengan $\{Sn\}$ atau $\langle Sn \rangle$

Definisi 4

Jika suatu barisan $\{Sn\}$ mempunyai limit untuk $n \rightarrow \infty$ maka barisan tersebut adalah konvergen

Definisi 5

Jika suatu barisan $\{Sn\}$ tidak mempunyai limit untuk $n \rightarrow \infty$, maka barisan tersebut adalah divergen

Contoh 1

Tentukan barisan $Sn = \dfrac{4n^2}{2n^2 + 1}$ adalah konvergen atau divergen.

Penyelesaian ;

Misalkan $f(x) = \dfrac{4x^2}{2x^2 + 1}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2}{2x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{2 + 1/x^2}$$

$$= \frac{4}{2 + 0} = 2$$

Jadi : barisan $f(x) = \dfrac{4x^2}{2x^2 + 1}$ adalah konvergen

dan $f(n) = \dfrac{4n^2}{2n^2 + 1}$ konvergen ke 2

Definisi 6

M disebut supremum (batas atas terkecil) dari suatu barisan $\{Sn\}$ adalah jika ;

(i). M adalah batas atas

(ii). Jika tidak ada $M' < M$, dimana M' adalah batas atas.

Supremum sering disingkat Sup.

Definisi 7

M disebut Infemum (batas bawah terbesar) dari suatu barisan $\{Sn\}$ jika :

(i). M adalah batas bawah

(ii). Jika tidak ada $M' > M$, dimana M' adalah batas bawah.

Contoh 2

$\{Sn\} = 1/2, -1/3, 1/4, -1/5, \ldots\ldots\ldots\ldots$

maka Supremum dari $\{Sn\}$ adalah 1/2

infemum dari $\{Sn\}$ adalah -1/3

Definisi 8

Jika suatu barisan $a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots\ldots$ dibentuk suatu barisan baru yaitu $S_1 = a_1$, $S_2 = a_1 + a_2$, $\ldots\ldots\ldots\ldots$ $S_n = a_1 + a_2 + \ldots\ldots\ldots + a_n$, maka barisan $S_1, S_2, S_3, \ldots\ldots\ldots, S_n$ disebut deret berhingga.

Definisi 9

Misalkan deret geometri $a + ar + ar^2 + \ldots\ldots + ar^{n-1}$ maka jumlah dari semua suku - sukunya adalah

$$Sn = a\frac{(r^n - 1)}{r - 1}, \text{ jika } r > 1$$

dan

$$Sn = a\frac{(1 - r^n)}{1 - r}, \text{ jika } r < 1$$

dimana ; a adalah suku pertama dan r adalah rasio

atau $r = \dfrac{\text{suku ke n}}{\text{suku ke n-1}}$

a adalah konstanta.

Dan untuk deret yang tak terhingga $a + ar + ar^2 + \ldots\ldots\ldots$

maka jumlah suku-sukunya adalah $S_\infty = \frac{a}{\ldots}$

Definisi 10

Deret berayun adalah deret yang berbentuk ; $a_1, -a_2, a_3, -a_4, \ldots\ldots\ldots\ldots, a_n > 0$ akan konvergen jika memenuhi ;

i). $|a_n|$ turun monoton atau $|a_n| \geq |a_{n+1}|$

ii) $\lim\limits_{n \to \infty} a_n = 0$

Contoh 3

Suatu deret berayun $1 - 1/2 + 1/3 - 1/4 + \ldots\ldots\ldots$ merupakan deret yang konvergen atau divergen !

Penyelesaian :

$a_n = 1 - 1/2 + 1/3 - 1/4 + \ldots\ldots\ldots$

karena ;

i). $|a_n| \geq |a_{n+1}|$ atau $|a_n|$ turun monoton

ii). $\lim\limits_{n \to \infty} a_n = \lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{1}{n} = 0$

maka ; deret tersebut adlah konvergen.

Definisi 11

Deret kuasa yang berbentuk $a_0 x^0 + a_1 x^1 + \ldots\ldots\ldots\ldots + a_n x^n + \ldots\ldots$ akan ;

i). Jika $x < L$ maka konvergen

ii). Jika $x > L$ maka divergen

dan jika $x = L$ harus diselidiki satu per satu

dimana ; $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{a_n}{a_{n+1}} = L$

2.2. Random Variable dan Probabilitas

Definisi 12

Suatu percobaan acak E dan S ruang sampelnya, maka suatu fungsi X yang memberikan pada setiap elemen s dari S suatu bilangan real disebut random variable.

Contoh 4

Satu uang logam dilempar keatas 3 kali berturut - turut. Berapa banyaknya bagian muka yang timbul ?

Penyelesaian :

Bidang uang logam bagian muka dinotasikan dengan m dan bagian belakang dinotasikan dengan b.

Ruang sampelnya adalah $S = \{(m,m,m),(m,m,b),(m,b,m),(m,b,b),(b,m,m),(b,m,b),(b,b,m),(b,b,b)\}$.

Random variabel X menyatakan banyaknya bagian muka yang ditentukan dalam S. Ruang hasilnya adalah $R_X = \{0,1,2,3\}$

jadi ;

$X(m,m,m) = 3$	$X(b,m,m) = 2$
$X(m,m,b) = 2$	$X(b,m,b) = 1$
$X(m,b,m) = 2$	$X(b,b,m) = 1$
$X(m,b,b) = 1$	$X(b,b,b) = 0$

Definisi 13

Jika suatu kejadian / percobaan E dapat terjadi dalam m cara dari seluruh n cara yang mungkin dan cara ini berkemungkinan sama (equally likely), maka nilai kemungkinan / p robabilitas dari E diberikan oleh ;

$$P(E) = m/n$$

Definisi 14

Jika pada kejadian $X \leqslant k$ berarti tiap bilangan $n \leqslant k$ dan $P(X \leqslant k)$, maka probabilitas fungsi distribusi dari random variabel X diberikan oleh ;

$$pk = P(X=k) = P(X \geqslant k) - P(X \geqslant k+1)$$

2.3. Nilai Ekspektasi

Definisi 15

Nilai ekspektasi/mean dari suatu random variabel X yang kontinyu adalah

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} X \, dF(X) = \int_{-\infty}^{\infty} X \, f(X) \, dX$$

dimana f(X) adalah fungsi densitas dari random variabel X.

Definisi 16

Nilai ekspektasi suatu random variabel X yang diskrit dengan range $R_X = \{x_1, x_2, x_3, \ldots\}$ dan probabilitas $P(x_i)$ adalah

$$E(X) = \sum x_i P(X=x_i) = \sum x_i P(x_i) \quad, i=1,2,\ldots$$

dimana tiap x_i mempunyai probabilitas P_i.

Contoh 5

Pikirkan random variabel X dimana range R_X dan distribusi probabilitas diberikan tabel sebagai berikut ;

R_X	0	1	2	3	4
$P(x_i)$	$\frac{16}{81}$	$\frac{32}{81}$	$\frac{24}{81}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{1}{81}$

Hitunglah nilai ekspektasi dari random variabel X ?

Penyelesaian ;

$$E(X) = \sum_{i=0}^{4} x_i P(x_i)$$

$$= 0.16/81 + 1.32/81 + 2.24/81 + 3.8/81 + 4.1/81$$

$$= 0 + 32/81 + 48/81 + 24/81 + 4/81$$

$$= 108/81$$

$$= 4/3$$

Teorema 1

$$E\ (\ aX + b\ ) = aE(X) + b$$

Bukti :

Menurut definisi 16 dimana $E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i P(x_i)$

maka ;

$$\begin{aligned} E(aX + b) &= \sum_{i=1}^{\infty} (ax_i + b).P(x_i) \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} (ax_i P(x_i)) + b\ P(x_i) \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} (ax_i P(x_i)) + \sum_{i=1}^{\infty} b\ P(x_i) \\ &= a \sum_{i=1}^{\infty} x_i P(x_i) + b \sum_{i=1}^{\infty} P(x_i) \\ &= a\ E(X) + b\ ,\ \text{karena} \sum_{i=1}^{\infty} P(x_i) = 1 \end{aligned}$$

Definisi 17

Jika dua random variabel X dan Y independent , maka nilai ekspektasinya diberikan ;

$$E(\ XY\ ) = E(X)\ .\ E(Y)$$

dan $\quad E(X+Y) = E(X) + E(Y)$

Definisi 18

Random variabel S_n ; n = 1,2,3,......., maka nilai ekspektasi dari S_n didefinisikan :

$$E\ (S_n) = \int_0^{\infty} P\ (S_n > t)\ dt$$

untuk random variabel S_n kontinu.

Definisi 19

Random variabel S_n ; n = 1,2,3,......., maka nilai ekspektasi untuk random variabel S_n diskrit didefinisikan ;

$$E\ (S_n) = \sum_{n=1}^{\infty} P\ (S_n > t)$$

Definisi 20

Untuk barisan random variabel X_n ; n = 1,2,3,.....,n maka mean / nilai ekspektasi dari random variabel didefinisikan :

$$E(X_n) = X_n = \frac{X_1 + X_2 + \dots\dots\dots\dots + X_n}{n}$$

maka :

$$\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{n=1}^{n} U_n = U$$

dimana $U_n = E(X_n)$

2.4. Fungsi - Fungsi

Definisi 21

Probabilitas dimana nilai dari random variabel X adalah bilangan sebarang x yang diberikan oleh :

$$f(x) = P(X=x)$$

maka f(x) dinamakan fungsi probabilitas dari random variabel X.

Definisi 22

Probabilitas dari nilai random variabel X adalah lebih kecil atau sama dengan bilangan real sebarang yang didefinisikan :

$$F(x) = P(X=x) \ , \ -\infty < x < +\infty$$
$$= \sum_i f(x_i)$$

dimana penjumlahan atas nilai - nilai x_i sehingga $x_i < x$, dinamakan fungsi distribusi diskrit.

Definisi 23

Probabilitas dari random variabel X yang didefinisikan :

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx$$

dinamakan fungsi distribusi kontinu atau probabilittas fungsi densitas f(x).

Definisi 24

Fungsi densitas f(x) adalah merupakan derivatif ke-satu dari fungsi distribusi F(x) yaitu :

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} = F'(x)$$

Definisi 25

Fungsi karakteristik Q(t) dari random variabel x yang kontinu didefinisikan oleh :

$$Q(t) = E(e^{itx}) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} f(x)\, dx$$

Definisi 26

Fungsi karakteristik Q(t) dari random variabel x yang diskrit didefinisiksn oleh :

$$Q(t) = E(e^{itx}) = \sum_n e^{itx} P(X=x_n)$$

$$= \sum_n e^{itx} P(x_n)$$

Definisi 27

Fungsi probabilitas dari distribusi Poisson didefinisikan oleh :

$$pk = P(X=k) = \frac{e^{-a}a^k}{k!} \quad , \text{ untuk parameter } a>0$$

$$k = 0,1,2,3,\ldots\ldots\ldots$$

Definisi 28

Fungsi gamma didefinisikan oleh :

$$T(n) = \int_{x=0}^{\infty} x^{n-1} e^{-x}\, dx \quad , \; n \geq 0$$

Contoh 6

$$T(n+1) = \int_{x=0}^{\infty} x^{(n+1)-1} e^{-x} dx = \int_{x=0}^{\infty} x^n e^{-x} dx$$

$$= -\int_{x=0}^{\infty} x^n de^{-x}$$

$$= -x^n e^{-x} \Big|_{x=0}^{\infty} + \int_{x=0}^{\infty} n\, x^{n-1}\, e^{-x}\, dx$$

$$= 0 + n \int_{x=0}^{\infty} x^{n-1}\, e^{-x}\, dx$$

$$= n\, T(n)$$

Jadi :

$$T(n+1) = n\, T(n)$$

$$= n\,(n-1)\, T(n-1)$$

$$= n\,(n-1)\,(n-2)\, T(n-2)$$

$$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$= n\,!$$

Definisi 29

Fungsi densitas diskrit (fungsi probabilitas p_k : diskrit) dari distribusi geometri didefinisikan :

$$p_k = P(X=k) = p(1-p) = pq^k \;,\; k = 1,2,3,\ldots.$$

$$q = 1-p \text{ dan } 0 < p < 1$$

Definisi 30

Fungsi densitas/kepadatan probabilitas (fungsi - probabilitas $f(x)$: kontinu) dari distribusi Gamma untuk parameter $r > 0$ didefinisikan :

$$f(x) = \frac{r^k x^{k-1} e^{-rx}}{T(k)} \quad , \; 0 \leqslant x < \infty \text{ dan } k > 0$$

$$\text{dimana : } T(k) = \int_{x=0}^{\infty} x^{k-1}\, e^{-x}\, dx$$

Definisi 31

Fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi eks- ponensial untuk parameter $r > 0$ adalah :

$$f(x) = re^{-rx} \;,\; 0 \leqslant x < \infty$$

Definisi 32

Fungsi derivatif dengan f sebagai fungsi ditulis dengan f'(x) dapat dinyatakan sebagai :

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

dan limitnya ada.

Definisi 33

Jika f suatu fungsi terbatas didalam interval tertutup (a,b), maka integral terbatas untuk f dari a ke b didefinisikan sebagai :

$$\int_{x=a}^{b} f(x)\, dx = f(a) - f(b)$$

Definisi 34

Jika a suatu konstanta, maka :

$$\int a\, f(x)\, dx = a \int f(x)\, dx$$

2.5. Fungsi Generator dan Probabilitas Fungsi Generator

Definisi 35

Misalkan a_0 , a_1 , a_2 , ... suatu barisan bilangan real dengan menggunakan variabel s, maka :

$$A(s) = a_0 + a_1 s^1 + a_2 s^2 + \ldots\ldots = \sum_{k=0}^{\infty} a_k s^k$$

Jika deret itu konvergen dalam interval $-s_0 < s < s_0$ maka A(s) dinamakan fungsi generator dari barisan $a_0, a_1, a_2, \ldots\ldots$

Contoh 7

Suatu deret yang berbentuk $s + 1/2.s^2 + 1/3.s^3 + \ldots\ldots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{s^n}{n}$. Tentukan nilai s dimana deret tersebut divergen dan konvergen.

Penyelesaian :

$$\lim_{n\to\infty} \left| \frac{a_{n+1}\ s^{n+1}}{a_n\ s^n} \right| < 1$$

$$s < \lim_{n\to\infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$$

$$L = \lim_{n\to\infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = \lim_{n\to\infty} \left| \frac{1/n}{1/n+1} \right| = 1$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{s^n}{n}\ ,\quad |s| < 1 \text{ atau } -1 < s < 1$$

Menurut definisi 11 maka deretnya konvergen.

$$\sum_{1}^{\infty} \frac{s^n}{n}\ ,\quad |s| > 1$$

Menurut definisi 11 maka deretnya divergen

$|s| = 1$ maka $s = 1$ dan $s = -1$

Untuk $s = 1$ maka $1/n$ divergen

untuk $s = -1$ maka deretnya menjadi :

$$-1 + 1/2 - 1/3 + 1/4 + \ldots\ldots\ldots$$

yang merupakan deret berayun dan memenuhi :

(i). $|a_n| \geq |a_{n+1}|$ atau turun monoton

(ii). $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} 1/n = 0$

menurut definisi 10 maka deretnya konvergen.

Jadi :

$\frac{s^n}{n}$, $-1 \leq s < 1$ konvergen

maka deret tersebut merupakan fungsi generator dari barisan s , $1/2.s^2$, $1/3.s^3$,...............

$\frac{s^n}{n}$, $s > 1$ dan $s = 1$, deretnya divergen

bukan merupakan fungsi generator dari barisan s , $1/2.s^2$, $1/3.s^3$,..........

Definisi 36

Diharapkan bahwa X adalah random variabel yang meng asumsikan nilai-nilai integer non negatif 0,1,2,... dan $P\{X=k\} = pk$, $k = 0,1,2,3,\ldots\ldots\ldots\ldots$

Jika a_k mempunyai probabilitas pk , $k = 0,1,2,\ldots\ldots$ maka fungsi generator P(s) dari barisan probabili - tas $\{pk\}$ dinamakan probabilitas fungsi generator di singkat pfg dari random variabel X atau dapat ditu- lis :

$$P(s) = \sum_{k=0}^{\infty} pk.s^k \ , \ k = 0,1,2,3,\ldots\ldots\ldots$$

Jika pfg P(s) diderivatifkan pertama dan kedua didapat :

$$P'(s) = \sum_{k=0}^{\infty} k.pk.s^{k-1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$P''(s) = \sum_{k=0}^{\infty} k(k-1)pk.s^{k-1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

Teorema 2

Nilai ekspektasi dari random variabel X pada probabilitas fungsi generator adalah derivatif pertama dari pfg P(s) untuk s = 1

Bukti :

Menurut definisi 36 dimana $P(s) = \sum_{k=0}^{\infty} pk.s^k$

maka derivatif pertama P(s) adalah

$$P'(s) = \sum_{k=0}^{\infty} k.pk.s^{k-1}$$

untuk s = 1, maka :

$$P'(1) = \sum_{k=0}^{\infty} k.pk.(1)^{k-1}$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} k.pk$$

$$= E(X)$$

Contoh 8

dom variabel dengan fungsi probabilitas p_k.

Carilah E(X) !

Penyelesaian :

Rumus fungsi probabilitas distribusi geometri menurut definisi 29 adalah :

$$pk = p(1-p)^{k-1} = pq^{k-1} \quad , k = 1,2,3,\ldots\ldots\ldots$$
$$= pq^{k} \quad , k = 0,1,2,\ldots\ldots\ldots$$

Pfg random variabel X menurut definisi 36 adalah :

$$P(s) = \sum_{k=0}^{\infty} pk.s^k = \sum_{k=0}^{\infty} pq^k s^k$$
$$= p\sum_{k=0}^{\infty}(qs)^k$$
$$= p(\ (qs)^0 + (qs)^1 + (qs)^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots)$$
$$= p\ (\ 1 + qs + (qs)^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)$$

menurut definisi 9 dimana jumlah suku-suku yang tidak berhingga adalah $S_\infty = \dfrac{a}{1-r}$

a : suku pertama dan r = rasio

maka :

$$\sum_{k=0}^{\infty}(qs)^k = \frac{1}{1-qs} = S_\infty$$

sehingga :

$$P(s) = p.\frac{1}{1-qs} = \frac{p}{1-qs}$$

$$P'(s) = \frac{pq}{(1-qs)^2}$$

jadi :

$$E(X) = P(1)$$
$$= \frac{pq}{(1-q.1)^2} = \frac{pq}{(1-q)^2} = \frac{pq}{p^2} = \frac{q}{p}$$

Definisi 37

Konvolosi f(x) dari dua fungsi $f_1(x)$ dan $f_2(x)$ didefinisikan :

$$f(x) = \int_{x=0}^{t} f_1(t).f_2(x-t)\,dt$$

$$= \int_{x=0}^{t} f_1(x-t).f_2(t)\,dt$$

Konvolosi f(x) sering ditulis :

$$f(x) = f_1(x)*f_2(x) \quad \text{atau} \quad f(x) = f_1 * f_2$$

2.6. Laplace Transform

Definisi 38

Misalkan f(t) suatu fungsi dari variabel real positif, maka Laplace Transform (LT) dari f(t) didefinisikan :

$$f^*(s) = L\left\{f(t)\right\} = \int_{t=0}^{\infty} e^{-st} f(t)\,dt$$

L memunjukkan operator Laplace Transform.

Teorema 3

Jika fungsi f(t) = 1 maka laplace transformnya sama dengan 1/s, s > 0.

Bukti :

$$f(t) = 1 \quad \text{maka} : f^*(s) = L\left\{1\right\}$$

$$= \int_{t=0}^{\infty} e^{-st}.1\,dt$$

$$= -\frac{1}{s}\,.\,e^{-st}\Big|_{t=0}^{\infty}$$

$$= \frac{1}{s} \quad , s > 0$$

Teorema 4

Jika fungsi $f(t) = t^n$, n = 1,2,3,..........., maka

$$f^*(s) = \frac{n!}{s^{n+1}}$$

Bukti :

$$f^*(s) = L\left\{t^n\right\} = \int_{t=0}^{\infty} e^{-st}.t^n\, dt$$

$$= \int_{t=0}^{\infty} e^{-st}.\ \frac{(st)^n}{s^n}.\ \frac{1}{s}\ d(st)$$

$$= \frac{1}{s^{n+1}} \int_{t=0}^{\infty} e^{-st}(st)^n\, d(st)$$

Menurut definisi 28 maka :

$$\int_{t=0}^{\infty} e^{-st}(st)^n\, d(st) = \Gamma(n+1) = n!$$

maka :

$$f^*(s) = \frac{\Gamma\ (n+1)}{s^{n+1}} = \frac{n!}{s^{n+1}}$$

Teorema 5

Jika fungsi $f(t) = e^{-at}$, maka laplace transform dari fungsi f(t) adalah $f^*(s) = \dfrac{1}{s+a}$, $s > a$.

Bukti :

$$f^*(s) = L\left\{e^{-at}\right\} = \int_{t=0}^{\infty} e^{-st}.\ e^{at}dt$$

$$= \int_{t=0}^{\infty} e^{(-s-a)t}\ dt$$

$$= \frac{-1}{s+a}\ .\ e^{(-s-a)t}\Big|_{t=0}^{\infty}$$

$$= \frac{-1}{s+a}\ .\ (0-1)$$

$$= \frac{1}{s+a}\ ,\ s > a$$

Teorema 6

Jika fungsi $f(t) = t^p$, p bilangan real > 0 , maka laplace transform dari f(t) adalah $f^*(s) = \dfrac{p!}{s^{p+1}}$

Bukti :

$$f^*(s) = L\left\{t^p\right\} = \int_{t=0}^{\infty} e^{-st} . t^p \, dt$$

$$= \frac{1}{s^{p+1}} \int_{t=0}^{\infty} e^{-st} (st)^p \, dt$$

Menurut definisi 28 maka :

$$\int_{t=0}^{\infty} e^{-st} (st)^p \, d(st) = \Gamma(p+1) = p!$$

Jadi :

$f(t) = t^p$, p bilangan real > 0

maka :

$$f^*(s) = \frac{\Gamma(p+1)}{s^{p+1}} = \frac{p!}{s^{p+1}} \quad , s > 0$$

Definisi 39

Jika f*(s) adalah suatu laplace transform dari f(t) yaitu $L\left\{f(t)\right\} = f^*(s)$, maka f(t) dinamakan invers Laplace Transform dari f*(s) ;

$$L^{-1}(f^*(s)) = f(t)$$

L^{-1} adalah operator invers laplace transform.

Definisi 40

Jika laplace transform dari fungsi f(t) adalah $f^*(s) = 1/s$, maka invers laplace transformnya ada - lah $f(t) = 1$.

Definisi 41

Jika laplace transform dari suatu fungsi f(t) ada - lah $f^*(s) = n!/s^{n+1}$, $s > 0$ maka invers laplace trans- formnya adalah $f(t) = t^n$.

Definisi 42

Jika laplace transform dari suatu fungsi dimana $f^*(s) = 1/s-a$, $s > a$ maka invers laplace tranformnya adalah $f(t) = e^{at}$.

Definisi 43

Jika laplace transform dari fungsi $f(t)$, dimana $f^*(s) = p!/s^{p+1}$, p bilangan real > 0, maka invers laplace transformnya adalah $f(t) = t^p$.

Definisi 44

Jika fungsi distribusi $F(t)$ sama dengan fungsi densitas $f(t)$, maka laplace transform dari kedua fungsi adalah $F^*(s) = 1/s.f^*(s)$.

Definisi 45

Laplace Transform dari fungsi densitas $f(t)$ pada random variabel X_n yang didistribusikan secara identik didefinisikan :

$$f_n^*(s) = (\ f^*(s)\ )^n$$