

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. PENGERTIAN

Fungsi seluruh adalah suatu fungsi yang analitik (menurut definisi 24 pada bab II) di seluruh bidang kompleks. Fungsi suku banyak (polinomial) bilangan kompleks : $a_0 + a_1z + a_2z^2 + a_3z^3 + \dots + a_nz^n$ adalah fungsi yang analitik di seluruh bidang kompleks yang dinamakan fungsi seluruh, karena fungsi suku banyak mempunyai derivatif di setiap harga z di dalam sekitar bidang kompleks.

Hal ini dapat diperlihatkan contoh sebagai berikut :

CONTOH : 1

$f(z) = 1 + z + z^2 + z^3$ merupakan fungsi polinomial yang berderajat 3.

$f(z)$ terdifferensialkan pada z

Menurut definisi : 23 maka defferensial dari $f(z)$ adalah

$$f'(z) = 1 + 2z + 3z^2$$

$$f''(z) = 2 + 6z$$

$$f'''(z) = 6$$

Karena fungsi f terdifferensialkan pada setiap harga z , maka fungsi suku banyak ini merupakan fungsi yang analitik di seluruh bidang kompleks.

Fungsi seluruh dalam hal ini akan menerangkan mengenai hubungan hasil kali dari suatu fungsi suku banyak (polinomial) dan perkembangannya dari hasil fungsi

tersebut.

DEFINISI : 1

Fungsi seluruh f dengan sebuah harga nol pada $z = 0$ dan $m \geq 0$ didefinisikan $f(z) = z^m \cdot e^{g(z)}$. $p(z)$ dapat mempunyai jenis yang terbatas jika :

- a. $P(z)$ adalah bentuk standart dari fungsi seluruh f yang mempunyai bilangan bulat p yang terbatas dengan harga nol $\{ a_1, a_2, a_3, \dots \}$ yaitu

$$P(z) = \sum_{k=1}^{\infty} E_p \left(\frac{z}{a_k} \right)$$

$$P(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{z}{a_k} \right) \exp \left[\frac{z}{a_k} + \frac{\left(\frac{z}{a_k} \right)^2}{2} + \frac{\left(\frac{z}{a_k} \right)^3}{3} + \dots + \frac{\left(\frac{z}{a_k} \right)^p}{p} \right] \text{ untuk } p \geq 1$$

- b. $g(z)$ adalah fungsi polinomial yang berderajat terbatas dan dimisalkan derajat fungsi $g(z)$ adalah q .

Maka jenis yang terbatas dari fungsi seluruh f dapat dimisalkan λ dengan bentuk $\lambda = \max(p, q)$.

CONTOH : 2

$f(z) = e^{1+z+z_2+z_3} (1+z)$ merupakan fungsi seluruh dengan orde 3.

Karena fungsi seluruh didefinisikan

$f(z) = z^m \cdot e^{g(z)}$. $p(z)$ maka fungsi di atas dapat dijelaskan sebagai berikut :

- Mempunyai $m = 0$
- fungsi $g(z)$ merupakan fungsi polinomial yang berderajat 3 ($q = 3$)

- Fungsi $P(z)$ yang merupakan bentuk standart dari fungsi seluruh di atas yaitu $P(z) = 1 + z$ mempunyai bilangan bulat $p = 0$ dan harga nolnya adalah $a_1 = -1$ yang didapatkan dari :

$$P(z) = \sum_{k=1}^{\infty} E_0 \left(\frac{z}{a_k} \right)$$

$$P(z) = \left(1 - \frac{z}{a_1} \right) = (1+z), \text{ sehingga}$$

$$a_1 = -1$$

Fungsi di atas jelas merupakan jenis yang terbatas dari fungsi seluruh yang dimisalkan dengan $\mu = \max(0, 3)$ yaitu $\mu = 3$.

1.2. PERMASALAHAN

Bagaimana karakter atau sifat dari fungsi seluruh f yang dapat ditarik kesimpulannya jika hasil kali fungsi g dan fungsi p dapat diperkirakan dengan karakter atau sifat tertentu.

1.3. PEMBAHASAN

Dalam fungsi seluruh ini akan dibahas mengenai :

- Hubungan perkembangan harga nol dari fungsi f dan perkembangan $M(r) = \text{Sup} \{ |f(re^{i\theta})| ; 0 \leq \theta \leq 2\pi \}$
- Hubungan diantara perkembangan $M(r) = \text{Sup} \{ |f(re^{i\theta})|, 0 \leq \theta \leq 2\pi \}$ dan memperkirakan fungsi g dan fungsi p , dimana $M(r)$ disebut batas atas terkecil atau Supremum $f(re^{i\theta})$