BAB III

TEORI DASAR KRITIKALITAS REAKTOR

Neutron-neutron di dalam reaktor mengalami reaksi-reaksi tumbukan hamburan. Didalam reaksi tumbukan ini, neutron selalu berpindah-pindah tempat dari satu titik hamburan ke titik hamburan lainnya.Mengalami reaksi hamburan elastis maupun hamburan tak elastis atau mengalami reaksi serapan. Dalam hal ini neutron dikatakan telah diangkut dari suatu daerah ke daerah lainnya. Biasanya proses ini dinamakan proses angkutan atau proses transport. Sehingga yang disebut teori transport adalah ilmu yang mempelajari tentang proses transport neutron.

Distribusi neutron-neutron pada ruang, energi dan waktu digambarkan secara lengkap oleh persamaan transport. Persamaan transport seringkali disebut juga sebagai persamaan Boltzmann, sesuai dengan penemunya yang bernama L. Boltzmann ($\pm$1870) dalam hubungannya dengan teori gas kinetik. Persamaan Boltzmann secara lengkap adalah :

$$\begin{aligned}\frac{\partial n}{\partial t}(\vec{r},E,\vec{\Omega},t) = \int_{4\pi}^{\pi} & \Sigma\,(E^1 \longrightarrow E,\ \Omega^1 \longrightarrow \Omega) \\ & \phi\,(\vec{r},\ E,\ \vec{\Omega},\ t)\ dE^1\ d\Omega^1 \\ & + s\,(\vec{r},\ E,\ \vec{\Omega},\ t) \\ & - \Big[\nabla\,\vec{\Omega}\,\phi\,(\vec{r},\ E,\ \vec{\Omega},\ t) \quad + \\ & \quad \Sigma\,(E)\,\phi\,(\vec{r},\ E,\ \vec{\Omega},\ t)\Big]\end{aligned}$$

dimana $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\ \bar{i} + \frac{\partial}{\partial y}\ \bar{j} + \frac{\partial}{\partial z}\ \bar{k}$

Penyelesaian persamaan transport terasa sulit apabila dibandingkan dengan perumusan lengkapnya yang mudah. Persamaan transport merupakan dasar perhitungan kondisi-kondisi kritis pada suatu reaktor, distribusi dalam ruang dari fluks neutron bermacam-macam energi dan kuantitas lain yang merupakan dasar bagi disain reaktor nuklir. Cara-cara penyelesaian persamaan ini dapat dipelajari pada teori transport.

Bentuk pendekatan yang paling sederhana dari teori transport disebut teori diffusi. Nama ini diberikan karena meliputi suatu hubungan yang sama dengan Hukum Fick yang berlaku untuk diffusi gas dan pemecahannya. Hukum Fick adalah bentuk hubungan antara arus neutron dan fluks neutron dalam keadaankeadaan tertentu. Sedang persyaratan bagi berlakunya teori diffusi jarang diujudkan sepenuhnya dalam masalah-masalah reaktor praktis, maka penjabaran teori ini biasanya menggunakan pendekatan-pendekatan dan perumpamaan-perumpamaan agar didapatkan solusi transport yang tepat. Teori diffusi sangat luas penggunaannya dalam perhitungan disain reaktor.

Apabila dianggap semua neutron mempunyai tenaga yang sama atau hanya terdiri atas satu kelompok tenaga, maka teori ini disebut teori diffusi satu kelompok. Sedangkan yang akan kita bicarakan pada bab-bab selanjutnya adalah teori diffusi 2 kelompok. Yaitu suatu bentuk teori diffusi dimana neutron-neutron di dalam reaktornya dipisah menjadi dua kelompok. Satu kelompok terdiri dari neutron-neutron termis atau lembat dan disebut kelompok termis. Sedangkan kelompok satunya terdiri dari neutron-neutron cepat dan disebut kelompok cepat atau fast. Teori diffusi dapat meliputi banyak kelompok.

Dengan menganggap bahwa neutron-neutron dalam reaktor mengikuti hukum diffusi, maka besarnya ukuran kritis dan massa kritis reaktor dapat ditentukan.

Pikirkan sembarang volume material V yang berisi neutron-neutron energi tunggal. Dalam keadaan apapun, neutron-neutron dalam volume ini memenuhi kondisi kontinuitas. Yaitu kecepatan perubahan dari jumlah seluruhnya neutron dalam V harus sama dengan kecepatan diproduksinya neutron dalam V dikurangi kecepatan diserapnya neutron atau hilangnya neutron dari V. Oleh karena itu dapat dituliskan :

$$\frac{d}{dt}\int_V n(r,t)\, dV = \text{kecepatan produksi} - \text{kecepatan penyerapan} - \text{kecepatan kebocoran} \qquad \text{(III-1)}$$

Untuk mendapatkan bentuk persamaan $\frac{d}{dt}\int_V n(r,t)$ dV terlebih dahulu harus kita tentukan nilai-nilai dari masing-masing kecepatan.

III.1. Kecepatan produksi

Produksi dari neutron-neutron dapat disajikan dengan suatu fungsi distribusi sumber s(r,t) dimana sama dengan jumlah neutron yang dipancarkan per cm^3/detikoleh sumber pada titik r dan dalam selang waktu t. Oleh karena itu dapat dituliskan

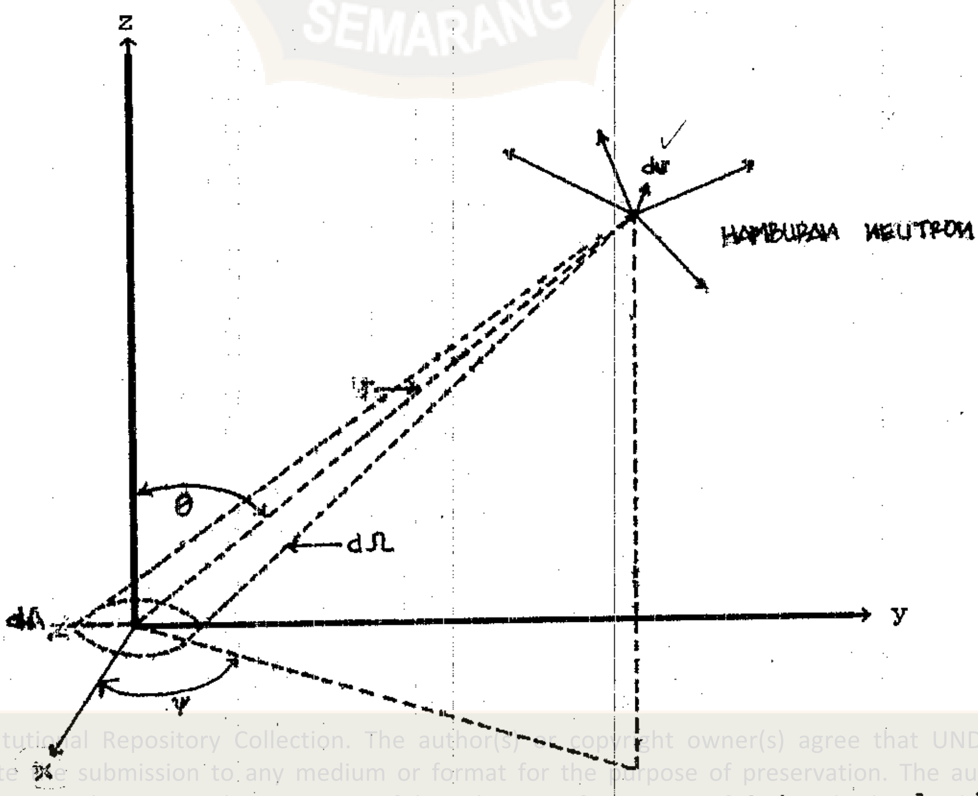
$$\text{Kecepatan produksi} = \int_V s(r,t)\, dV \qquad \text{(III- 2)}$$

Kalau faktor perlipatan tak terhingga adalah k_∞ , maka kecepatan produksi S dalam unsur volume dx dy dz adalah:

$$S = k_\infty \Sigma_a \phi \qquad \text{(III- 3)}$$

III.2. Kecepatan Penyerapan

Kecepatan interaksi atau biasa disebut kerapatan tumbukan dalam perhitungan-perhitungan reaktor, adalah sama dengan I Σ_t tumbukan per cm^3/detik. Dimana I adalah intensitas neutron energi tunggal dan Σ_t adalah luas tampang makroskopik total. Keadaan interaksi dalam reaktor terjadi untuk banyak sekali pancaran neutron-neutron dengan intensitas I_A, I_B, I_C, ... Sehingga kerapatan tumbukan total menjadi ($I_A + I_B + I_C + \ldots$) Σ_t tumbukan per cm^3/detik. Dalam rangka menemukan perumusan untuk kerapatan tumbukan, terlebih dahulu diperkenalkan suatu fungsi distribusi kerapatan neutron, yaitu fungsi n(r,ω). Fungsi ini didefinisikan sedemikian sehingga n(r,ω) dΩ adalah jumlah neutron-neutron per cm^3 pada suatu titik r dimana vektor-vektor kecepatan terletak dalam differensial sudut ruang (solid angle) dΩ untuk arah Ω.



Gb. III-1. Diagram untuk neutron sesudah mengalami reaksi hamburan.

Gambar III-1 diatas menunjukkan neutron yang dapat mencapai unsur luas dA sesudah mengalami hamburan dalam unsur volume dV pada kedudukan r dalam suatu medium. Dalam bentuk-bentuk fungsi tersebut, jumlah seluruhnya dari neutron per cm^3 padakedudukan r diberi notasi n(r), yaitu :

$$n(r) = \int_{4\pi} n(r,\omega)\, d\Omega \qquad \text{(III- 4)}$$

dimana 4π pada batas integral berarti bahwa integrasi dilakukan pada seluruh sudut ruang, yaitu meliputi semua arah gerakan neutron.

Intensitas pancaran neutron energi tunggal sama dengan kerapatan neutron dalam pancaran dikalikan dengan kecepatannya. Olehkarena itu, dapat dipikirkan bahwa neutron-neutron bergerak ke dalam sudut pejal $d\Omega$ untuk arah ω meliputi suatu differensial pancaran dari intensitas $dI(r,\omega)$ yang diberikan oleh :

$$dI(r,\omega) = n(r,\omega)\, \nu\, d\Omega \qquad \text{(III- 5)}$$

dimana ν adalah kecepatan neutron. Kecepatan interaksi $dF(r,\omega)$ sesuai dengan pancaran ini terbukti :

$$dF(r,\omega) = \Sigma_t\, dI(r,\omega) \qquad \text{(III- 6)}$$

dan kecepatan interaksi totalnya pada r adalah :

$$F(r) = \int dF(r,\omega)$$

$$= \Sigma_t \int_{4\pi} n(r,\omega)\, \nu\, d\Omega \qquad \text{(III -7)}$$

Karena ν telah dianggap konstan, hal ini dapat disimpulkan dari integral pada persamaan (III-7), maka F(r) dapat ditulis sebagai :

$$F(r) = \Sigma_t\, n(r)\, \nu \qquad \text{(III- 8)}$$

Dalam teknik nuklir seringkali digunakan kuantitas $n(r)\, \nu$ yang dinotasikan dengan $\phi(r)$, yaitu :

$$\phi(r) = n(r)\, \nu \qquad \text{(III- 9)}$$

dan diberi nama fluks neutron kecepatan-satu. Apabila fluks ini disubstitusikan ke dalam F(r), maka F(r) berubah menjadi :

$$F(r) = \Sigma_t \, \phi(r) \qquad \text{(III-10)}$$

Untuk neutron-neutron dengan energi yang tidak mono/tunggal, kecepatan interaksinya dapat dicari dengan menggabungkan distribusi energi neutron-neutron ke dalam fungsi distribusi kerapatan neutron. Jadi, suatu fungsi $n(r,E,\omega)$didefinisikan sehingga $n(r,E,\omega)\, dE\, d\Omega$ sama dengan jumlah neutron per cm^3 yang mempunyai energi antara E dan E + dE dan yang bergerak masuk ke suatu sudut pejal $d\Omega$. Jumlah seluruhnya dari neutron-neutron per cm^3dengan energi antara E dan E + dE menjadi :

$$n(r,\omega)\, dE = \int_{4\pi} n(r,E,\omega)\, d\Omega\, dE \qquad \text{(III-11)}$$

dan kerapatan neutron totalnya adalah :

$$n(r) = \int_0^\infty \int_{4\pi} n(r,E,\omega)\, d\Omega\, dE \qquad \text{(III-12)}$$

Batas pada integral yang pertama adalah 0 dan ∞ menunjukkan bahwa integral yang dilaksanakan meliputi seluruh energi-energi neutron.

Jumlah interaksi yang terjadi per cm^3/detik pada r dalam interval energi dE diberikan oleh F(r,E) dE. Fungsi F(r,E) dE merupakan kecepatan interaksi per unit energi. Dan persamaan (III-8) akan berubah menjadi :

$$F(r,E)\, dE = \Sigma_t(E)\, n(r,E)\, \nu(E)\, dE \qquad \text{(III-13)}$$

dimana energi dapat ditulis secara eksplisit dalam setiap bentuk. Kuantitas $n(r,E)\ \nu(E)$ pada persamaan di atas disebut fluks energi dependent atau fluks tiap unit energi dan diberi notasi $\phi(r,E)$, yaitu :

$$\phi(r,E) = n(r,E)\, \nu(E) \qquad \text{(III-14)}$$

Kecepatan interaksi tiap unit energi pada r dapat ditulis sebagai :

$$F(r,E) = \Sigma_t(E)\ \phi(r,E)\ dE \tag{III-15}$$

dan kecepatan interaksi total pada r adalah :

$$\phi(r,E) = \int_0^{\infty} \Sigma_t(E)\ \phi(r,E)\ dE \tag{III-16}$$

Ketika $\phi(r,E)$ diketahui menyeluruh pada suatu reaktor, maka kecepatan interaksi total pada titik manapun dapat dihitung dari persamaan di atas. Kecepatan-kecepatan dari interaksi nuklir khusus manapun dapat dihitung juga dengan cara yang agak nyata. Jadi kecepatan interaksi hamburan pada titik r adalah :

$$F_s(r) = \int_0^{\infty} \Sigma_s(E)\ \phi(E)\ dE \tag{III-17}$$

untuk kecepatan penyerapannya adalah:

$$F_a(r) = \int_0^{\infty} \Sigma_a(E)\ \phi(r,e)\ dE \tag{III-18}$$

dan seterusnya.

Apabila kecepatan penyerapan dari neutron-neutron dalam integral energi ditransformasikan dalam integral sembarang volume material V, maka

$$F_a(r) = \int_V \Sigma_a(r)\ \phi(r,t)\ dV \tag{III-19}$$

Apabila kecepatan penyerapan diberi notasi dengan A, persamaan (III-19) dapat dituliskan :

$$A = \int_V \Sigma_a(r)\ \phi(r,t)\ dV \tag{III-20}$$

III.3. Kecepatan Kebocoran

Aliran neutron dalam reaktor digambarkan dengan vektor J dan disebut kerapatan arus neutron yang dihasilkan oleh bentuk pertama vektor yang banyaknya sama dengan $dI(r,\omega)$. Telah dibahas di muka, bahwa :

$$dI(r,\omega) = n(r,\omega)\ \nu\ d\Omega \tag{III-21}$$

Sekarang laju ν harus diganti dengan kecepatan v, sebab arus neutron merupakan besaran vektor. Sehingga dapat kita tuliskan :

$$dI(r,\omega) = n(r,\omega)\ v\ d\Omega \qquad \text{(III-22)}$$

Vektor J kemudian dapat didefinisikan sebagai integral dari $dI(r,\omega)$ diseluruh sudut ruang, yaitu :

$$J = \int_{4\pi} n(r,\omega)\ v\ d\Omega \qquad \text{(III-23)}$$

Komponen dari J pada arah dari unit vektor n, diberikan oleh :

$$J = J_n \cdot \hat{n} \qquad \text{(III-24)}$$

adalah sama dengan kecepatan netto dimana neutron-neutron melalui suatu unit daerah normal ke-n. Jadi, apabila neutron-neutron melalui unit daerah normal ke-n pada r, maka bentuknya menjadi $J(r,t) \cdot \hat{n}$. Di dalam unsur volume V, vektor kerapatan arus neutron ini merupakan perwujudan dari kebocoran neutron-neutron. Oleh karena itu, jika $\hat{n}$ dianggap sebagai unit normal yang menunjuk ke arah luar dari permukaan A yang mengelilingi V, maka $J(r,t) \cdot \hat{n}\ dA$ adalah kecepatan bersih aliran neutron arah luar melalui dA. Kecepatan total dimana neutron-neutron bocor dari seluruh permukaan adalah :

$$\text{Kecepatan kebocoran} = \int_A J(r,t) \cdot \hat{n}\ dA \qquad \text{(III-25)}$$

Bentuk integral persamaan (III-25)dapat ditransformasikan ke integral volume, yaitu :

$$\text{Kecepatan kebocoran} = \int_V \operatorname{div} J(r,t)\ dV \qquad \text{(III-26)}$$

Untuk menentukan vektor kerapatan arus J, harus menghitung tiga komponen J_x, J_y, J_z. Dimulaidengan J_z, anggaplah kecepatan dimana neutron-neutron mengalir melalui daerah dA_z yang terletak pada bidang xy pada titik sudutnya. Di dalam pembahasan ini, ditinjau neutron yang dapat mencapai unsur luas dA sesudah mengalami reaksi hamburan dalam unsur volume V pada kedudukan r.

Perhatikan gambar III-1.

Banyaknya reaksi tumbukan hamburan yang terjadi per detik pada unsur volume dV adalah $\Sigma_s \phi$ dV. Dimana Σ_s adalah luas tampang makroskopik hamburan dan ϕ adalah fluks neutron. Karena hamburan dianggap bersifat isotropis dalam sistem laboratorium, maka kebolehjadian bahwa neutron-neutron yang mengalami tumbukan dalam unsur volume dV dan mencapai luas dA_z adalah :

$$\frac{dA_z \cos \theta}{4 \pi r^2} \qquad \text{(III-27)}$$

sehingga banyaknya neutron-neutron yang mengalami hamburan per detik dalam volume dV dan luas dA_z menjadi :

$$\frac{dA_z \cos \theta}{4 \pi r^2} \phi \Sigma_s dV \qquad \text{(III-28)}$$

Kebolehjadian neutron dapat menempuh jarak r tanpa mengalami tumbukan apapun adalah $e^{-\Sigma_t r}$, dimana Σ adalah luas tampang makroskopik total dari medium. Jadi, banyaknya neutron-neutron yang berasal dari unsur volume dV dan mencapai luas dA_z adalah :

$$\frac{dA_z \cos \theta}{4 \pi r^2} \phi \Sigma_s dV e^{-\Sigma_t r} . \qquad \text{(III-29)}$$

Apabila dV dituliskan dalam koordinat kutub, maka $dV = r^2 \sin \theta \, dr \, d\theta \, d\psi$. Maka, banyaknya neutron-neutron yang mengalir ke bawah melalui dA_z per detik dapat diperoleh dengan integrasi sebagai berikut :

$$\int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{r=0}^{\infty} \phi \Sigma_s \frac{dA_z}{4\pi} e^{-\Sigma_t r} \cos\theta \sin\theta \, dr \, d\theta \, d\psi$$

(III-30)

dapat juga dituliskan menjadi :

$$\frac{\Sigma_s dA_z}{4 \pi} \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{r=0}^{\infty} \phi e^{-\Sigma_t r} \cos\theta \sin\theta \, dr \, d\theta \, d\psi$$

(III-31)

Σ_s dapat dikeluarkan dari tanda integral dikarenakan

Σ_s tidak bergantung pada variabelruang untuk medium homogen.

Arus neutron adalah banyaknya neutron yang melewati satu satuan luas tiap satuan waktu. Jika J_z^- adalah arus neutron yang lewat ke arah z negatif per detik, maka J_z^- hanya jumlah Persamaan (III-31) dibagi dengan dA_z, yaitu :

$$J_z^- = \frac{\Sigma_s}{4\pi}\int_{\psi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi/2}\int_{r=0}^{\infty} \phi\, e^{-\Sigma_t r} \cos\theta \sin\theta \; dr\, d\theta\, d\psi \qquad \text{(III-32)}$$

Integrasi dari persamaan di atas hanya dapat dikerjakan apabila ϕ dalam ruang diketahui. Jika dianggap bahwa fluks ϕ berubah secara perlahan-lahan terhadap kedudukan, maka dapat dikembangkan di dalam deret Taylor :

$$\phi(x,y,z) = \phi_o + x\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_o + y\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)_o + z\left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)_o \qquad \text{(III-33)}$$

dimana indeks 0 menunjukkan bahwa besaran yang bersangkutan harus diberi nilai pada titik nol. Apabila variabel x, y, dan z dituliskan dalam koordinat kutub, maka :

$$x = r \sin\theta \cos\psi$$

$$y = r \sin\theta \sin\psi$$

$$z = r \cos\theta$$

Hasil substitusi dari pers (III-33) dengan menggunakan koordinat kutub, ke dalam pers (III-32) yang diintegralkan akan memberikan hasil nol untuk cos ψ dan sin ψ. Sehingga J_z^- berubah menjadi :

$$J_z^- = \frac{\Sigma_s}{4\pi}\int_{\psi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi/2}\int_{r=0}^{\infty} e^{-\Sigma_t r}\left[\phi_o + \left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)_o r\cos\theta\right]\cos\theta\sin\theta\; dr\, d\theta\, d\psi \qquad \text{(III-34)}$$

apabila kita selesaikan, persamaan di atas akan memberi hasil :

$$J_z^- = \frac{\Sigma_s \phi_o}{4\ \Sigma_t} + \frac{\Sigma_s}{6\ \Sigma_t^2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)_o \qquad \text{(III-35)}$$

Secara analog, hasil ini dapat untuk memperoleh arus neutron ke arah sumbu z positif sbb:

$$J_z^+ = \frac{\Sigma_s \phi_o}{4\ \Sigma_t} - \frac{\Sigma_s}{6\ \Sigma_t^2} \left[\frac{\partial \phi}{\partial z}\right]_0 \qquad \text{(III-36)}$$

Banyaknya neutron yang melewati tiap satuan luas tiap detik tanpa memandang arah jurusannya disebut arus neutron total. Atau dapat dikatakan juga arus neutron total adalah jumlah dua arus yang bergerak saling berlawanan arah, yaitu :

$$J_T = J_z^+ + J_z^- = \frac{\Sigma_s}{2\ \Sigma_t} \phi_o \qquad \text{(III-37)}$$

Sedangkan hasil selisih dari dua arus yang berlawanan arah disebut arus netto, dalam hal ini terhadap sumbu z mempunyai nilai

$$J_z = J_z^+ - J_z^- = -\frac{\Sigma_s}{3\ \Sigma_t^2} \left[\frac{\partial \phi}{\partial z}\right]_0 \qquad \text{(III-38)}$$

Arus netto untuk komponen -komponen lain dari J pada titik nol dapat diberikan dengan cara yang sama. Untuk arus netto terhadap sumbu x dan sumbu y adalah :

$$J_x = -\frac{\Sigma_s}{3\Sigma_t^2} \left[\frac{\partial \emptyset}{\partial x}\right]_0 \qquad \text{(III-39)}$$

dan :

$$J_y = -\frac{\Sigma_s}{3\ \Sigma_t^2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_0 \qquad \text{(III-40)}$$

Sehingga vektor arus neutron J menjadi :

$$\bar{J} = \bar{i}\ J_x + \bar{j}\ J_y + \bar{k}\ J_z$$

$$= -\frac{\Sigma_s}{3\ \Sigma_t^2} \text{grad}\ \phi \qquad \text{(III-41)}$$

Persamaan (III-41) disebut Hukum Fick, yang menyatakan bahwa vektor kerapatan arus sebanding dengan gradien fluks yang sebanding. Konstanta perbandingannya disebut koefisien diffusi, diberi simbol D dan dapat ditulis sebagai

$$D = \frac{\Sigma_s}{3\ \Sigma_t^{\ 2}} \qquad \text{(III-42)}$$

Jadi, persamaan arus neutron J atau Hukum Fick pada persamaan (III-41) berubah menjadi :

$$\bar{J} = -\ D \text{ grad } \phi \qquad \text{(III-43)}$$

atau

$$\bar{J} = -\ D\ \nabla\ \phi \qquad \text{(III-44)}$$

dimana ∇ adalah gradien operator dengan bentuk :

$$\nabla = \bar{i}\ \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j}\ \frac{\partial}{\partial y} + \bar{k}\ \frac{\partial}{\partial z}$$

Untuk kecepatan kebocoran yang terdapat pada persamaan (III-26), yaitu $\int_V$ div J(r,t) dV dapat kita tuliskan menjadi :

$$\text{Kecepatan kebocoran} = \text{div}\ (\ -\ D\ \nabla\ \phi\ )$$
$$= -\ D \text{ div } \nabla\ \phi \qquad \text{(III-45)}$$

Karena D merupakan konstanta, maka D div ∇ ϕ dapat ditulis menjadi D ∇^2 ϕ, dimana ∇^2 merupakan operator Laplace. Untuk koordinat kutub yang simetris, operator Laplace mempunyai bentuk :

$$\nabla^2 = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r}\ \frac{d}{dr} \qquad \text{(III-46)}$$

Dengan demikian, kecepatan kebocoran yang diberi notasi L memberikan bentuk persamaan sbb :

$$L = -\ D\ \nabla^2\ \phi \qquad \text{(III-47)}$$

III.4. Persamaan Diffusi Setimbang

Di atas telah diperlihatkan bahwa kondisi kontinuitas adalah $\frac{d}{dt} \int_V n(r,t)\ dV$ = kecepatan produksi –

kecepatan penyerapan - kecepatan kebocoran, seperti tampak pada persamaan (III-1). Dengan substitusi persamaan-persamaan (III-3), (III-20) dan (III-26) ke dalam Pers (III-1) akan diperoleh :

$$\frac{d}{dt} \int_V n(r,t)\, dV = \int_V s(r,t)\, dV - \int_V \Sigma_a(r)\, \phi(r,t)\, dV - \int_V \mathrm{div}\, J(r,t)\, dV \quad \text{(III-48)}$$

Karena seluruh integral sebarang mencakup volume integrasi yang sama, maka integrasi-integrasi di kedua sisi persamaan di atas pada pokoknya harus sama, yaitu :

$$\frac{\partial n(r,t)}{\partial t} = s(r,t) - \Sigma_a(r)\, \phi(r,t) - \mathrm{div}\, J(r,t) \quad \text{(III-49)}$$

persamaan di atas disebut persamaan kontinuitas.

Hukum Fick memberikan hubungan antara fluks dengan arus neutron. Dengan menggunakan persamaan kontinuitas, sekarang mungkin untuk menurunkan suatu persamaan yang meliputi fluks neutron saja. Jadi, substitusi Pers(III-47) ke dalam Pers (III-49) akan menghasilkan :

$$D\, \nabla^2 \phi - \Sigma_a\, \phi + S = \frac{\partial n}{\partial t} \quad \text{(III-50)}$$

dimana variabel-variabel bebasnya dihapuskan. Apabila persamaan (III-3) juga disubstitusikan ke dalam Persamaan (III-49) maka :

$$D\, \nabla^2 \phi - \Sigma_a\, \phi + k_\infty\, \Sigma_a\, \phi = \frac{\partial n}{\partial t} \quad \text{(III-51)}$$

Jika fluks neutron bukan merupakan fungsi dari waktu, sisi kanan persamaan (III-51) hilang dan persamaan akan berubah menjadi :

$$D\, \nabla^2 \phi - \Sigma_a\, \phi + k_\infty\, \Sigma_a\, \phi = 0 \quad \text{(III-52)}$$

Berdasarkan uraian-uraian yang telah dijelaskan dimuka, maka persamaan diffusi dalam keadaan setimbang secara sederhana dapat dituliskan :

$$S = L + A \tag{III-53}$$

dimana : S = kecepatan produksi

L = kecepatan kebocoran

A = kecepatan penyerapan

III.5. Buckling atau kelengkungan

Apabila semua besaran bahan dalam persamaan (III-52) dikumpulkan kemudian didefinisikan :

$$B_m^2 = \frac{\Sigma_a}{D}(k_\infty - 1) \tag{III-54}$$

maka persamaan diffusi dapat ditulis menjadi :

$$\nabla^2\phi + B_m^2\phi = 0 \tag{III-55}$$

Persamaan diatas berlaku untuk reaktor thermal homogen pada keadaan kritis. Besaran B_m^2 menentukan fungsi distribusi fluks ϕ dalam reaktor dan disebut buckling (kelengkungan) material atau buckling bahan.

Untuk reaktor berbetuk bola dengan jari-jari r, medium mempunyai sifat simetri bola, sehingga persamaan (III-55) dapat ditulis menjadi :

$$\frac{d^2\phi}{dr} + \frac{2}{r}\frac{d\phi}{dr} + B^2\phi = 0 \tag{III-56}$$

Solusi umum untuk persamaan di atas adalah :

$$\phi(r) = A_1\frac{\sin Br}{r} + A_2\frac{\cos Br}{r} \tag{III-57}$$

Persamaan (III-57) akan mempunyai harga tak hingga apabila r = 0 akan menyebabkan konstanta sembarang A_2 harus sama dengan 0. Sehingga persamaan berubah menjadi :

$$\phi(r) = A_1\frac{\sin Br}{r} \tag{III-58}$$

Berdasarkan syarat batas fluks neutron sama dengan nol pada jari-jari terekstrapolasi $R = r + 0{,}71\,\lambda_{tr}$, maka

$$A_1\frac{\sin BR}{R} = 0 \tag{III-59}$$

Karena A_1 dan R tidak sama dengan nol, maka

$$BR = n\,\pi \qquad ,\text{untuk } n = 0,1,2,\ldots \tag{III-60}$$

Harga terendah yang dapat diberikan, adalah untuk n =1, sehingga :

$$B_g^2 = \left(\frac{\pi}{R}\right)^2 \qquad \text{(III-61)}$$

Harga terendah ini diberi simbol B_g atau buckling geometris karena hanya tergantung bentuk dan ukuran geometris dari reaktor. Jadi syarat kritis suatu reaktor dapat ditulis sebagai berikut :

" suatu reaktor adalah kritis apabila buckling material B_m besarnyasamadengan buckling geometris B_g "

Dengan demikian, distribusi fluks neutron dapat ditentukan, yaitu :

$$\phi(r) = \frac{A}{r}\sin\frac{\pi r}{R} \qquad \text{(III-62)}$$

A adalah suatu konstanta yang diberikan oleh :

$$A = \frac{P}{4\ R^2\ \gamma\ \Sigma_f} \qquad \text{(III-63)}$$

P adalah daya reaktor.

III.6. Faktor Perlipatan Tak Berhingga

Berdasarkan riwayat hidupnya neutron di dalam reaktor tampak bahwa yang mempunyai kebolehjadian untuk menghasilkan reaksi pembelahan lagi hanyalah neutron-neutron yang diserap dalam bahan bakar. Fraksi dari semua neutron termis yang diserap dalam bahan bakar yang diberi simbol f diberikan oleh :

$$f = \frac{\Sigma_a^F}{\Sigma_a^F + \Sigma_a^O} \qquad \text{(III-64)}$$

Σ_a^F adalah tampang inti makroskopis bahan bakar dan Σ_a^O adalah tampang inti makroskopis dari semua bahan lainnya, seperti bahan moderator, bahan pendingin dan sebagainya. Kuantitas f disebut juga faktor penggunaan termis dan bentuk yang paling khusus adalah

$$f = \frac{\Sigma_a^{\ F}}{\Sigma_a^{\ F} + \Sigma_a^{\ M}} \qquad \text{(III-65)}$$

dengan $\Sigma_a^{\ M}$ adalah tampang inti makroskopis moderator. Dengan demikian, dari sejumlah n_0 neutron termis yang diserap reaktor, yang diserap dalam bahan bakar adalah $n_0 \cdot (1-f)$.

Banyaknya neutron baru yang dihasilkan untuk setiap neutron termis yang diserap dalam bahan bakar dan diberi notasi η adalah :

$$\eta = \nu \frac{\Sigma_f^{\ F}}{\Sigma_f^{\ F} + \Sigma_\gamma^{\ F}}$$

$$= \nu \frac{\Sigma_f^{\ F}}{\Sigma_a^{\ F}} \qquad \text{(III-66)}$$

dengan ν adalah banyaknya neutron cepat yang dihasilkan tiap reaksi pembelahan. Persamaan di atas terbentuk karena reaksi serapan dalam bahan bakar dapat berupa reaksi absorpsi pembelahan dengan reaksi absorpsi radiatif.

Untuk reaksi pembelahan dalam reaktor yang ditimbulkan oleh neutron cepat, kita definisikan suatu faktor pembelahan cepat, yaitu :

$$\varepsilon = \frac{\text{pembelahan cepat + pembelahan termis}}{\text{pembelahan termis}}$$

$$\varepsilon = \frac{\text{pembelahan total}}{\text{pembelahan termis}} \qquad \text{(III-67)}$$

Neutron-neutron hasil reaksi pembelahan dengan tenaga sekitar 2 MeV, yang mengalami reaksi hamburan dengan reaktor akan mengalami reaksi perlambatan hingga mencapai tenaga termis. Kebolehjadian bahwa neutron tidak bocor keluar dari reaktor selama proses perlambatan diberi notasi L_f. Seringkali disebut juga

L_f = kebolehjadian tidak bocor

sebagai neutron cepat (III-68)

Kebolehjadian sebagian neutron yang bocor sebagai neutron cepat adalah $(1-L_f)$.

Sebelum mencapai tenaga termis, neutron-neutron tersebut biasanya akan mengalami absorpsi resonansi oleh inti - inti atom yang ada dalam bahan bakar. Fraksi semua neutron hasil pembelahan yang tidak mengalami absorpsi resonansi hingga mencapai tenaga termis diberi notasi p. Seringkali disebut juga

p = kebolehjadian bebas resonansi (III-69)

Setelah mencapai tenaga termis, kemudian neutron-neutron ini mengalami proses diffusi dalam medium reaktor hingga diserap oleh salah satu inti atom. Kebolehjadian bahwa neutron tidak bocor keluar reaktor sebagai neutron termis diberi notasi L_s atau disebut juga

L_s = kebolehjadian tidak bocor

sebagai neutron termis (III-70)

Apabila semua kuantitas yang telah kita definisikan kita gunakan untuk menghitung banyaknya neutron termis yang betul-betul tersedia untuk diserap lagi dalam medium reaktor, maka hasilnya adalah :

$$n_0 \,.\, f \,.\, \eta \,.\, \varepsilon \,.\, p \,.\, L_f \,.\, L_s \,.$$

Waktu berlangsungnya satu siklus neutron seperti yang diuraikan di atas disebut umur generasi atau umur rata-rata dari neutron. Suatu faktor perlipatan k kemudian didefinisikan sbb:

$$k = \frac{\text{jumlah neutron pada suatu generasi}}{\text{jumlah neutron pada generasi sebelumnya}}$$

$$k = \frac{n_0 \cdot f \cdot \eta \cdot \varepsilon \cdot p \cdot L_f \cdot L_s}{n_0}$$

$$k = f \cdot \eta \cdot \varepsilon \cdot p \cdot L_f \cdot L_s \qquad \text{(III-71)}$$

Kemungkinan-kemungkinan harga k untuk suatu reaktor adalah :

a. Jika $k < 1$, maka sistim disebut subkritis, jumlah neutron atau kerapatan neutron dalam reaktor berkurang.

b. Jika $k = 1$, maka sistim reaktornya kritis, yaitu kerapatan neutronnya tetap, tidak berubah.

c. Jika $k > 1$, maka sistim disebut superkritis, yaitu kerapatan neutronnya bertambah.

Nilai $L_f = L_s = 1$ terjadi untuk medium reaktor yang besar tak hingga. Untuk keadaan ini dapat didefinisikan faktor perlipatan tak hingga, yaitu :

$$k_\infty = f \cdot \eta \cdot \varepsilon \cdot p \qquad \text{(III-72)}$$

Faktor perlipatan tak hingga di atas seringkali juga disebut sebagai formula empat faktor.

Apabila suatu reaktor menggunakan bahan bakar Uranium-235 murni, maka formula empat faktor di atas akan mempunyai harga $\varepsilon = p = 1$, sehingga

$$k_\infty = f \cdot \eta \qquad \text{(III-73)}$$