BAB I

PENDAHULUAN

1.1. PENGERTIAN

Pada beberapa permasalahan uji hipotesa pada statistik dapat diselesaikan dengan bermacam - macam uji. Salah satunya adalah dengan menggunakan uji likelihood rasio yang didefinisikan sebagai berikut :

Definisi 1 :

Uji likelihood rasio adalah suatu metode yang berbentuk suatu uji dari hipotesa majemuk yang menentang hipotesa alternatif majemuk atau yang berbentuk uji dari hipotesa sederhana yang menentang hipotesa alternatif majemuk.

Misal $X_1, X_2, \ldots, X_n$ merupakan n random variabel yang independen stokastik, masing - masing dengan fungsi density probabilitas $f_i(x_i; \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_m)$, $i = 1, 2, \ldots, n$ dimana $\Omega = \{\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_m\}$ = ruang parameter dan $x_1, x_2, \ldots, x_i$ adalah hasil pengamatan dari $X_1, X_2, \ldots, X_n$, dan misal pula W = suatu subset dari Ω, didefinisikan

Definisi 2 :

Fungsi likelihood

$$L(W) = \prod_{i=1}^{n} f_i(x_i; \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_m), (\theta_1, \ldots, \theta_m) \in W$$

dan

$$L(\Omega) = \prod_{i=1}^{n} f_i(x_i; \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_m), (\theta_1, \ldots, \theta_m) \in \Omega$$

Misalkan $L(\hat{W})$ dan $L(\hat{\Omega})$ adalah maksimum dari kedua fungsi li

$H_o : (\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_m) \in W$, yang menentang hipotesa alternatif $H_1 : (\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_m) \in \Omega$, dan didefinisikan

Definisi 3 :

Perbandingan dari L (W) dan L (Ω) didefinisikan sebagai likelihood rasio dengan lambang λ, yang besarnya

$$\lambda(x, x, \ldots, x) = \lambda = \frac{\underset{\theta \in W}{\operatorname{Max}} L(W)}{\underset{\theta \in \Omega}{\operatorname{Max}} L(\Omega)} = \frac{L(\hat{W})}{L(\hat{\Omega})}$$

dimana : $0 \leq \lambda \leq 1$

Untuk menguji hipotesa dengan mean yang berurutan yang sama dengan hipotesa alternatifnya mempunyai mean yang tidak semuanya sama, maka untuk mendapatkan maksimum fungsi likelihood pada hipotesa alternatifnya, haruslah meannya diestimasi dengan menggunakan regresi isotonik (yang didefinisikan sesuai dengan definisi 16), dengan estimasi meannya dilambangkan dengan $\hat{\mu}^*$(didefinisikan dalam definisi 19),dimana dalam setiap hipotesa di sini berbentuk distribusi normal dengan mean μ dan varian σ^2.

Uji likelihood rasio dalam menguji hipotesa dengan mean yang berurutan yang sama diantaranya adalah uji chi kwadrat, yaitu suatu uji dari fungsi yang mempunyai fungsi density probabilitas gabungan :

$$\frac{1}{\sigma_1 \sigma_2 \ldots \sigma_n \; (2\pi)^{n/2}} \exp - \tfrac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{(x_i - \mu_i)}{\sigma_i} \right)^2$$

Dengan hipotesa yang diuji H_o mempunyai mean yang berurutan yang sama , yang menentang hipotesa alternatif H_1 mempunyai mean yang berurutan yang tidak semuanya sama.

1.2. PERMASALAHAN

Akan menguji hipotesa yang berdistribusi normal potesa alternatif H_1 : $\mu(x_1) \leq \mu(x_2) \leq \ldots \leq \mu(x_k)$, pada :

1. Uji chi kwadrat dengan varian diketahui (notasi $\overline{X}^2$)
2. Uji chi kwadrat dengan varian tak diketahui (notasi $\overline{E}^2$)
3. Uji $\overline{E}^2$ pada rancangan orthogonal ,

dengan menggunakan uji likelihood rasio .

1.3. PEMBAHASAN

Apabila uji statistik berbentuk uji chi kwadrat, maka terlebih dahulu ditentukan fungsi likelihoodnya (Lihat definisi 24). Selanjutnya fungsi likelihood ini dicari maksimumnya yaitu mengestimasi mean μ dan varian .
Pada hipotesa H_o yang mempunyai mean sama , maka estimasinya menggunakan estimasi likelihood maksimum, yaitu mendeferensial parsiel fungsi likelihood terhadap mean μ (lihat definisi 18) dan terhadap σ nya. Sedangkan pada hipotesa alternatif H_1 yang mempunyai mean tidak semuanya sama, untuk mengestimasi mean μ digunakan regresi isotonik $\hat{\mu}^*$ (sesuai dengan definisi 19), sedang untuk mengestimasi σ sama seperti hipotesa H_o yaitu dengan menggunakan estimasi likelihood maksimum dengan mendeferensial parsiel terhadap varian σ^2.

Untuk bentuk ke :

1. Cukup mengestimasi meannya saja, karena variannya diketahui, yaitu dengan estimasi likelihood maksimum (lihat theorema 8), sehingga bentuk likelihood rasionya didapat

$$\overline{X}_k^{\,2} = \sum_{i=1}^{k} n_i \left(\hat{\mu}_i^* - \hat{\mu} \right)^2 \Big/ \sigma^2$$

2. Karena variannya belum diketahui, maka di sini harus mengestimasi mean μ dan varian σ, yaitu dengan

dan didapat bentuk likelihood rasionya adalah

$$\overline{E}_k^2 = \sum_{i=1}^{k} n_i \left(\hat{\mu}_i^* - \hat{\mu} \right)^2 \Big/ \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \hat{\mu})^2$$

3. Dengan mengestimasi μ dan σ, maka didapat likelihood rasio adalah :

$$\overline{E}_k^2 = mn \sum_{t=1}^{k} \left(\hat{\mu}_t^* - \overline{y}_{\ldots} \right)^2 \Big/ mn \sum_{t=1}^{k} (y_{t..} - \overline{y}_{\ldots})^2 + S_r$$

Dari sini jika λ kecil nilainya, yaitu jika lebih kecil dari suatu konstanta c yang nilainya ditentukan dari taraf nyata pengujinya, maka hipotesa H_o ditolak dan sebaliknya jika λ besar nilainya, maka H_o diterima.

Pada pembahasan ini hanya dijabarkan teorinya, yaitu tentang bagaimana bentuk rumus beserta buktinya likelihood rasio λ. Nilai likelihood rasio ini penting dalam uji untuk menerima atau menolak hipotesa, dengan membandingkan nilai pada tabel Chi-Kwadrat.

Nilai c dengan taraf nyata /taraf signifikansi tertentu dapat dicari pada tabel.

Pada butir 1) ada hubungan $\overline{X}_k^2 = -2\log \lambda$ **(Bab IV)**

Pada butir 2) ada hubungan $\overline{\overline{E}}_k^2 = \lambda^{2/N}$ **(Bab IV)**