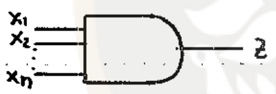
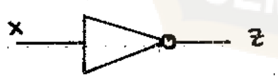
BAB III

MINIMISASI FUNGSI PENYAMBUNGAN

III.1. PERWUJUDAN FUNGSI PENYAMBUNGAN

Ada enam gerbang elektronik dasar : AND,OR,NOT,NAND (NOT AND),NOR (NOT OR) dan XOR (Exclusive OR) yang perwakilan simbolnya diberikan pada Gambar 1.1.3.Gerbang NAND dan NOR berturut-turut adalah perwujudan dari komplemen operasi and dan or. Gerbang XOR dengan dua variabel masukan x dan y adalah perwujudan dari operasi $xy' + x'y$.

Gerbang	Simbol	Gerbang	Simbol
AND		NAND	
OR		NOR	
NOT		XOR	

Gambar 1.1.3

Ada dua perwujudan dasar fungsi penyambungan yang menggunakan gerbang AND,OR dan NOT sebagai balok bangunan, yaitu perwujudan AND-OR dua tingkat, yang berturut-turut mewujudkan bentuk jumlah dari perkalian variabel masukan dari gerbang AND dan perkalian dari jumlah variabel masukan dari gerbang OR.

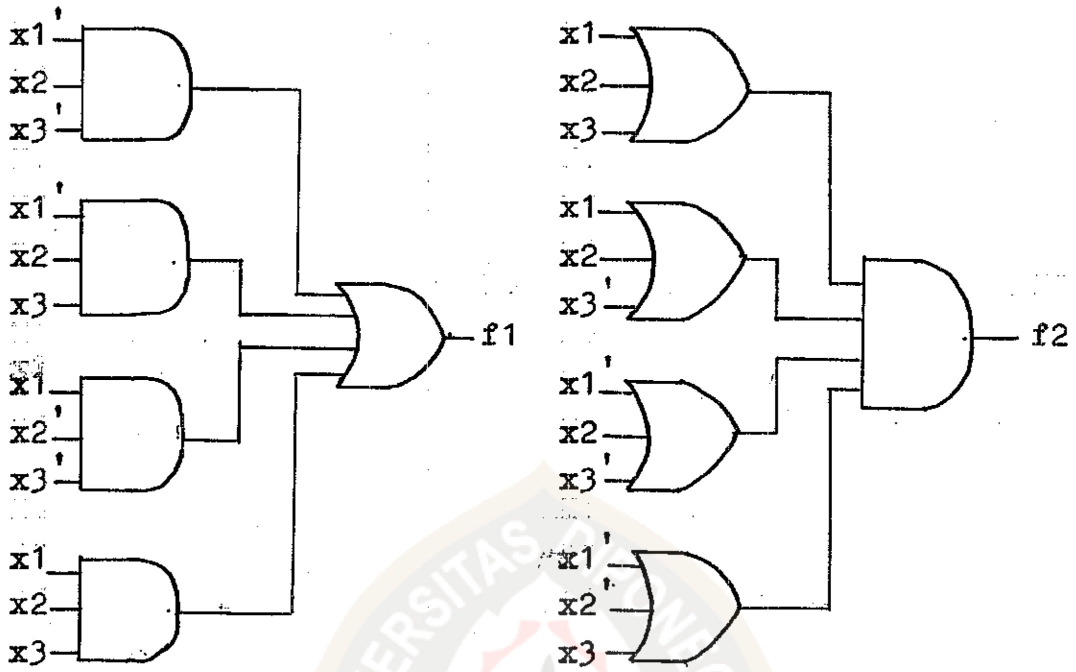
Contoh 1.1.6

Perwujudan dari fungsi

$$f1(x1,x2,x3)=x1'x2x3'+x1'x2x3+x1x2'x3'+x1x2x3$$

dan $$f2(x1,x2,x3)=(x1+x2+x3)(x1+x2+x3')(x1'+x2+x3')$$

$$.(x1'+x2'+x3)$$



a) Perwujudan AND-OR dua tingkat dari fungsi f1

b) Perwujudan OR-AND dua tingkat dari fungsi f2

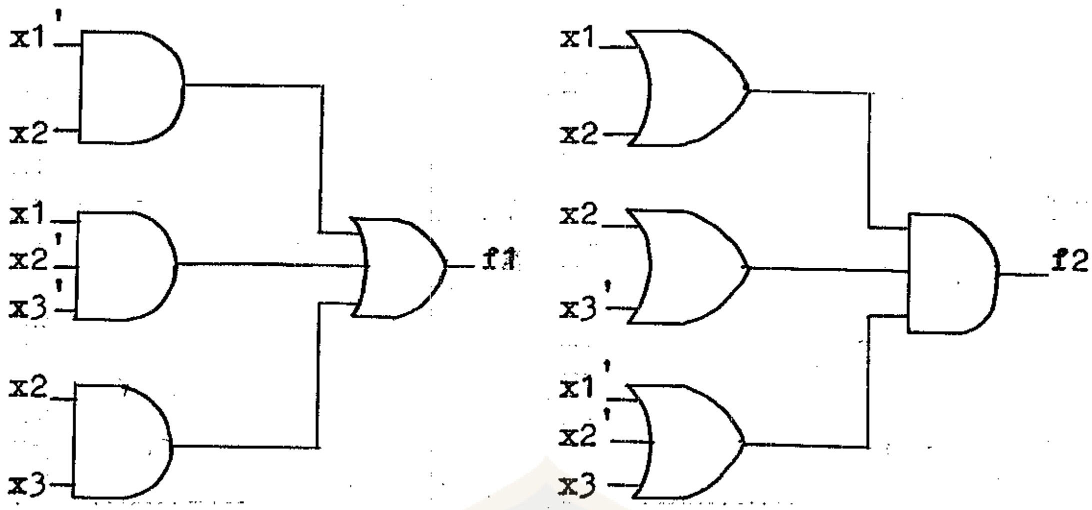
Gambar 1.1.4

Fungsi f1 dan f2 diminimalkan sebagai berikut

$$f1(x1,x2,x3) = x1'x2x3' + x1'x2x3 + x1x2'x3' + x1x2x3$$
$$= x1'x2(x3'+x3) + x1x2'x3' + x2x3(x1'+x1)$$
$$= x1'x2 + x1x2'x3' + x2x3$$

$$f2(x1,x2,x3) = (x1+x2+x3)(x1+x2+x3')(x1'+x2+x3')$$
$$.(x1'+x2'+x3)$$
$$= (x1+x2+x3x3')(x1x1'+x2+x3')(x1'+x2'+x3)$$
$$= (x1+x2)(x2+x3')(x1'+x2'+x3)$$

Perwujudan f1 dan f2 minimal diperlihatkan pada Gb 1.1.5



a) Rangkaian AND-OR yang disederhanakan

b) Rangkaian OR-AND yang disederhanakan

Gambar 1.1.5

III.2. METODE KARNAUGH

Definisi 1.1.6

Bentuk jumlah dari perkalian (perkalian dari jumlah)minimal dari suatu fungsi penyambungan adalah fungsi penyambungan dalam bentuk jumlah dari perkalian (perkalian dari jumlah) yang ekivalen dengan fungsi yang diberikan secara logika dengan syarat-syarat sebagai berikut :

1. Perwujudan AND-OR (OR-AND) dua tingkat dari bentuk jumlah dari perkalian (perkalian dari jumlah) minimal mempunyai jumlah gerbang AND (gerbang OR) minimal.
2. Tidak ada gerbang AND (gerbang OR) yang dapat digantikan dengan gerbang AND (gerbang OR) yang mempunyai jumlah masukan lebih kecil.

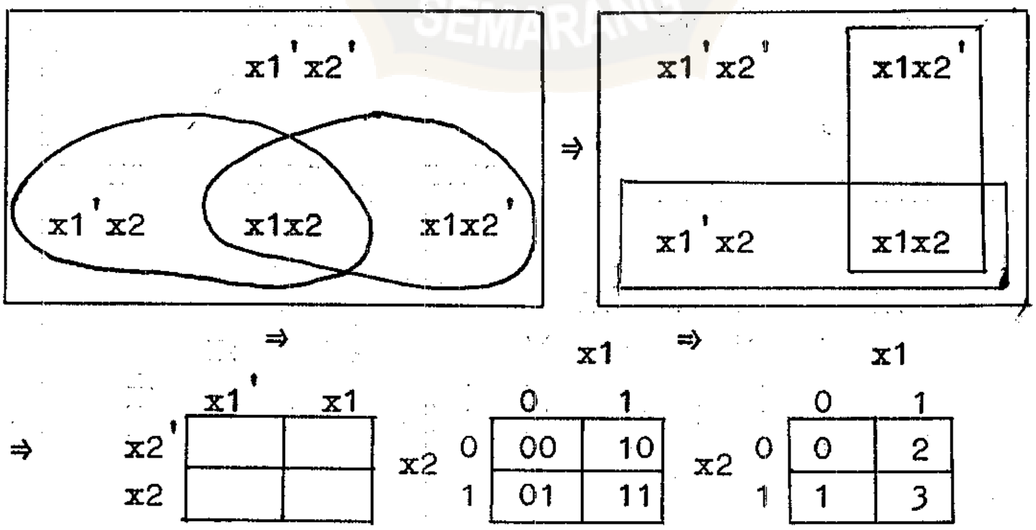
Dalam istilah perkalian (jumlah) dari fungsi,kondisi diatas berturut-turut ekivalen dengan

1. Bentuk minimal mempunyai jumlah unsur perkalian

2. Tidak ada unsur perkalian (jumlah) yang dapat digantikan dengan unsur perkalian (jumlah) yang mempunyai jumlah variabel lebih kecil.

Soal penciutan fungsi penyambungan dapat dikatakan mencari bentuk minimal dari fungsi yang diberikan. Metode Karnaugh adalah metode yang tepat untuk menyatakan fungsi penyambungan secara grafik yang disebut peta Karnaugh.

Peta Karnaug dimodifikasi dari diagram Venn. Modifikasi ini hanya berlaku untuk fungsi penyambungan empat variabel atau kurang. Sedangkan fungsi penyambungan lima dan enam variabel modifikasinya dengan menerapkan Teorema Perluasan. Contoh fungsi penyambungan dalam bentuk jumlah dari perkalian dengan dua variabel, modifikasi peta Karnaughnya adalah sebagai berikut :



Bentuk perkalian dari jumlah dari fungsi penyambungan dapat dinyatakan dengan diagram yang sama kecuali operasi antara variabel diganti dengan operasi + dan variabel utama diganti dengan variabel non utama dan variabel non utama diganti dengan variabel utama.

Keterangan dari modifikasi fungsi penyambungan dua variabel dalam bentuk jumlah dari perkalian adalah sebagai berikut : Diagram Venn pada kolom pertama dapat digambar menggunakan segiempat sebagai pengganti lingkaran untuk menyatakan variabel seperti diperlihatkan pada kolom kedua. Penyederhanaan diagram pada kolom kedua menuju terjadinya peta Karnaugh. Bila variabel utama dinyatakan dengan 1 dan variabel non utama dinyatakan dengan 0, dalam kolom atau baris yang diwakilinya, masing-masing kotak dari peta Karnaugh dapat dinyatakan dengan angka biner atau angka desimal ekivalennya, seperti diperlihatkan pada dua kolom terakhir. Dalam peta Karnaugh kita memakai 1 untuk menunjukkan apabila suku yang disajikan oleh kotak itu dicakup dalam jumlah dari perkalian kanonik dan 0 dalam perkalian dari jumlah.

<u>Contoh 1.1.7</u>

Peta Karnaugh dari persamaan (i) dalam Contoh 1.1.5 adalah sebagai berikut

Fungsi $f(x,y,z) = x'y'z' + x'yz' + x'yz + xyz' + xyz$ dapat dinyatakan dengan

$$f(x,y,z) = \sum(0,2,3,6,7)$$

z \ xy	00	01	11	10
0	1	1	1	
1		1	1	

Peta Karnaugh untuk

fungsi $f = \sum(0,2,3,6,7)$

III.2.1 SIFAT-SIFAT PETA KARNAUGH

Sifat 1

Setiap pasangan sel yang berdekatan (2^1) yang ditandai dengan 1 dalam suatu peta Karnaugh dapat digabungkan menjadi satu suku, dan satu variabel dihilangkan.

Contoh 1.1.8

z \ xy	00	01	11	10
0	1	1	1	
1		1	1	

Peta Karnaugh untuk

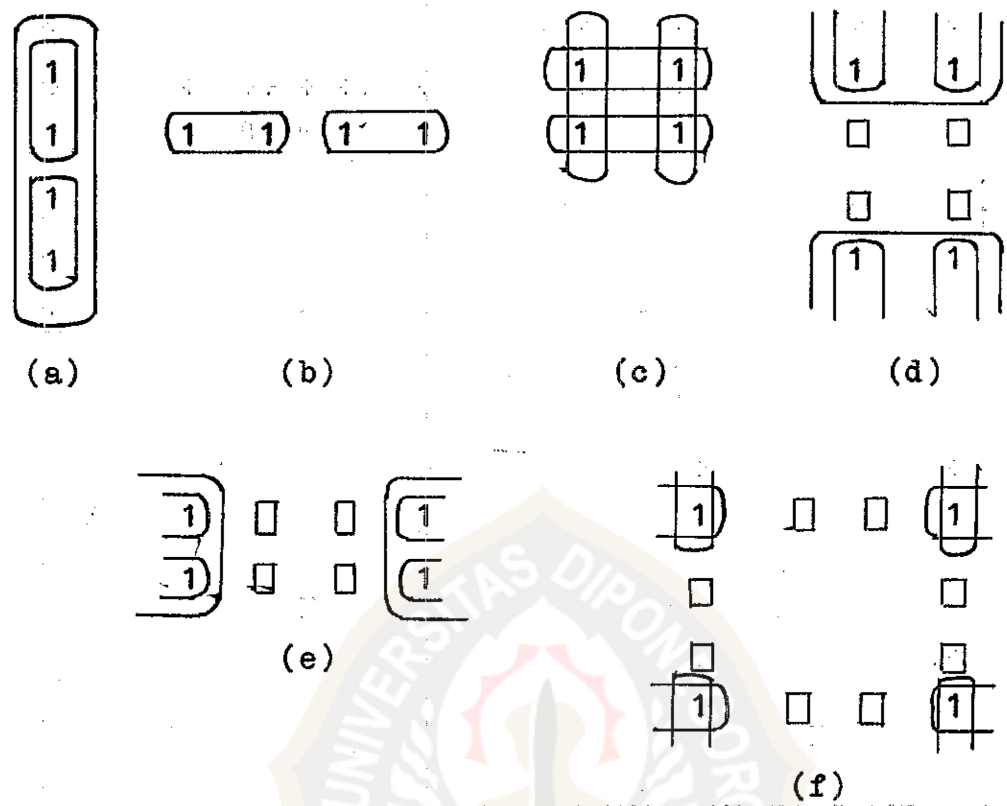
fungsi $f = \sum (0,2,3,6,7)$

Penyelesaian untuk mendapatkan f minimal adalah sebagai berikut

$$
\begin{aligned}
f(x,y,z) &= \sum (0,2,3,6,7) \\
&= x'y'z' + x'yz' + x'yz + xyz' + xyz \\
&= x'z'(y'+y)+x'y(z'+z)+yz'(x'+x)+xy(z'+z) \\
&\quad + yz(x'+x) \\
&= x'z' + x'y + yz' + xy + yz \\
&= x'z' + y(x'+ x) + y(z + z') \\
&= x'z' + y + y \\
&= x'z' + y
\end{aligned}
$$

Sifat 2

Bila empat (2^2) sel yang diberi tanda 1 membentuk satu dari enam pola yang diperlihatkan pada Gambar 1.1.6 maka empat sel tersebut dapat dikombinasikan menjadi satu, dan dua variabel dapat dihilangkan.



Gambar 1.1.6 Enam pola dimana dua variabel dapat dihilangkan

Pembuktian keenam pola adalah sama. Pemikiran utama adalah bahwa untuk enam pola tersebut dua letak unsur dapat dikombinasikan sedemikian rupa sehingga unsur sederhana yang diperoleh lagi berbeda harga dari masing - masing variabel semula.

Misalnya diambil pola (a), andaikan pola tersebut timbul pada kolom ketiga dari suatu peta Karnaugh. Maka empat unsur itu adalah

$$\underbrace{wxy'z' + wxy'z}_{wxy'} + \underbrace{wxyz + wxyz'}_{wxy}$$

Penyederhanaan pertama : $\underbrace{wxy' \qquad\qquad wxy}$

Penyederhanaan kedua : wx

Sifat 3

Bila delapan (2^3) sel diberi tanda dengan satu bentuk dari empat pola yang diperlihatkan pada Gambar 1.1.7 maka delapan sel tersebut dapat dikombinasikan menjadi satu,dan tiga variabel dapat dihilangkan.

1	1					1	□	□	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1			1	□			□
1	1	1	1	1	1	1			1	□			□
1	1					1	□	□	1	1	1	1	1
(a)		(b)				(c)				(d)			

□ menyatakan suatu spasi

Gambar 1.1.7. Empat pola dimana tiga variabel dapat dihilangkan

Untuk kasus ini kita gunakan lagi aturan penyederhanaan pada sifat 1 tiga kali. Misalnya diambil pola (a). Andaikan pola tersebut ada pada kolom kedua dan ketiga dari peta Karnaugh. Delapan unsur menjadi

$$w'xy'z'+wxy'z'+w'xy'z+wxy'z+w'xyz+wxyz+w'xyz'+wxyz'$$

Penyederhanaan pertama :

$$\underbrace{w'xy'z'+wxy'z'}_{xy'z'}+\underbrace{w'xy'z+wxy'z}_{xy'z}+\underbrace{w'xyz+wxyz}_{xyz}+\underbrace{w'xyz'+wxyz'}_{xyz'}$$

Penyederhanaan kedua :

$$\underbrace{xy'z'+xy'z}_{xy'}+\underbrace{xyz+xyz'}_{xy}$$

Penyederhanaan ketiga :

$$\underbrace{xy'+xy}_{x}$$

III.2.2. APLIKASI PETA KARNAUGH UNTUK PENCIUTAN FUNGSI PENYAMBUNGAN

Definisi 1.1.7

Dalam pernyataan peta Karnaugh dari fungsi n variabel, dimana $n \leq 4$, setiap minterm (Sel yang diberi tanda 1) dan himpunan dari 2^i minterm, $i \leq n$, yang memenuhi setiap satu dari pola-pola yang digambarkan pada sifat 1-3 disebut Implikan dari fungsi

Definisi 1.1.8

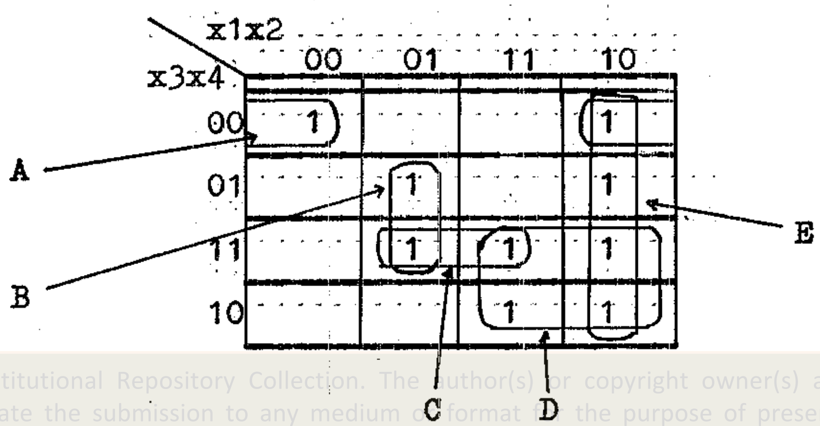
Suatu Implikan disebut Implikan Utama bila bukan berupa subset dari Implikan lain dari fungsi.

Definisi 1.1.9

Suatu Implikan Utama yang mencakup suatu sel 1 yang tidak tercakup oleh Implikan Utama lain disebut Implikan Utama Penting.

Contoh 1.1.9

Fungsi penyambungan $f(x1,x2,x3,x4) = \sum (0,5,7,8,9,10,11,14,15)$ Peta Karnaughnya diperlihatkan dibawah ini



$A = x2'x3'x4'$, $B = x1'x2x4$, $C = x2x3x4$, $D = x1x3$ dan $E = x1x2'$ adalah Implikan-implikan Utama. Sedangkan Implikan utama penting adalah A,B,D dan E.

Definisi 1.2.0

Himpunan Implikan utama dari fungsi disebut suatu bentuk jumlah dari perkalian minimal dari fungsi bila tiga kondisi berikut dipenuhi

1. Himpunan Implikan utama itu mencakup semua unsur "1" dari pernyataan peta Karnaugh dari fungsi.
2. Kondisi (1) tidak terpenuhi bila setiap satu dari Implikan utama dipindahkan.
3. Tidak ada Implikan utama yang dapat digantikan oleh Implikan utama yang lebih sederhana, yaitu Implikan utama yang berisi variabel yang jumlahnya lebih kecil.

Prosedur untuk penciutan fungsi penyambungan dengan cara peta Karnaugh dapat digambarkan sebagai berikut :

Langkah 1. Cari semua Implikan utama.

Langkah 2. Cari semua Implikan utama penting.

Langkah 3. Cari himpunan terkecil dari Implikan utama yang mencakup (Paling tidak) semua Implikan utama penting untuk "menutup" semua 1 dalam peta Karnaugh. Bila pilihan jatuh antara dua Implikan, dipilih salah satu yang lebih sederhana.

Contoh 1.2.0

Bentuk jumlah dari perkalian minimal dari fungsi penyambungan $f(x1,x2,x3,x4) = \sum(0,5,7,8,9,10,11,14,15)$ dalam Contoh 1.1.9 adalah sebagai berikut

Langkah 1. Implikan utama adalah $x2'x3'x4'$, $x1'x2x4$, $x2x3x4$, $x1x3$ dan $x1x2'$

Langkah 2. Implikan utama penting adalah $x2'x3'x4'$, $x1'x2x4$, $x1x3$ dan $x1x2'$

Langkah 3. Semua Implikan utama penting mencakup semua 1 dari peta Karnaugh, maka bentuk minimal dari fungsi adalah

$$f(x1,x2,x3,x4) = x2'x3'x4' + x1'x2x4 + x1x3 + x1x2'$$

III.2.3 PETA KARNAUGH LIMA DAN ENAM VARIABEL

Peta Karnaugh yang telah dibahas dapat dikembangkan menjadi lima dan enam variabel. Mula-mula untuk kasus lima variabel. Misalkan $f(v,w,x,y,z)$ adalah fungsi penyambungan dari lima variabel v,w,x,y dan z dalam bentuk jumlah dari perkalian. Fungsi tersebut dapat dinyatakan sebagai

$$f(v,w,x,y,z) = v'g0(w,x,y,z) + vg1(w,x,y,z)$$

Fungsi f dapat dinyatakan dengan peta Karnaugh empat variabel seperti diperlihatkan pada Gambar 1.1.8

f(v,w,x,y,z)=

v=0

yz \ wx	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

g0(w,x,y,z)

+

v=1

yz \ wx	00	01	11	10
00	16	20	28	24
01	17	21	29	25
11	19	23	31	27
10	18	22	30	26

g1(w,x,y,z)

Dengan cara yang sama, bila f(u,v,w,x,y,z) adalah suatu fungsi penyambungan dari enam variabel dalam bentuk jumlah dari perkalian, maka fungsi tersebut dapat dinyatakan sebagai

$$f(u,v,w,x,y,z) = u'v'g00(w,x,y,z) + uv'g10(w,x,y,z) + u'vg01(w,x,y,z) + uvg11(w,x,y,z)$$

Terlihat bahwa fungsi enam variabel dapat dinyatakan dengan empat peta Karnaugh empat variabel, seperti terlihat pada Gambar 1.1.9.

Aturan dasar untuk mengkombinasikan sel pada peta empat variabel yang sama adalah sama dengan yang telah dibahas. Dua sel yang ada dalam peta empat variabel yang berbeda dapat dikombinasikan hanya bila :

1. Menempati posisi relatif yang sama pada peta empat variabelnya masing-masing.
2. Ada dalam peta empat variabel yang mempunyai variabel lain (u dan v) disamping variabel yang dinyatakan dalam peta (yaitu w,x,y dan z) dimana paling banyak hanya satu variabel yang berbeda harga. Peta yang demikian disebut peta berbatasan.

f(u,v,w,x,y,z) = g00(w,x,y,z) + g10(w,x,y,z) + g01(w,x,y,z) + g11(w,x,y,z)

u=0 v=0

yz \ wx	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

g00(w,x,y,z)

\+

u=1 v=0

yz \ wx	00	01	11	10
00	16	20	28	24
01	17	21	29	25
11	19	23	31	27
10	18	22	30	26

g10(w,x,y,z)

\+

u=0 v=1

yz \ wx	00	01	11	10
00	32	36	44	40
01	33	37	45	41
11	35	39	47	43
10	34	38	46	42

g01(w,x,y,z)

\+

u=1 v=1

yz \ wx	00	01	11	10
00	48	52	60	56
01	49	53	61	57
11	51	55	63	59
10	50	54	62	58

g11(w,x,y,z)

Gambar 1.1.9

Contoh, peta enam variabel pada Gambar 1.1.9 , sel dari peta Karnaugh empat variabel dilabelkan :

$$\left.\begin{array}{c} u=0,v=0 \\ \text{atau} \\ u=1,v=1 \end{array}\right\} \text{ Dapat dikombinasikan dengan } \left\{\begin{array}{c} u=0,v=1 \\ \text{atau} \\ u=1,v=0 \end{array}\right.$$

Akan tetapi peta yang dilabelkan u=0,v=0 tidak dapat dikombinasikan dengan peta yang dilabelkan u=1,v=1 dan peta yang dilabelkan u=0,v=1 tidak dapat dikombinasikan dengan peta yang dilabelkan u=1,v=0. Sedangkan sel yang menempati posisi relatif yang sama pada semua peta Karnaugh empat variabel dapat dikombinasikan.

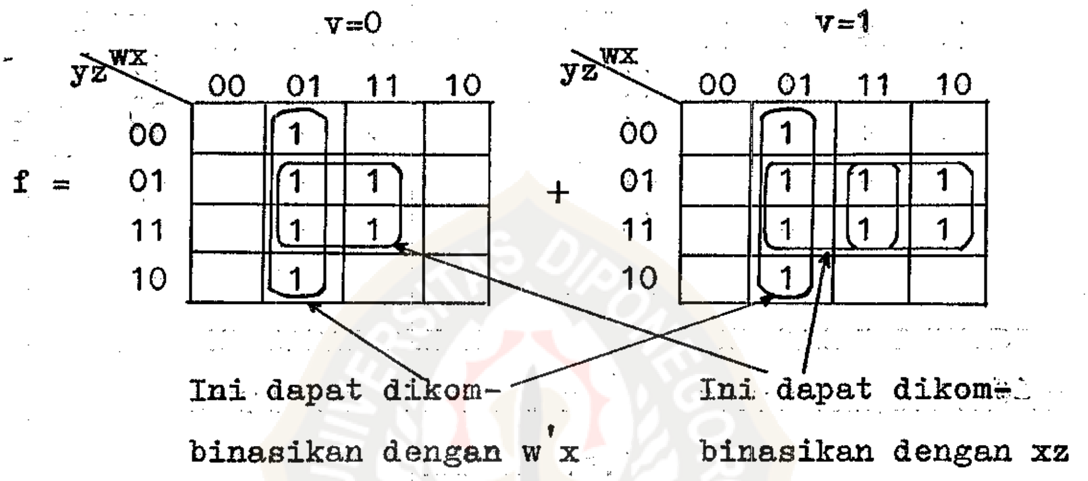
Contoh 1.2.1

Diketahui fungsi lima variabel

$f(v,w,x,y,z) = \sum(4,5,6,7,13,15,20,21,22,23,25,27,29,31)$

Fungsi f minimal diselesaikan sebagai berikut

Peta Karnaugh dari f diperlihatkan pada Gambar 1.20



Gambar 1.2.0

Langkah 1. Implikan utama adalah $w'x$, xz dan vwz

Langkah 2. Implikan utama penting adalah $w'x$, xz, vwz

Langkah 3. Jumlah Implikan utama penting mencakup semua 1 dari peta Karnaugh, jadi f minimalnya adalah

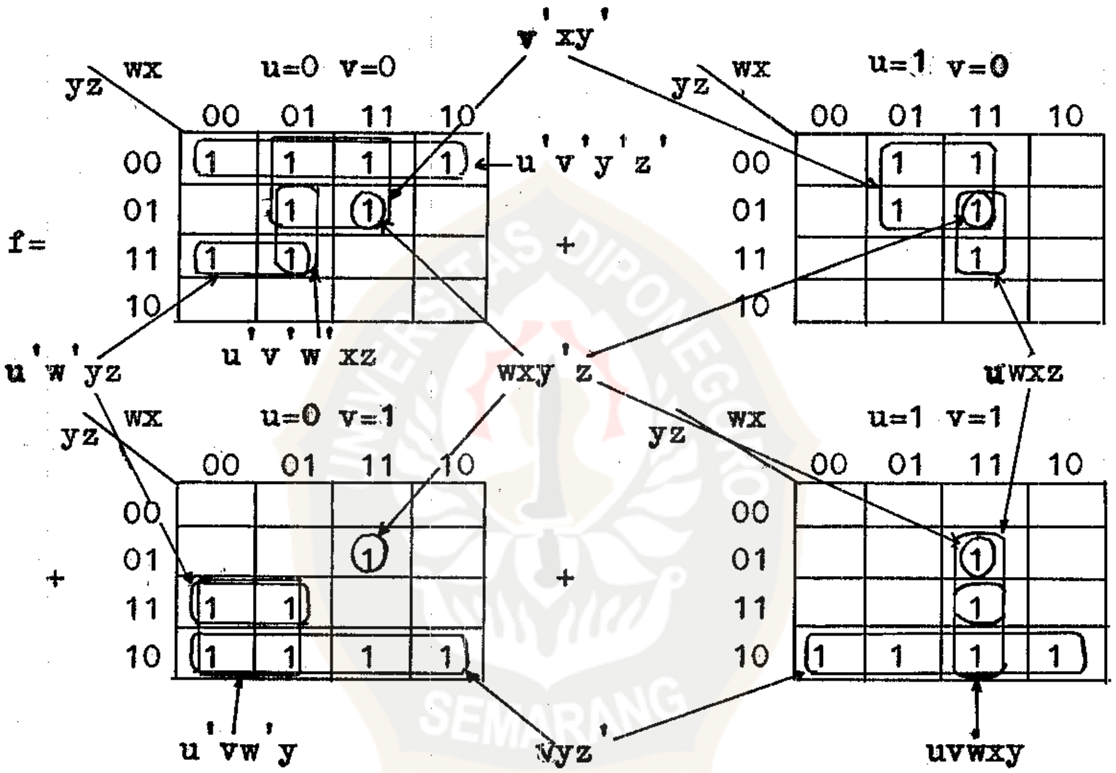
$$f(v,w,x,y,z) = w'x + xz + vwz$$

Contoh 1.2.1 A

Diketahui fungsi enam variabel

$$f(u,v,w,x,y,z) = \sum (0,3,4,5,7,8,12,13,20,21,28,29,31,34,35,38,39,42,45,46,50,54,58,61,62,63)$$

Peta Karnaughnya diperlihatkan dibawah ini



Penciutan fungsi f adalah sebagai berikut

Langkah 1. Implikan utama adalah $u'xy'$, $u'v'y'z'$, $u'v'w'xz$, $v'w'yz$, $wxy'z$, $vwxz$, uyz', $uvwxy$.

Langkah 2. Implikan utama penting adalah $u'xy'$, $u'v'w'xz$, $v'w'yz$, $wxy'z$, $vwxz$, uyz'.

Langkah 3. Semua Implikan utama penting mencakup semua 1 dalam peta Karnaugh. Maka jumlah minimal dari fungsi adalah

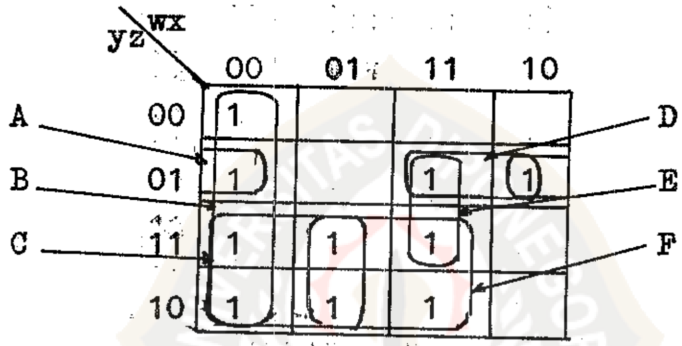
$$f(u,v,w,x,y,z) = u'xy' + u'v'w'xz + v'w'yz + wxy'z + vwxz + uyz'$$

Himpunan Implikan utama penting dari suatu fungsi tidak selalu mencakup semua 1 dalam peta Karnaugh dari fungsi tersebut.

Contoh 1.2.2

Fungsi $f(w,x,y,z) = \sum(0,1,2,3,6,7,9,13,14,15)$

Peta Karnaughnya diperlihatkan pada Gambar 1.2.1



Gambar 1.2.1

Fungsi minimalnya diselesaikan sebagai berikut

Langkah 1. Implikan utamanya adalah $A = x'y'z$, $B = w'x'$, $C = w'y$, $D = wy'z$, $E = xy$ dan $F = wxz$

Langkah 2. Implikan utama penting adalah B dan E.

Langkah 3. B + E tidak mencakup semua 1 dalam peta Karnaugh, maka untuk menutup semua 1 ini harus ditambah dengan Implikan utama D. Jadi f minimalnya adalah

$$f(w,x,y,z) = B + D + E$$
$$= w'x' + wy'z + xy$$

III.2.4 PENCIUTAN DALAM BENTUK PERKALIAN DARI JUMLAH KANONIK

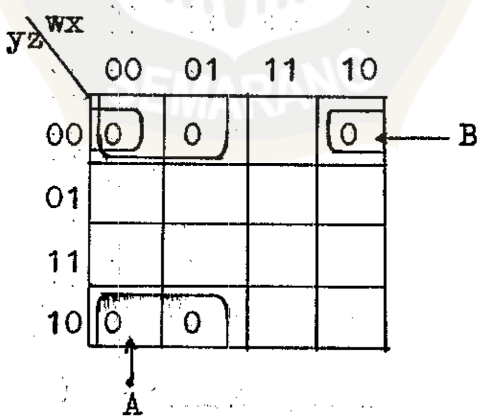
Semua sifat-sifat peta Karnaugh yang telah dibahas disajikan dalam unsur minterm dan fungsinya dinyatakan dalam bentuk jumlah dari perkalian kanonik. Sifat yang sama akan diperoleh bila minterm digantikan dengan maxterm dan prosedur penciutan yang digambarkan diatas diganti untuk fungsi yang dinyatakan dalam bentuk perkalian dari jumlah kanonik.

Contoh 1.2.3

Peta Karnaugh untuk fungsi

$f(w,x,y,z) = \prod(0,2,4,6,8)$

diperlihatkan pada Gambar 1.2.1



Gambar 1.2.2

Fungsi f minimal diselesaikan sebagai berikut

Langkah 1. Implikan utama adalah $A = w + z$ dan $B = x + y + z$

Langkah 2. Implikan utama penting adalah A dan B

Langkah 3. Perkalian Implikan utama penting mencakup semua 0 dari peta Karnaugh maka diperoleh fungsi minimal

$f(w,x,y,z) = A.B = (w+z).(x+y+z)$

III.3 METODE QUINE MC CLUSKEY

Metode lain untuk penciutan fungsi penyambungan yang dikenal sebagai metode Quine Mc Cluskey akan sesuai apabila penciutan fungsi penyambungan dengan lebih dari empat variabel.

Prosedurnya adalah sebagai berikut

1. Mencari Implikan utama dari fungsi.
2. Menyusun tabel Implikan utama dan mencari Implikan utama penting (baris-baris penting) dari fungsi.
3. Mencakupkan Implikan utama penting dalam jumlah dari perkalian minimal.
4. Sesudah semua Implikan utama penting dihilangkan dari tabel Implikan utama, kemudian menyatakan baris-baris yang terkuasai dan kolom yang berkuasa dan mencari Implikan utama penting sekunder.
5. Mengulangi prosedur 3 dan 4 sampai ditemukan cakupan minimal dari fungsi.

Contoh 1.2.4

Diketahui fungsi penyambungan

$f(w,x,y,z) = \sum(0,1,2,5,7,8,9,10,13,15)$

Bentuk minimal fungsi diatas diselesaikan sebagai berikut

(a). Mencari Implikan utama dari fungsi

1. Menyatakan masing-masing unsur (minterm) dari bentuk jumlah dari perkalian kanonik dengan kode biner. Contoh, unsur $wxyz'$ dinyatakan dengan 0001
2. Mencari angka desimal untuk masing-masing kode biner.
3. Menentukan jumlah 1 dalam suatu angka biner sebagai Indeks dari angka.

Mengumpulkan semua angka biner dengan indeks yang sama menjadi suatu kelompok. Semua kelompok didaftar dalam suatu mulai indeks terkecil.Didalam masing-masing kelompok, angka biner ditabelkan mulai dari angka desimal ekivalennya yang terkecil.Untuk fungsi pada contoh diatas daftar semua unsur yang seperti itu diperlihatkan pada kolom pertama dari Gambar 1.2.3 (a)

4. Mulai dengan unsur dalam himpunan dari indeks terkecil, dibandingkan bila ada, dengan unsur dalam himpunan yang mempunyai indeks 1 lebih besar, dan menghilangkan semua variabel redundan seperti digambarkan pada sifat 1. Contoh, unsur pertama didalam kolom kedua diperoleh dari

$$\begin{array}{cc} 0 & 0000 \\ 1 & 0001 \\ \hline 0,1 & 000- \end{array}$$

dimana tanda strip (-) menyatakan bahwa variabel pada posisi itu dihilangkan. Perlu diperhatikan bahwa 000- menyatakan $w'x'y'$ dan bahwa angka 0 dan 1 disebelah unsur 000- menyatakan bahwa unsur 000- mencakup unsur yang dinyatakan oleh 0 dan 1 yaitu 0000 dan 0001 dalam bentuk jumlah dari perkalian kanonik.

5. Diperiksa satu persatu semua unsur yang dimasukkan kedalam kombinasi. Unsur yang tertinggal adalah Implikan utama dari mana dipilih jumlah dari perkalian minimal.

6. Mengulangi langkah 4 dan 5 sampai reduksi tak mungkin lagi. Dengan cara demikian diperoleh himpunan dari semua Implikan utama yang masing-masing ditulis dengan huruf besar. Dalam contoh terdapat empat Implikan utama

-00-	A	--01	C
-0-0	B	-1-1	D

Angka desimal		Pernyataan biner masing2 unsur	
Indeks 0	0	0000	✓
Indeks 1	1	0001	✓
	2	0010	✓
	8	1000	✓
Indeks 2	5	0101	✓
	9	1001	✓
	10	1010	✓
Indeks 3	7	0111	✓
	13	1101	✓
Indeks 4	15	1111	✓

Angka desimal	Reduksi pertama		Angka desimal	Reduksi kedua	
0,1	000-	✓	0,1,8,9	-00-	A
0,2	00-0	✓	0,2,8,10	-0-0	B
0,8	-000	✓	1,5,9,13	--01	C
1,5	0-01	✓	5,7,13,15	-1-1	D
1,9	-001	✓			
2,10	-010	✓			
8,9	100-	✓			
8,10	10-0	✓			
5,7	01-1	✓			
5,13	-101	✓			
9,13	1-01	✓			
7,15	-111	✓			
13,15	11-1	✓			

Catatan : Tanda periksa (✓) berarti bahwa unsur tersebut dicakup oleh unsur yang lebih besar sehingga unsur tersebut bukan berupa Implikan utama.

Implikan utama \ Minterm	0	1	2	5	7	8	9	10	13	15
A	X	X				X	X			
* B	X		X			X		X		
C		X		X			X		X	
* D				X	X				X	X

Gambar 1.2.3. (b) Tabel Implikan utama untuk mencari Implikan utama penting.

(b) Menyusun tabel Implikan utama dan mencari Implikan utama dari fungsi.

1. Menyusun tabel seperti pada Gambar 1.2.3. (b). Masing-masing kolom memuat angka desimal dibagian paling atas yang berhubungan dengan satu dari minterm-minterm dalam bentuk jumlah dari perkalian kanonik dari fungsi yang diberikan. Kolom-kolom ditandai dengan nomor urut dari kecil ke besar. Masing-masing baris berhubungan dengan salah satu dari Implikan yang tertulis A,B,C dan D disebelah kiri.

2. Memberi tanda palang (X) dibawah masing-masing angka desimal yang merupakan unsur yang diisikan dalam Implikan utama yang dinyatakan oleh baris tersebut. Contoh, untuk Implikan utama B yang mencakup 0,2,8,10 diberi tanda palang dibawah masing masing angka itu pada baris tersebut.

3. Mencari semua kolom yang berisi tanda kali tunggal dan dilingkari. Kemudian diberi tanda asteris (*) disebelah kiri baris dimana telah dilingkari tanda palang. Baris-baris yang ditandai dengan asteris adalah Implikan utama penting.

(c) Mencakupkan Implikan utama penting dalam jumlah dari perkalian minimal. Dalam contoh, oleh karena jumlah dari perkalian dari Implikan utama penting mencakup semua minterm dari fungsi kecuali 1 dan 9. Minterm - minterm 1 dan 9 ini boleh ditutup dengan Implikan utama lain A atau C, dengan demikian diperoleh dua fungsi yang minimal, yaitu :

$$f(w,x,y,z) = B + D + C$$
$$= x'z + xz + y'z$$

dan

$$f(w,x,y,z) = B + D + A$$
$$= x'z' + xz + x'y'$$

Umumnya, jumlah dari perkalian dari Implikan utama penting tidak perlu mencakup semua minterm dari fungsi. Hal lain yang perlu ditekankan adalah bahwa bentuk minimal dari fungsi umumnya tergantung kepada kriteria biaya yang digunakan. Disini dianggap bahwa biaya yang diperlukan untuk masing-masing Implikan utama (Baris dari tabel Implikan utama) berbanding langsung dengan jumlah variabel dari masing-masing Implikan.

Jadi biaya diberikan kepada masing-masing Implikan menurut variabelnya. Implikan utama yang mempunyai empat variabel misalnya, akan memerlukan biaya lebih tinggi daripada Implikan utama yang mempunyai tiga variabel.

Definisi 1.2.1

Dua baris (kolom) I dan J dari tabel Implikan utama yang mempunyai jumlah X sama besar dikatakan sama (ditulis I = J)

Definisi 1.2.2

Bila kolom i dan j adalah dua kolom dari suatu tabel Implikan utama. Kolom i dikatakan menguasai kolom j (ditulis $i \supset j$) bila i = j atau kolom i mempunyai X dalam semua baris dimana kolom j mempunyai X. Kolom i disebut berkuasa dan kolom j disebut terkuasai.

Definisi 1.2.3

Bila baris I dan J adalah dua baris dari suatu tabel Implikan utama. Baris I dikatakan menguasai baris J (ditulis $I \supset J$) bila I = J atau baris I mempunyai X dalam semua kolom dimana baris J mempunyai X. Baris I disebut berkuasa dan baris J disebut terkuasai.

Semua kolom yang berkuasa dan baris yang terkuasai dari suatu tabel Implikan utama dapat dihilangkan tanpa berpengaruh kepada tabel untuk mendapatkan jumlah dari perkalian minimal. Hal ini disebabkan karena kolom yang berkuasa pasti dicakup oleh baris yang mencakup kolom yang dikuasainya. Hal yang sama, kolom dari suatu baris yang dikuasai pasti dicakup oleh baris yang berkuasa (menguasainya) yang termasuk dalam jumlah dari perkalian minimal. Sesuai definisi kekuasaan baris (Definisi 1.2.3) biaya dari baris yang terkuasai tidak akan lebih kecil daripada baris yang berkuasa (menguasainya). Penghilangan baris yang terkuasai tidak akan menaikkan biaya jumlah dari perkalian minimal dari fungsi

Contoh 1.2.5

Suatu fungsi penyambungan dengan lima variabel mempunyai bentuk jumlah dari perkalian kanonik sebagai berikut

$$f(v,w,x,y,z) = \Sigma(0,1,2,8,9,15,17,21,24,25,27,31)$$

Dengan metode Quine Mc Cluskey, fungsi minimal dari f diselesaikan sebagai berikut

(a) Tabel untuk mendapatkan Implikan Utama

	Angka desimal	Pernyataan biner masing2 minterm
Indeks 0	0	00000 ✓
Indeks 1	1	00001 ✓
	2	00010 ✓
	8	01000 ✓
Indeks 2	9	01001 ✓
	17	10001 ✓
	24	11000 ✓
Indeks 3	21	10101 ✓
	25	11001 ✓
Indeks 4	15	01111 ✓
	27	11011 ✓
Indeks 5	31	11111 ✓

Angka desimal	Reduksi pertama	Angka desimal	Reduksi kedua
0,1	0000- K	0,8,1,9	0-00- C
0,2	000-0 J	1,9,17,25	--001 B
0,8	0-000 ✓	8,9,24,25	-100- A
1,9	0-001 ✓		
1,17	-0001 I		
8,9	0100- ✓		
8,24	-1000 ✓		
9,25	-1001 ✓		
17,21	10-01 H		
17,25	1-001 ✓		
24,25	1100- G		
25,27	110-1 F		
[illegible]	[illegible]		

		0	1	2	8	9	15	17	21	24	25	27	31
	A				X	X				X	X		
	B		X			X		X			X		
	C	X	X		X	X							
	D											X	X
*	E						X						X
	F										X	X	
	G									X	X		
*	H							X	X				
	I		X					X					
*	J	X		X									
	K	X	X										

(b) Tabel Implikan utama dengan Implikan utama penting E,H dan J

	1	8	9	24	25	27
A		X	X	X	X	
B	X		X		X	
C	X	X	X			
D						X
F					X	X
G				X	X	
I	X					
K	X					

Kekuasaan kolom

$9 \supset 8$

$25 \supset 24$

Kekuasaan baris

$A \supset G$

$F \supset D$

$B \supset I$

$B \supset K$

(c) Tabel Implikan utama dari (b) baris E,H dan J dihilangkan

		1	8	24	27
**	A		X	X	
	B	X			
	C	X	X		
**	F				X

(d) Tabel dari (c) sesudah kolom yang berkuasa 8 dan 24 dan baris yang terkuasai G,D,I,K dihilangkan.

	1
B	X
C	X

(e) Tabel dari (d) sesudah baris A dan F (Implikam utama sekunder) dihilangkan

Gambar 1.2.4 Minimisasi fungsi f dengan menggunakan metode Quine Mc Cluskey

Dari tabel pertama diperoleh 11 Implikan utama yaitu A,B,...,K. Dari tabel Implikan utama terlihat bahwa kolom 2,15 dan 21 berturut-turut hanya dicakup oleh baris J,E dan H. Jadi Implikan utama tersebut adalah Implikan utama penting (dinyatakan dengan asteris) yang harus dipilih agar masuk dalam jumlah dari perkalian minimal. Sesudah penghilangan tiga Implikan utama penting , (Gambar 1.2.4 (c)) Kolom 9 dan 25 dapat dihilangkan. Lebih lanjut, oleh karena semua baris yang terkuasai G, D,I dan K memerlukan biaya yang tidak lebih rendah dari pada masing-masing baris yang berkuasa (menguasainya), maka baris-baris tersebut dapat juga dihilangkan.

Tabel yang dihasilkan diperlihatkan pada Gambar 1.2.4(d) dimana terlihat bahwa kolom 24 dan 27 berturut-turut dicakup oleh baris A dan F, jadi kolom-kolom tersebut harus tercakup dalam jumlah dari perkalian minimal. Baris A dan F suatu saat dapat dinyatakan sebagai Implikan utama kedua (dinyatakan dengan dua asteris). Sesudah baris A dan F dihilangkan dari tabel (Gambar 1.2.4 (e)) dan semua minterm tidak tercakup, minterm tersebut dapat dicakup oleh baris B atau C. Andaikan bahwa baris B terpilih, jumlah dari perkalian minimal dari fungsi adalah

E + H + J + A + F + B