BAB I

PENDAHULUAN

Program Linier adalah suatu cara untuk menyelesaikan persoalan pengalokasian sumber-sumber yang terbatas diantara beberapa aktivitas yang bersaing, dengan cara yang terbaik yang mungkin dapat dilakukan. Program Linier ini menggunakan model matematis untuk menjelaskan persoalan yang dihadapinya.

Sifat "Linier" disini memberi arti bahwa seluruh fungsi matematis dalam model ini merupakan fungsi-fungsi yang linier.

Bentuk dari Program Linier adalah mempunyai

1. Variabel-variabel keputusan x_j ($1 \leq j \leq n$), yang mana nilainya harus kita cari.
2. Fungsi tujuan yang harus dimaksimumkan/diminimumkan.
3. Pembatas-pembatas, yang mana nilai dari variabel-variabel keputusan harus memenuhi pembatas-pembatas tersebut.

Model matematis dari persoalan pengalokasian sumber-sumber pada aktivitas-aktivitas adalah sebagai berikut:

maksimumkan/minimumkan: $c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots\ldots + c_nx_n$

berdasarkan pembatas-pembatas:

$$
\begin{array}{l}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots\ldots\ldots + a_{1n}x_n \;\leq / \geq / =\; b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots\ldots\ldots + a_{2n}x_n \;\leq / \geq / =\; b_2 \\
a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + \ldots\ldots\ldots + a_{3n}x_n \;\leq / \geq / =\; b_3 \\
\vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots\ldots\ldots + a_{mn}x_n \;\leq / \geq / =\; b_m
\end{array}
$$

dan $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots\ldots, x_n \geq 0$

Istilah yang lebih umum untuk Program Linier diatas adalah :

1. Fungsi yang dimaksimumkan/diminimumkan yaitu $c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots\ldots\ldots + c_nx_n$ disebut sebagai fungsi tujuan.
2. Pembatas x_j ($1 \leq j \leq n$) ≥ 0 disebut pembatas non negatif.
3. Konstanta-konstanta a_{ij} , b_i dan c_j ($1 \leq i \leq m$) adalah parameter-parameter model.

Cara yang penulis gunakan untuk menyelesaikan masalah PL adalah Metode Simplek tidak dengan tabel (metode tabel itu seperti yang telah dikuliahkan di PL), tetapi dengan matrik.

Model matematis PL dapat ditulis dengan menggunakan notasi matrik/vektor:

maksimumkan/minimumkan : $\bar{c}\bar{x}$

berdasarkan pembatas-pembatas:

$$A\bar{x} \leq / \geq / = \bar{b}$$

$$\bar{x} \geq 0$$

Penjelasan:

- $c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots\ldots\ldots + c_nx_n = \bar{c}\bar{x}$ dengan n vektor baris $\bar{c} = (c_1, c_2, \ldots\ldots, c_n)$ dan n vektor baris $\bar{x} = (x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n)$ mengingat definisi dot produk, maka:

  $(c_1, c_2, \ldots\ldots, c_n).(x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots\ldots + c_nx_n$

  $\bar{c}\bar{x} = \sum_j c_j x_j$

- $$\begin{matrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots\ldots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots\ldots + a_{2n}x_n \\ \vdots \qquad\qquad\qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots\ldots + a_{mn}x_n \end{matrix} = A\bar{x},$$

dengan

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots\cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots\cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots\cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

dengan mengingat definisi pergandaan matrik, matrik A dengan ukuran mxn dan vektor kolom $\bar{x}$ adalah matrik dengan ukuran nx1.

$A\bar{x}$ dapat juga dianggap sebagai perkalian kolom $A\bar{x} = \sum_j A_j x_j$

atau $A\bar{x} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \\ a_{m1} \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \\ a_{m2} \end{bmatrix} x_2 + \cdots\cdots + \begin{bmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \\ a_{mn} \end{bmatrix} x_n$

Dalam Algoritma Simplek matrik A terdiri dari matrik basis B yang nonsingular ($B^{-1}B = BB^{-1} = I$) dengan ukuran mxm dan sisanya matrik yang masih terdapat di A dinamakan matrik nonbasis N, yang berukuran mx(n-m), kemudian matrik A dapat kita susun kembali sedemikian sehingga $A = [B,N]$.

Sehingga vektor $\bar{x}$ nya terdiri dari vektor basis $\bar{x}_B$ yang berhubungan dengan matrik basis B dan vektor nonbasis $\bar{x}_N$ yang berhubungan dengan matrik nonbasis N, $\bar{x} = (\bar{x}_B,\bar{x}_N)$, juga untuk vektor $\bar{c}$ nya terdiri dari vektor basis $\bar{c}_B$ dan vektor nonbasis $\bar{c}_N$; $\bar{c} = (\bar{c}_B,\bar{c}_N)$

$$\begin{matrix} b_1 \\ b_2 \\ . \\ . \\ . \\ b_m \end{matrix} = b \text{ , dengan m vektor kolom } \bar{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ . \\ . \\ . \\ b_m \end{bmatrix}$$

Matrik basis B haruslah yang nonsingular, karena:

Andaikan ada permasalahan : Carilah mx1 vektor $\bar{x}$ yang memenuhi

$B\bar{x} = \bar{b}$, dengan B matrik berukuran mxm

$\bar{b}$ vektor berukuran mx1

Penyelesaian:

$CB\bar{x} = C\bar{b}$, dengan CB = I (matrik Identitas)

$I\bar{x} = C\bar{b}$

$\bar{x} = C\bar{b}$

Kesimpulan: Untuk mencari $\bar{x}$ yang memenuhi $B\bar{x} = \bar{b}$, haruslah terdapat matrik C sedemikian sehingga BC = CB = I, dari sini maka C adalah matrik invers dari B atau $C = B^{-1}$

Berdasarkan definisi:

Matrik B berukuran mxm adalah nonsingular bhb ada matrik B^{-1} berukuran mxm yang memenuhi $B^{-1}B = BB^{-1} = I$

Jadi untuk terpenuhinya pembatas $A\bar{x} = \bar{b}$, disini matrik basis B haruslah nonsingular.

Disini penulis menggunakan Aplikasi Basic pada perhitungannya, pemilihan bahasa pemrograman didasarkan atas tujuan dari pembuatan skripsi yaitu agar berguna bagi masyarakat atau dalam ruang lingkup yang kecil disini adalah berguna bagi pembaca / rekan mahasiswa didalam memahami dan mempelajari permasalahan Program Linier, khususnya yang penulis selesaikan dengan metode simplek, sehingga penulisan program komputer dipilih dalam bahasa Basic dan jenis perangkat keras / hardware yang digunakan adalah IBM PC.

Macam-macam variabel (secara garis besarnya) dalam Basic dibedakan atas:

1. Alfanumerik, disini diwakili dalam bentuk XXXXXXXX$.
   Yang termasuk didalam variabel ini adalah: A ... Z, a ... z, 0 ... 9 dan karakter-karakter lain yang termasuk dalam 128 karakter pertama dalam tabel ASCII
2. Integer, disini diwakili dalam bentuk XXXXXXXX.
   Yang termasuk didalam variabel ini adalah: semua angka yang berada pada -32.767 ... 32.767.
3. Single Precision, disini diwakili dalam bentuk XXXXXXXX!
   Yang termasuk didalam variabel ini adalah: semua angka yang maksimum terdiri dari 8 digit.
4. Double Precision, disini diwakili dalam bentuk XXXXXXXX#
   Yang termasuk didalam variabel ini adalah: semua angka yang maksimum terdiri dari 16 digit.

Instruksi-instruksi yang saya pergunakan dalam pemrograman adalah:

1. Print statement, merupakan suatu statement yang bisa digunakan untuk memberi perintah kepada komputer, agar dengan segera mencetak atau mengeluarkan hasil yang telah diproses oleh CPU kedalam layar monitor. Yang dimaksudkan dengan mencetak atau mengeluarkan hasil proses komputer adalah sebagai berikut:
   - Menuliskan teks. (Semua teks yang ada dalam tanda apostrope akan tercetak)

- Meng-out-putkan hasil perhitungan (Isi variabel).

2. Input statement, merupakan suatu statement yang bisa digunakan oleh programer untuk memberitahu kepada komputer, agar mengambil sesuatu data yang datang melalui keyboard.
3. Locate statement, bisa digunakan untuk mengatur letak posisi huruf seperti pada posisi yang kita inginkan.
4. If ... Then statement, adalah statement yang bisa digunakan untuk melaksanakan proses berdasarkan suatu kondisi tertentu, yang apabila kondisi tersebut dipenuhi, maka komputer harus mengerjakan stetement yang telah diberikan.
5. For ... Next statement, bisa digunakan untuk melaksanakan proses yang berulang. Yang dimaksud dengan proses yang berulang disini adalah perputaran jalannya program. Program akan berputar sehingga mencapai suatu kondisi tertentu, baru berjalan ke normal kembali.
6. Goto statement, merupakan suatu statement yang bisa digunakan untuk membelokkan arah program ke suatu nomor baris yang dimaksud dengan tanpa memperhatikan situasi dari program itu sendiri.
7. Gosub ... return statement, adalah statement yang bisa digunakan untuk memberi instruksi kepada komputer, agar mengerjakan sekelompok statement yang berada diluar program utama, dan apabila hal itu sudah selesai dilaksanakan, supaya kembali ke program utamanya.

Dalam tulisan ini akan dibahas tentang Analisa Sensitivitas dan Parametrik dengan menggunakan bahasa pemrograman Basic. Menggunakan Aplikasi Basic pada perhitungannya, dengan tujuan supaya diperoleh $\bar{x}^*$ SFB (Solusi Fisibel Basis) yang optimal dan parametrik pada koefisien fungsi tujuan dalam waktu yang seefisien mungkin.

Karena pada kebanyakan masalah PL, koefisien fungsi tujuan dan fungsi pembatasnya diberikan sebagai data input, sehingga solusi optimum yang diperoleh akan didasarkan atas nilai-nilai koefisien-koefisien tadi. Dalam prakteknya, harga koefisien-koefisien tadi jarang diketahui dengan pasti. Karena itu setiap perubahan nilai koefisien data akan mengubah masalah PL sehingga dapat mempengaruhi solusi optimum. Untuk mengembangkan suatu strategi yang dapat memenuhi ketidakpastian ini akan dibahas bagaimana solusi optimum akan berubah sehubungan dengan perubahan koefisien input (data), tanpa menghitungnya dari permulaan lagi (jika memungkinkan) dengan Analisa Sensitivitas & Parametrik.

Beberapa kemungkinan perubahan yang dapat terjadi adalah:

1. Perubahan dalam koefisien fungsi tujuan (vektor $\bar{c}$)
2. Perubahan dalam konstanta ruas kanan (vektor $\bar{b}$)
3. Perubahan dalam fungsi pembatas atau matrik koefisien

Diawali dengan Bab II yang memperkenalkan Metode Simplek dengan matrik dapat digunakan untuk memecahkan masalah-masalah PL yang telah dibawa ke bentuk-bentuk tertentu. Dan disini penulis memakai bantuan komputer dengan bahasa pemrograman Basic untuk melakukan perhitungan Algoritma Simplek, dan penulis juga menerangkan PL lain yang saling berkaitan dengan PL mula-mula (primal) yang disebut PL dual, dengan Algoritma Simplek Dualnya juga. Pada Bab III akan dibahas mengenai koefisien fungsi tujuan (vektor $\bar{c}$) yang mengalami perubahan, yang dimaksud perubahan disini adalah perubahan koefisien fungsi tujuan mula-mula atau bahkan fungsi tujuan mula-mula ditambah dengan fungsi tujuan baru. Dalam hal ini akan dicari interval yang menyebabkan $\bar{x}^*$ ($\bar{x}^*$ adalah SFB yang optimal pada fungsi tujuan mula-mula) tetap SFB yang optimal pada fungsi tujuan yang mengalami perubahan. Dan disini penulis juga memakai bantuan komputer dengan bahasa pemrograman basic untuk melakukan perhitungan-perhitungannya. Pada Bab IV akan dibahas mengenai matrik A (konstanta-konstanta dari fungsi pembatasnya) yang mengalami perubahan, yang dimaksud perubahan disini adalah perubahan konstanta-konstanta fungsi pembatas, maupun penambahan sebuah variabel keputusan baru atau bahkan penambahan sebuah pembatas baru. Bab ini akan memperlihatkan, dapatkah $\bar{x}^*$ pada persoalan semula dipakai untuk memecahkan persoalan baru. Pada perubahan matrik A ini tidak ada program komputer secara khusus, karena jika syarat-syarat yang diberikan tidak terpenuhi, maka penyelesaiannya dengan Algoritma Simplek seperti pada Bab II. Pada Bab V akan akan dibahas mengenai vektor $\bar{b}$ (konstanta ruas kanan dari pembatasnya) yang mengalami perubahan, yang dimaksud perubahan disini adalah perubahan vektor $\bar{b}$ mula-mula atau bahkan vektor $\bar{b}$ mula-mula ditambah dengan vektor $\bar{b}$ yang baru. Dalam hal ini akan dicari interval yang menyebabkan $\bar{u}^*$ ($\bar{u}^*$ adalah Solusi Fisibel Basis Dual yang optimal pada PL dualnya) tetap SFBD yang optimal untuk PL dual yang baru.