


## BAB II

### TEORI JARINGAN KERJA


#### 2.1. Diagram Jaringan Kerja

Diagram jaringan kerja adalah suatu jaringan kerja (network) yang berisikan lintasan - lintasan kegiatan dan urutan peristiwa selama penyelenggaraan proyek. Dengan diagram jaringan kerja, dapat dilihat kaitan suatu kegiatan dengan kegiatan-kegiatan yang lain, sehingga jika ada suatu hambatan dalam pelaksanaan maka dapat diketahui kegiatan-kegiatan yang mempengaruhi .

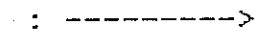
Untuk dapat memberikan informasi yang jelas tentang pelaksanaan kegiatan, dipakai lambang-lambang sebagai berikut :

1. Anak Panah ( arrow ) : 

Pangkal dan ujung anak panah dalam diagram net work menerangkan saat awal/mulai dan akhir/selesai suatu kegiatan. Panjang anak panah tidak mewakili lama atau besar kegiatan. Kegiatan biasanya diwakili dengan huruf besar seperti A,B,C,..., dan seterusnya.

2. Lingkaran Kecil (node) : 

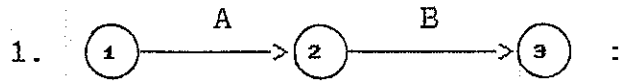
Menyatakan suatu kejadian atau peristiwa. Peristiwa diartikan sebagai awal atau akhir dari satu atau beberapa kegiatan. Umumnya peristiwa diberi angka 1,2,3,..., dan seterusnya.

3. Anak Panah Putus-putus : 

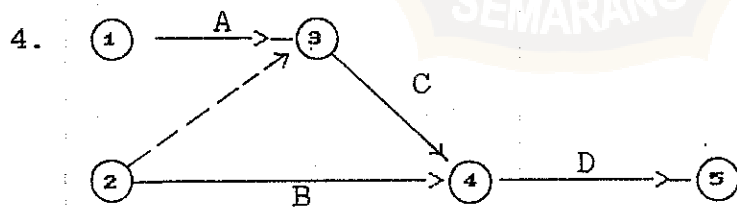
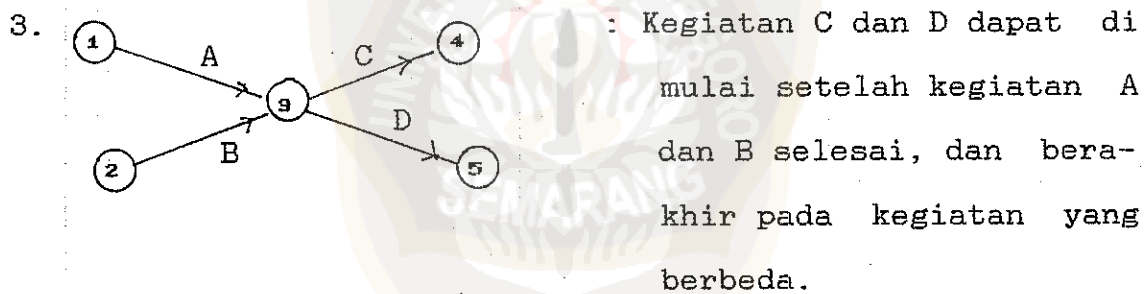
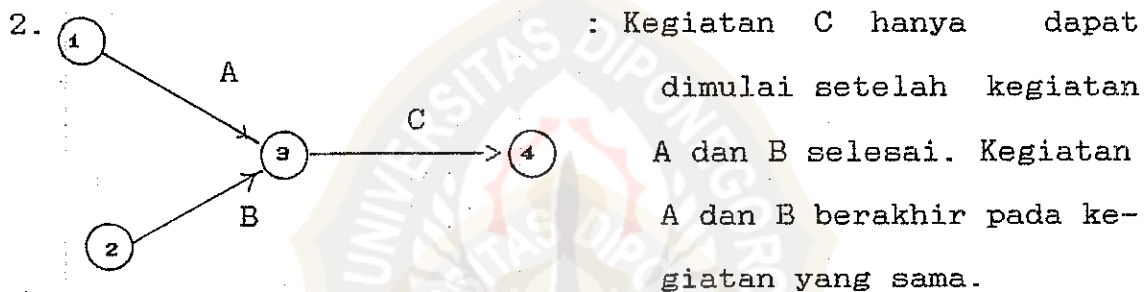
Menyatakan suatu kegiatan semu (dummy activity), yaitu terjadinya perpindahan dari satu kejadian ke kejadian lain pada saat yang sama. Oleh karena itu kegiatan semu tidak memerlukan waktu dan tidak menghabiskan sumber.

Panjang dan arah kegiatan semu tidak mempunyai arti khu-

Untuk menyatakan saling ketergantungan logikal dari suatu kejadian dengan kegiatan, berikut ini dijelaskan beberapa ketentuan ;

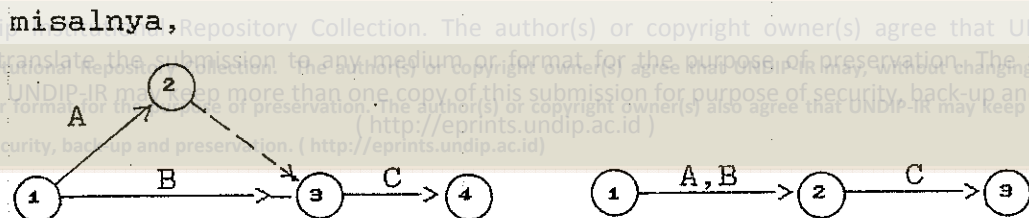


Kegiatan B hanya dapat dimulai setelah kegiatan A selesai. Perhatikan bahwa kejadian 1 merupakan awal dari kegiatan A, dan kejadian 2 merupakan akhir dari kegiatan A atau sekaligus sebagai awal kegiatan B.

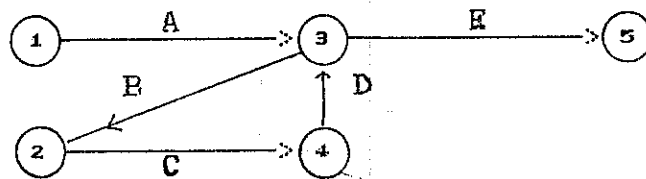


Dua kejadian yang saling bergantung dihubungkan dengan kegiatan semu (dummy activity) .

5. Bila ada dua kegiatan yang berbeda, yang dimulai pada kegiatan yang sama dan berakhir pada kegiatan yang sama pula, maka kegiatan tersebut tidak boleh dibuat berimpit



6. Dalam suatu jaringan kerja tidak boleh terjadi suatu arus putar (loop), misalnya .

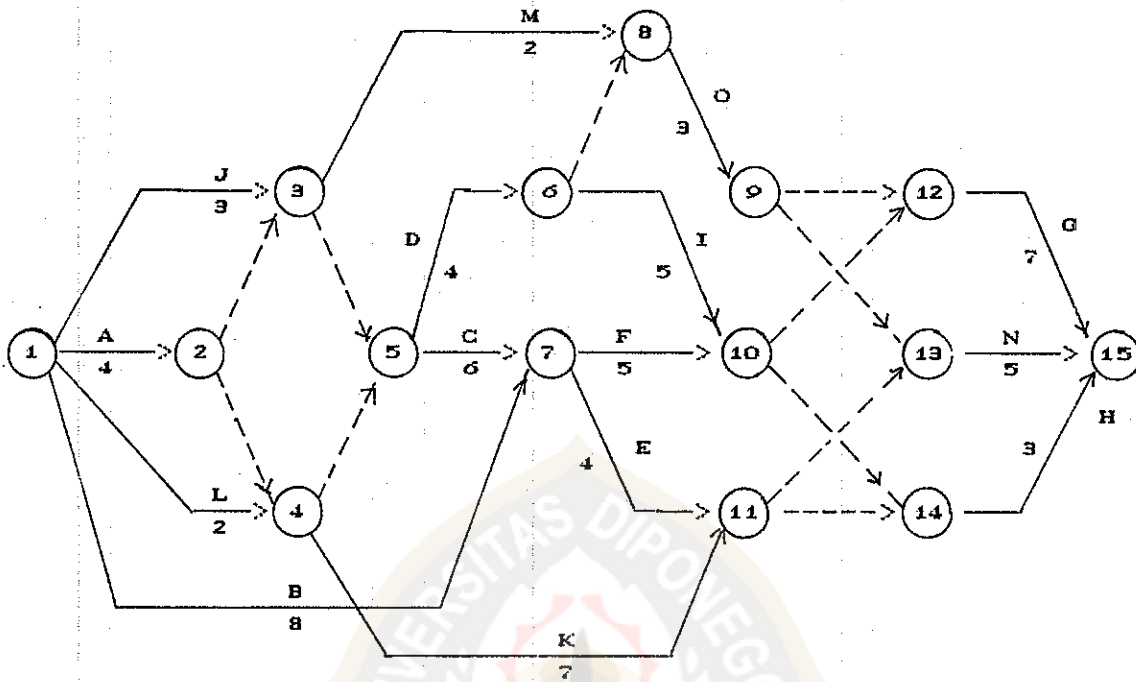


7. Nomor kejadian terkecil adalah nomor dari kejadian awal dan nomor kejadian terbesar adalah nomor kejadian akhir.
8. Tiap kejadian selain diberi kode huruf besar, juga boleh diberi kode dengan simbol  $(i, j)$  dimana  $i < j$ . Dimana  $i$  menyatakan nomor kejadian awal kegiatan dan  $j$  menyatakan nomor kejadian akhir kegiatan.

Dari Tabel 2.1 akan digambarkan diagram jaringan kerja, untuk dapat memahami keterangan diatas.

Tabel 2.1 :

Kegiatan	Kegiatan pengikut	Waktu (hari)
A	C, D, K, M	4
B	E, F	8
C	E, F	6
D	I, O	4
E	H, N	4
F	G, H	5
G	-	7
H	-	3
I	G, H	5
J	C, D, M	3
K	H, N	7
L	C, D, K	2
M	O	2
N	-	5
O	G, N	3



Gambar 2.1 Diagram Jaringan Kerja .

2.2. Analisa Waktu

2.2.1. Saat Paling Awal (SPA) :

Saat paling awal adalah saat tercepat suatu peristiwa mungkin terjadi, dan tidak mungkin terjadi sebelumnya. Bermanfaat untuk mengetahui saat paling awal mulai melaksanakan kegiatan-kegiatan dari peristiwa yang bersangkutan.

Jika hanya ada sebuah kegiatan menuju suatu peristiwa, maka SPA peristiwa tersebut adalah saat selesai paling awal kegiatan tersebut. Saat selesai paling awal dari sebuah kegiatan didapat dengan menjumlahkan saat mulai paling awal dan lama kegiatan yang bersangkutan.



$$SPA_j = SPA_i + L$$

Dimana :

$i$  : peristiwa awal kegiatan X

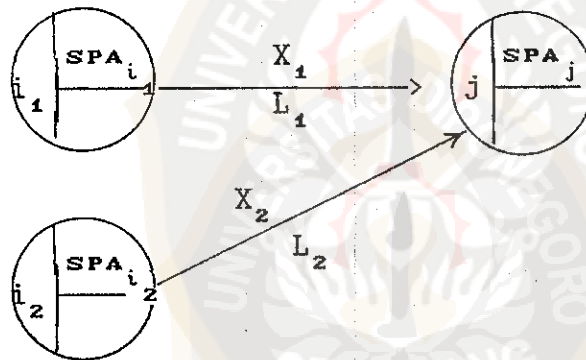
$j$  : peristiwa akhir kegiatan X

$L$  : lama kegiatan X

$SPA_i$  : saat paling cepat untuk memulai kegiatan X  
( earliest start time )

$SPA_j$  : saat paling cepat menyelesaikan kegiatan X  
( earliest finish time )

Jika terdapat lebih dari satu kegiatan yang menuju pada sebuah peristiwa, maka SPA peristiwa tersebut adalah saat tercepat dari kegiatan yang selesainya paling lambat.



$$SPA_j = \text{Max} ( SPA_{i_n} + L_n )$$

Dimana :

$n$  : nomor kegiatan (1,2,...)

$X_n$  : kegiatan ke  $n$

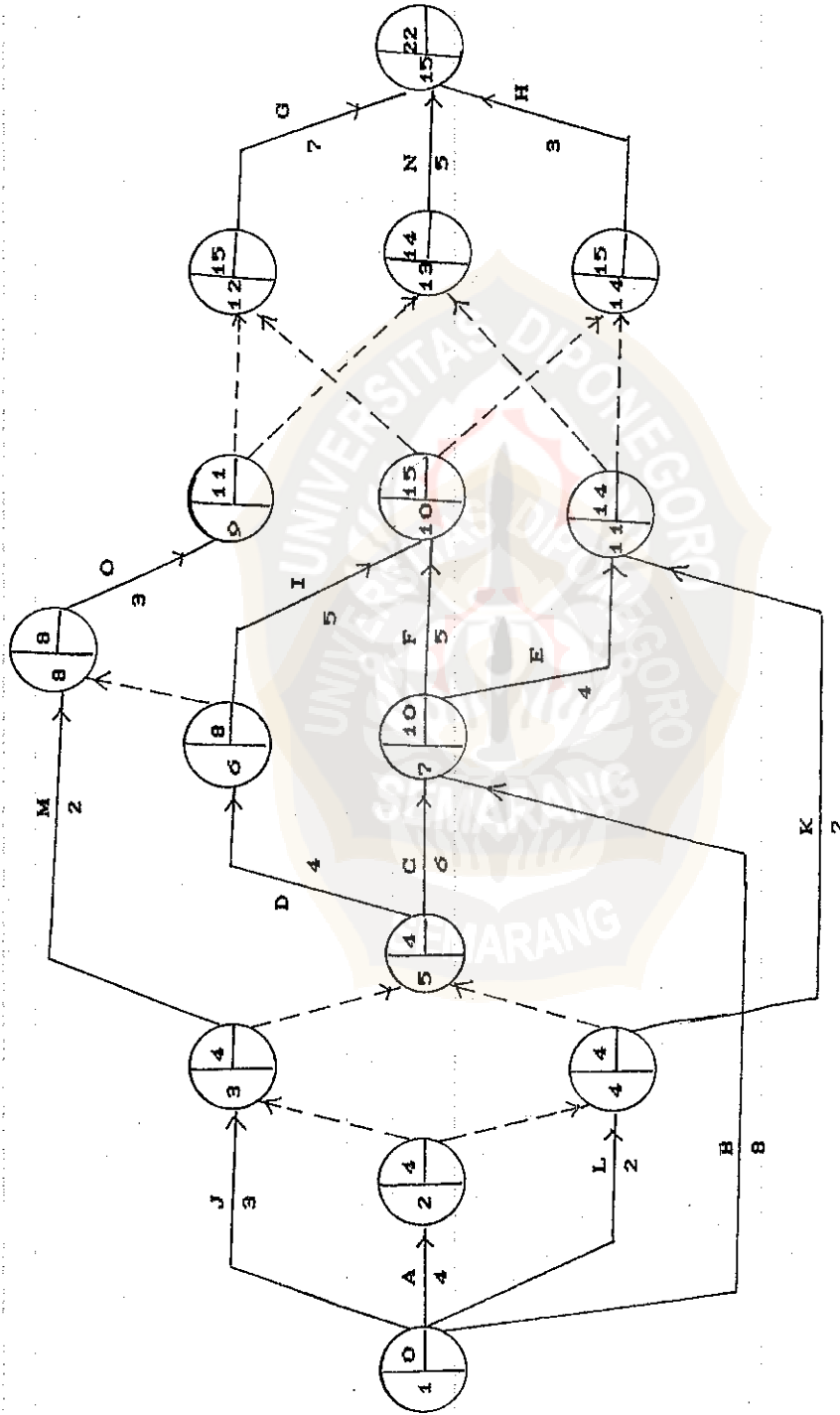
$j$  : peristiwa akhir bersama dari kegiatan-kegiatan  
 $X_n$

$i_n$  : peristiwa awal kegiatan  $X_n$

$SPA_{i_n}$  : saat tercepat untuk memulai kegiatan  $X_n$

$SPA_j$  : saat tercepat untuk menyelesaikan seluruh kegiatan  
atan  $X_n$

Dari gambar jaringan kerja pada gambar 2.1, akan dilengkapi perhitungan saat paling cepat/awal, pada bagian kanan atas dari diagram jaringan kerja pada gambar 2.2.1 .

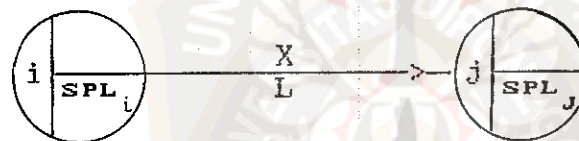


Gambar 2.2.1 Diagram Jaringan Kerja dengan SPA

### 2.2.2. Saat Paling Lambat (SPL)

Saat paling lambat adalah saat paling lambat suatu peristiwa boleh terjadi, sehingga proyek selesai sesuai waktu yang direncanakan. SPL bermanfaat untuk mengetahui saat paling lambat selesainya semua kegiatan yang menuju peristiwa tersebut.

Jika hanya ada sebuah kegiatan dari sebuah peristiwa maka SPL peristiwa tersebut adalah saat paling lambat mulainya kegiatan tersebut. Saat mulai paling lambat sebuah kegiatan diperoleh dengan mengurangi saat paling lambat selesainya kegiatan yang bersangkutan dengan lama kegiatan.

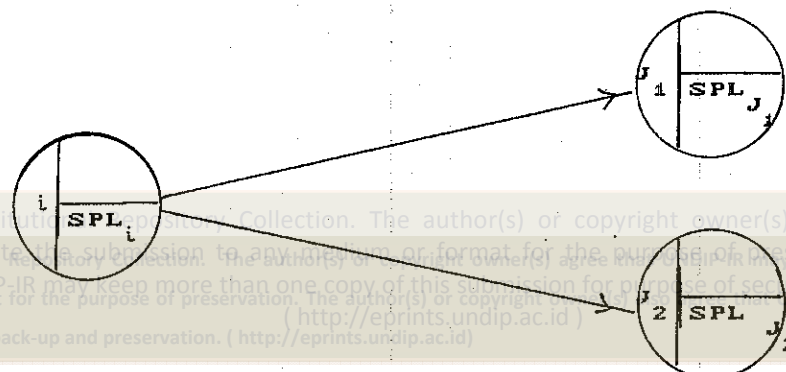


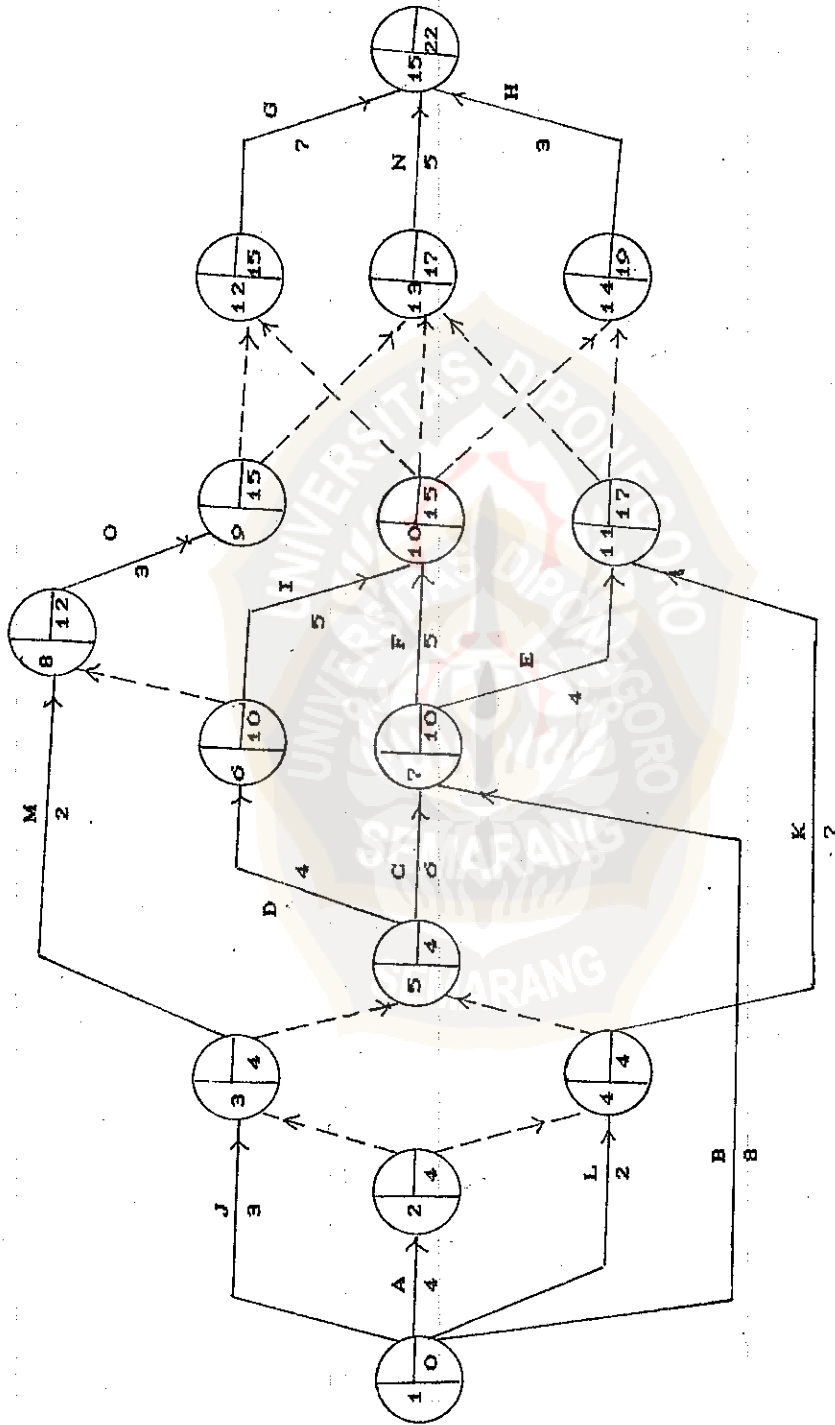
$$SPL_i = SPL_j - L$$

Dimana  $SPL_i$  : Saat paling lambat untuk memulai kegiatan X  
( latest start time )

$SPL_j$  : saat paling lambat menyelesaikan kegiatan X  
( latest finish time )

Jika terdapat lebih dari satu kegiatan dari sebuah peristiwa, maka SPL peristiwa tersebut adalah saat paling lambat dari kegiatan yang mulainya paling lambat.





Gambar 2.2.2 Diagram Jaringan Kerja dengan SPL



Dimana  $n$  : nomor kegiatan ( 1,2,3,... )

$SPL_i$  : saat paling lambat untuk memulai kegiatan  $X_n$

$SPL_{j_n}$  : saat paling lambat untuk menyelesaikan semua kegiatan  $X_n$

$L_n$  : lama kegiatan  $X_n$ .

Sebagai contoh, perhatikan kembali diagram jaringan kerja gambar 2.1 yang akan dihitung SPL nya untuk masing - masing kegiatan (gambar 2.2.2) . Perhitungan dimulai dari arah belakang, dimana telah dihitung usia proyek adalah 22 hari.

### 2.2.3. Peristiwa Kritis, Kegiatan Kritis dan Lintasan Kritis

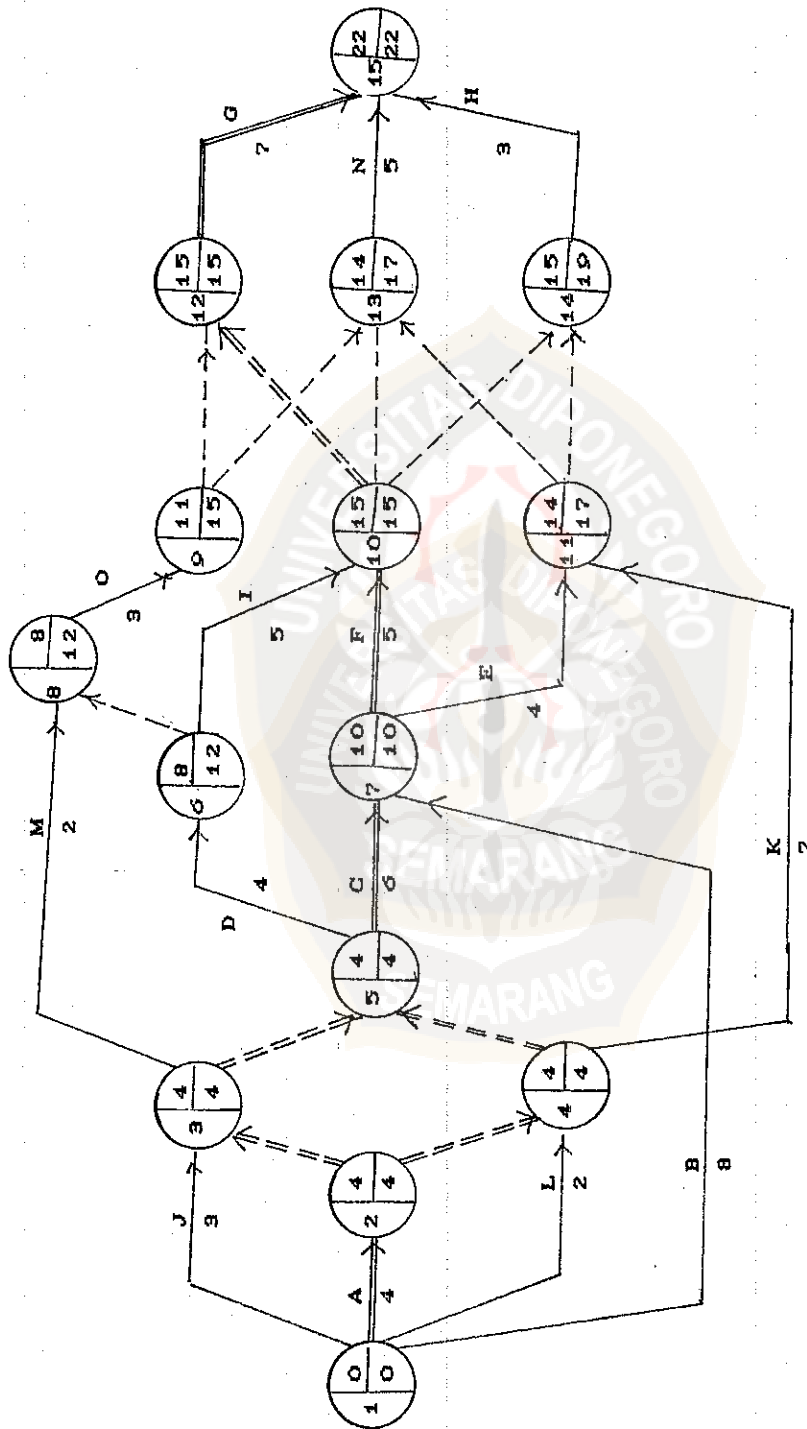
Peristiwa kritis adalah peristiwa yang tidak mempunyai tenggang waktu, sehingga  $SPA = SPL$ . Ini dalam diagram jaringan kerja bisa dilihat pada bilangan pada ruang kanan atas sama dengan bilangan pada ruang kanan bawah dari peristiwa tersebut.

Kegiatan kritis adalah kegiatan yang sangat sensitif terhadap keterlambatan. Sifat kritis ini disebabkan karena kegiatan tersebut harus dimulai pada satu saat dan harus selesai juga pada satu saat. Jadi tidak terdapat tenggang waktu dalam pelaksanaannya. Oleh karena itu berlaku :

$$SPA_i + L = SPA_j$$

$$SPL_i + L = SPL_j$$

Lintasan kritis adalah lintasan yang terdiri dari kegiatan-kegiatan kritis dan peristiwa-peristiwa kritis. Tujuan mengetahui lintasan kritis adalah untuk mengetahui dengan cepat kegiatan dan peristiwa yang tingkat kepekaan-nya paling tinggi terhadap keterlambatan pelaksanaan.



Gambar 2.2.3 Diagram Jaringan Kerja dengan Jalur Kritis.

Contoh :

Dari diagram jaringan kerja gambar 2.2.1 dan gambar 2.2.2, didapat diagram jaringan kerja dengan jalur kritis sebagai berikut (gambar 2.2.3) . Jalur kritis ditandai dengan penggambaran garis yang rangkap , yaitu pada kegiatan kegiatan :

A - C - F - G

**2.2.4. Tenggang Waktu Kegiatan**

Tenggang waktu kegiatan adalah jangka waktu yang merupakan ukuran batas waktu toleransi keterlambatan kegiatan. Dengan ukuran ini dapat diketahui karakteristik pengaruh keterlambatan terhadap penyelenggaraan proyek.

Ada tiga macam tenggang waktu kegiatan, yaitu : Total Float, Free Float, dan Independent Float.

**1. Total Float ( TF ) :**

Adalah jangka waktu antara saat paling lambat peristiwa akhir ( $SPL_j$ ) kegiatan tersebut dengan saat selesainya kegiatan itu, bila kegiatan itu dimulai pada saat paling awal dari peristiwa awal ( $SPA_i$ ).

$$TF = SPL_j - L - SPA_i$$

**2. Free Float ( FF ) :**

Adalah jangka waktu antara saat paling awal dari peristiwa akhir ( $SPA_j$ ) kegiatan yang bersangkutan dengan saat selesainya kegiatan tersebut, bila kegiatan itu dimulai

pada saat paling awal dari peristiwa awal ( $SPA_i$ ).

$$FF = SPA_j - L - SPA_i$$

### 3. Independent Float ( IF ) :

Adalah jangka waktu antara saat paling awal dari peristiwa akhir ( $SPA_j$ ) kegiatan yang bersangkutan dengan saat selesainya kegiatan tersebut, bila kegiatan itu dimulai pada saat paling lambat dari peristiwa awal ( $SPL_i$ ).

$$IF = SPA_j - L - SPL_i$$

Dengan diketahui tenggang waktu kegiatan, maka dapat diketahui juga kegiatan-kegiatan mana yang mempunyai tenggang waktu menunda beberapa saat pelaksanaan kegiatan dan kegiatan - kegiatan mana yang harus dilaksanakan tepat pada waktunya.

#### Contoh :

Dari tabel 2.1 akan dihitung TF, FF dan IF sebagai berikut,

kegiatan	$SPL_j$	$SPA_j$	L	$SPL_i$	$SPA_i$	TF	FF	IF
A	4	4	4	0	0	0	0	0
B	10	10	8	0	0	2	2	2
C	10	10	6	4	4	0	0	0
D	10	8	4	4	4	2	0	0
E	17	14	4	10	10	3	0	0
F	15	15	5	10	10	0	0	0
G	22	22	7	15	15	0	0	0
H	22	22	3	19	15	4	4	0
I	15	15	5	10	8	2	2	0
J	4	4	3	0	0	1	1	1
K	17	14	7	4	4	6	3	3
L	4	4	2	0	0	2	2	2
M	12	8	2	4	4	6	2	2
N	22	22	5	17	14	3	3	0
O	15	11	3	12	8	4	0	-4

Tabel 2.2.4 Penghitungan TF, FF dan IF

Dari tabel diatas jalur kritis dapat dicari dimana ,

$$TF = FF = IF = 0$$

yaitu pada kegiatan-kegiatan : A - C - F - G

Selain jalur kritis, juga dapat diketahui kegiatan mana saja yang mempunyai tenggang waktu pelaksanaan kegiatan.

### 2.3. Masalah Angkutan Umum (Stagecoach Problem)

Masalah angkutan umum adalah masalah pencarian jalur optimal pada suatu lintasan yang akan dilalui oleh angkutan umum, sehingga kebijaksanaan (policy) yang akan diambil untuk menentukan jalur yang akan dilewati memberikan suatu kebijaksanaan optimal (optimal policy).

Bentuk masalah minimal dalam masalah angkutan umum adalah pertimbangan terhadap biaya pengeluaran.

Contohnya : - Meminimalkan biaya transportasi salesman  
- Meminimalkan pengoperasian truk pengantar barang terhadap biaya atau waktu.

Sedangkan bentuk masalah maximal adalah pertimbangan terhadap penghasilan, seperti memaksimalkan keuntungan pengoperasian angkutan umum yang akan dibahas dibawah ini.

Misalkan dipagi hari, suatu jalur dari angkutan umum yang akan dioperasikan dari kota 1 ke kota 12 dengan melalui beberapa kota yang ada. Akan dicari jalur yang akan mendatangkan keuntungan maximal diantara kota 1 sampai kota 12.

Tabel 2.3 :

Dari kota	ke kota											
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	5	4	2									
2				8	10	5	7					
3				6	3	8	10					
4				8	9	6	4					
5								8	4	3		
6								5	2	7		
7								4	10	6		
8								12	5	2		
9												7
10												3
11												6

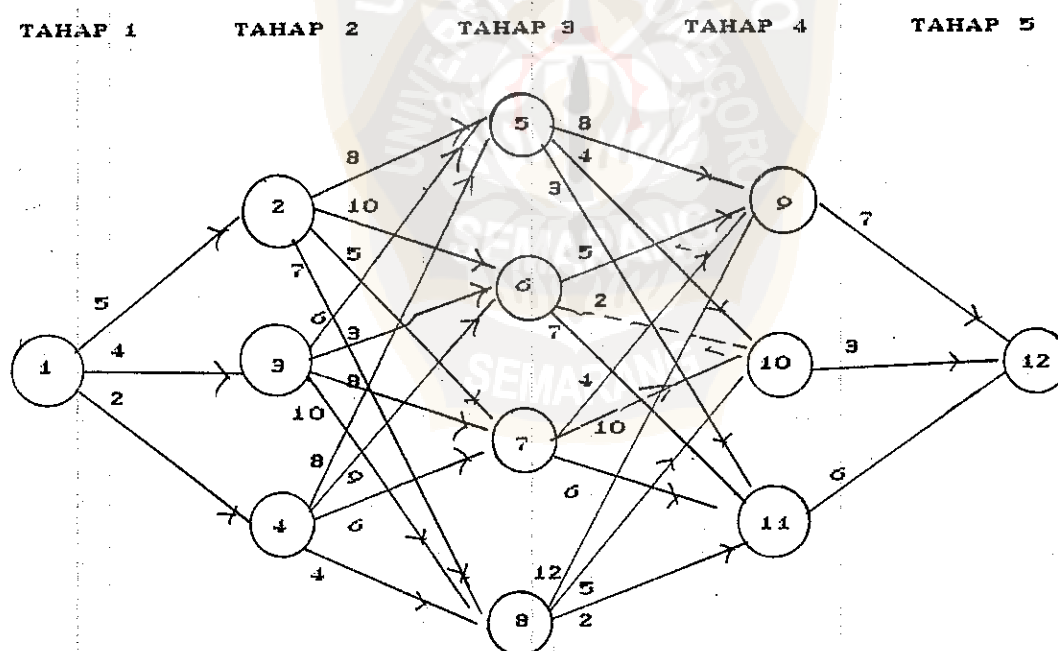
Dari tabel 2.3 menggambarkan keuntungan yang didapat dari pengoperasian tersebut.

Perhatikanlah bahwa hanya kota-kota tertentu yang dapat dijangkau dari suatu kota. Misalkan hanya kota-kota 5, 6, 7 dan 8 yang dapat dijangkau secara langsung dari kota 2.

Penyelesaian :

Diagram jaringan kerja dengan 12 nomor yang menyatakan kota dapat dilihat dibawah. Mulai dari kota 1 maka harus diputuskan untuk berjalan melalui kota 2, kota 3 atau kota 4. Ini adalah suatu tahap (stage) awal yang berisi ketentuan (state) mana yang akan diambil sehingga keuntungan maksimal.

Diagram jaringan kerjanya :



Gambar 2.3 Diagram Jaringan Kerja Masalah Stagecoach

Perhitungan akan dilakukan dengan langkah mundur, dimulai dari tahap 5, dimana :

$f_i(x)$  : pengembalian optimal ( hasil ) dari kota  $x$  pada tahap  $i$  ke kota terakhir ( kota 12 )

$d_i(x)$  : keputusan kota yang akan dilalui dari kota  $x$  pada

- Tahap 5 : adalah tahap yang terakhir, sehingga

$$f_5(12) = 0 \quad d_5(12) = -$$

- Tahap 4 : mempunyai 3 alternatif kota asal yang menghubungkan ke kota 12, yaitu kota 9, 10 dan 11.

$$f_4(9) = 7 \quad d_4(9) = 12$$

$$f_4(10) = 3 \quad d_4(10) = 12$$

$$f_4(11) = 6 \quad d_4(11) = 12$$

Tabel kebijaksanaan optimal tahap 4 - 5

x	9	10	11
$f_4(x)$	7	3	6
$d_4(x)$	12	12	12

- Tahap 3; ada 4 alternatif kota asal, yaitu kota 5, 6, 7 dan 8

$$f_3(5) = \text{Max} \begin{bmatrix} 8 + f_4(9) \\ 4 + f_4(10) \\ 3 + f_4(11) \end{bmatrix} = \text{Max} \begin{bmatrix} 8 + 7 \\ 4 + 3 \\ 3 + 6 \end{bmatrix} = 15$$

$$d_3(5) = 9$$

$$f_3(6) = \text{Max} \begin{bmatrix} 5 + f_4(9) \\ 2 + f_4(10) \\ 7 + f_4(11) \end{bmatrix} = \text{Max} \begin{bmatrix} 5 + 7 \\ 2 + 3 \\ 7 + 6 \end{bmatrix} = 13$$

$$d_3(6) = 11$$

$$f_3(7) = \text{Max} \begin{bmatrix} 4 + f_4(9) \\ 10 + f_4(10) \\ 6 + f_4(11) \end{bmatrix} = \text{Max} \begin{bmatrix} 4 + 7 \\ 10 + 3 \\ 6 + 6 \end{bmatrix} = 13$$

$$d_3(7) = 10$$

$$f_3(8) = \text{Max} \begin{bmatrix} 12 + f_4(9) \\ 5 + f_4(10) \\ 2 + f_4(11) \end{bmatrix} = \text{Max} \begin{bmatrix} 12 + 7 \\ 5 + 3 \\ 2 + 6 \end{bmatrix} = 19$$

$$d_3(8) = 9$$

Tabel kebijaksanaan optimal tahap 3 - 5

x	5	6	7	8	9	10	11
$f_4(x)$					7	3	6
$d_4(x)$					12	12	12
$f_3(x)$	15	13	13	19			
$d_3(x)$	9	11	10	9			

- Tahap 2 ; ada 3 alternatif kota asal yaitu kota 2,3 dan 4

$$f_2(2) = \text{Max} \begin{bmatrix} 8 + f_3(5) \\ 10 + f_3(6) \\ 5 + f_3(7) \\ 7 + f_3(8) \end{bmatrix} = \text{Max} \begin{bmatrix} 8 + 15 \\ 10 + 13 \\ 5 + 13 \\ 7 + 19 \end{bmatrix} = 26$$

$$d_2(2) = 8$$

$$f_2(3) = \text{Max} \begin{bmatrix} 6 + f_3(5) \\ 3 + f_3(6) \\ 8 + f_3(7) \\ 10 + f_3(8) \end{bmatrix} = \text{Max} \begin{bmatrix} 6 + 15 \\ 3 + 13 \\ 8 + 13 \\ 10 + 19 \end{bmatrix} = 29$$

$$d_2(3) = 8$$

$$f_2(4) = \text{Max} \begin{bmatrix} 8 + f_3(5) \\ 9 + f_3(6) \\ 6 + f_3(7) \\ 4 + f_3(8) \end{bmatrix} = \text{Max} \begin{bmatrix} 8 + 15 \\ 9 + 13 \\ 6 + 13 \\ 4 + 19 \end{bmatrix} = 23$$

$$d_2(4) = 5 \text{ atau } 8$$

Tabel kebijaksanaan optimal tahap 2 - 5

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$f_4(x)$								7	3	6
$d_4(x)$								12	12	12
$f_3(x)$				15	13	13	19			
$d_3(x)$				9	11	10	9			
$f_2(x)$	26	29	23							
$d_2(x)$	8	8	5;8							



- Tahap 1 ; hanya ada 1 alternatif

$$f_1(1) = \text{Max} \begin{bmatrix} 5 + f_2(2) \\ 4 + f_2(3) \\ 2 + f_2(4) \end{bmatrix} = \text{Max} \begin{bmatrix} 5 + 26 \\ 4 + 29 \\ 2 + 23 \end{bmatrix} = 33$$

$$d_1(1) = 3$$

Tabel kebijaksanaan optimal tahap 1 - 5

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$f_4(x)$									7	3	6
$d_4(x)$									12	12	12
$f_3(x)$					15	13	13	19			
$d_3(x)$					9	11	10	9			
$f_2(x)$		26	29	23							
$d_2(x)$		8	8	5;8							
$f_1(x)$	33										
$d_1(x)$	3										

Sehingga jalur optimal harus melewati kota-kota :

1 - 3 - 8 - 9 - 12

dengan keuntungan total = 33 .