BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Pengertian Umum.

Untuk pengertian umum akan dimulai dengan definisi - definisi.

Definisi 1.

Apabila diberikan suatu himpunan X,dimana $\mathcal{A}$ adalah keluarga himpunan-himpunan bagian dari X.Maka $\mathcal{A}$ disebut σ-field apabila memenuhi :

(i). $\emptyset, X \in \mathcal{A}$.

(ii). Apabila $A \in \mathcal{A}$ maka $A^c \in \mathcal{A}$.

(iii). Apabila $\{A_n\}$ adalah barisan himpunan-himpunan di dalam $\mathcal{A}$, $n=1,2,\ldots$ .Maka $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in \mathcal{A}$.

Definisi 2.

Diberikan ruang probabilitas $(\Omega,\mathcal{A},P)$,dimana Ω adalah ruang sampel,$\mathcal{A}$ adalah σ-field dan P adalah fungsi probabilitas. Suatu random variabel diberi notasi $\tilde{x}$ atau $\tilde{x}(.)$ adalah suatu fungsi dengan domain Ω dan kodomain garis riil yang memenuhi persyaratan bahwa untuk setiap bilangan riil r terdapatlah kejadian $A_r=\{\omega:\tilde{x}(\omega)\leq r\} \in \mathcal{A}$.

Definisi 3.

Apabila untuk setiap x di dalam suatu himpunan X,ada suatu random variabel $\tilde{y}$ dengan varian berhingga.Maka nilai harapan bersyarat dari $\tilde{y}$ yang diberikan $\tilde{x}$ adalah fungsi regresi dari $\tilde{y}$ pada $\tilde{x}$.Simbol $\tilde{x}$ adalah random variabel dari x.
Fungsi regresi dari suatu random variabel $\tilde{y}$ pada $\tilde{x}$ adalah nilai harapan bersyarat $\mu(x)= E(\tilde{y}/\tilde{x}=x)$.

Definisi 4.

Nilai harapan bersyarat dari $\tilde{y}$ yang diberikan $\tilde{x}$ adalah nilai harapan bersyarat dari $\tilde{y}$ yang diberikan σ-field yang dibangun oleh $\tilde{x}$.

Diberikan ruang probabilitas$(\Omega,\mathcal{A},P)$ dan $\mathcal{D}$ adalah suatu bagian-σ-field dari $\mathcal{A}$.Apabila $\tilde{y}$ sebarang random variabel pada Ω.Maka nilai harapan bersyarat dari $\tilde{y}$ yang diberikan $\mathcal{D}$ adalah $E(\tilde{y}/\mathcal{D})$. Apabila $\mathcal{D}$ dibangun oleh random variabel $\tilde{x}$, untuk nilai harapan bersyarat $E(\tilde{y}/\mathcal{D})$ dapat ditulis dengan $E(\tilde{y}/\tilde{x})$.

Demikian juga regresi isotonik dari $\tilde{y}$ pada $\tilde{x}$ adalah nilai harapan bersyarat $\tilde{y}$ yang diberikan pada σ-lattice. Nilai harapan bersyarat yang diberikan pada σ-lattice di dalam L_2 atau kelas dari kuadrat fungsi-fungsi yang dapat diintegralkan pada suatu ruang ukur $(\Omega, \mathcal{G}, \lambda)$ adalah sebagai proyeksi. Sedangkan yang didefinisikan di dalam L_1 atau kelas dari fungsi-fungsi yang dapat diintegralkan, nilai harapan bersyarat $E(y/\mathcal{U})$ akan diperoleh untuk $y \in L_1(\Omega, \mathcal{G}, \lambda)$ sebagai turunan Lebesgue-Radon-Nikodym dari φ terhadap λ yang diberikan $\mathcal{U}$, dimana

$$\varphi(F) = \int_F y \, d\lambda \text{ untuk } F \in \mathcal{F}.$$

Kelas $\mathcal{F}$ adalah suatu semi-aljabar Boolean, $(\Omega, \mathcal{G}, \lambda)$ adalah ruang ukur, $\mathcal{U}$ adalah bagian- σ-lattice dari $\mathcal{G}$. Sedangkan λ dan φ merupakan ukuran.

Untuk lebih jelasnya akan dibahas pada bab-bab berikut ini.

1.2. Permasalahan

Bagaimana bentuk, sifat dan penjabaran theoreme-theorema nilai harapan bersyarat yang diberikan pada σ-lattice ?

1.3. Pembahasan

Dalam tulisan berikut akan dibahas lebih dahulu konsep-konsep dasar yang menunjang pembahasan inti permasalahan. Konsep-konsep dasar yang dibahas adalah fungsi, ruang metrik, lattice, fungsi dapat ukur, ruang inner product, himpunan konvek serta nilai harapan bersyarat.

Selanjutnya pada bab inti yaitu bab III akan dibahas nilai harapan bersyarat yang diberikan pada σ-lattice di dalam ruang hilbert dan L_2 sebagai proyeksi. Serta arti dari σ-lattice dan sifat-sifat operator pada ruang hilbert. Sedangkan pada ruang L_1, nilai harapan bersyarat yang diberikan σ-lattice merupakan turunan dari Lebesgue-Radon-Nikodym. Dibahas juga him-

(λ)".

Pembahasan setiap masalah akan dilakukan melalui definisi, theorema dan akibat dengan disertai pembuktiannya.