BAB II

ANNUITA

Dalam pembahasan ini sengaja tidak dibicarakan secara panjang atau mendalam,namun hanya diambil rumus-rumus yang dapat diterapkan langsung pada Perusahaan Asuransi dan dapat dikomputerisasikan.

2.1 Tabel Mortalita

Suatu Perusahaan Asuransi menanggulangi kerugian finansiil yang disebabkan oleh kematian.Adalah tidak mungkin meramalkan kematian seseorang dalam jangka waktu tertentu,tetapi dari suatu kelompok orang-orang yang besar jumlahnya dapat diamati jumlah yang akan meninggal.Atas dasar ini maka dapat disusun suatu tabel mortalita untuk memperhitungkan kemungkinan mati-hidup seseorang dalam jangka waktu tertentu.

2.1.1 Notasi dalam tabel mortalita

l_x menyatakan jumlah orang yang tepat berumur x tahun dari orang yang lahir bersamaan sejumlah l_0

d_x menyatakan jumlah orang berumur x tahun yang mati sebelum mencapai (x+1) tahun, sehingga :

$$d_x = l_x - l_{x+1} \qquad \ldots\ldots (2.1)$$

p_x menyatakan kemungkinan seseorang berumur x tahun akan hidup 1 tahun kemudian, sehingga :

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} \qquad \ldots\ldots (2.2)$$

didapat :

q_x menyatakan kemungkinan seseorang berumur x tahun akan mati 1 tahun kemudian, adalah :

$$q_x = 1 - \frac{l_{x+1}}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = \frac{d_x}{l_x} \qquad \ldots (2.3)$$

e_x menyatakan harapan hidup dari orang-orang yang berumur x tahun

$$e_x = \frac{l_{x+1}+l_{x+2}+l_{x+3}+ \cdots\cdots +l_w}{l_x} \quad \ldots (2.4)$$

Dalam perhitungan e_x di atas hanya diperhitungkan tahun yang penuh dialami, sedang bagian tahun yang pecahan diabaikan. Dengan demikian untuk penyusunan tabel mortalita dilakukan aproksimasi bahwa kematian terjadi merata sepanjang tahun dianggap terjadi pada pertengahan tahun, maka :

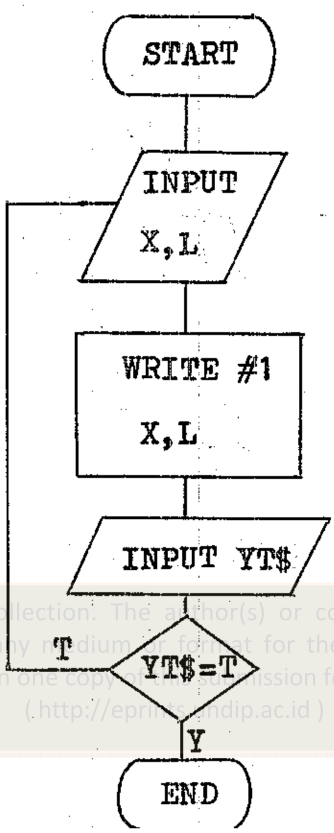
$$\mathring{e}_x = e_x + 1/2$$

2.1.2 Penyusunan Tabel Mortalita

Dalam penyusunan tabel mortalita secara lengkap diperlukan data dari suatu populasi manusia berkelahiran sama sampai semua habis(mati). Dalam hal ini diambil data dari Tabel Mortalita CSO 1941(Commisioner 1941 Standard Ordinary Mortality Table) dengan alasan tabel mortalita ini digunakan oleh banyak perusahaan asuransi di Indonesia.

Karena data ini digunakan juga pada program-program selanjutnya maka akan disimpan pada file tersendiri di dalam disket

FLOWCHART PROGRAM PENYIMPAN DATA



PROGRAM PENYIMPAN DATA

```
10 REM DATA UMUR DAN JUMLAH POPULASI
20 OPEN " DATA.DAT " FOR APPEND AS #1
30 INPUT " Masukkan Umur :  ";X
40 INPUT " Jumlah Populasi:";L
50 WRITE #1,X,L
60 PRINT
70 INPUT " Masih ada data lagi (Y/T) ";YT$
80 IF YT$ = " T " OR YT$ = " t " THEN 100
90 GOTO 30
100CLOSE #1
110END
```

Apabila program di atas dijalankan,maka akan menghasilkan output sebagai berikut :

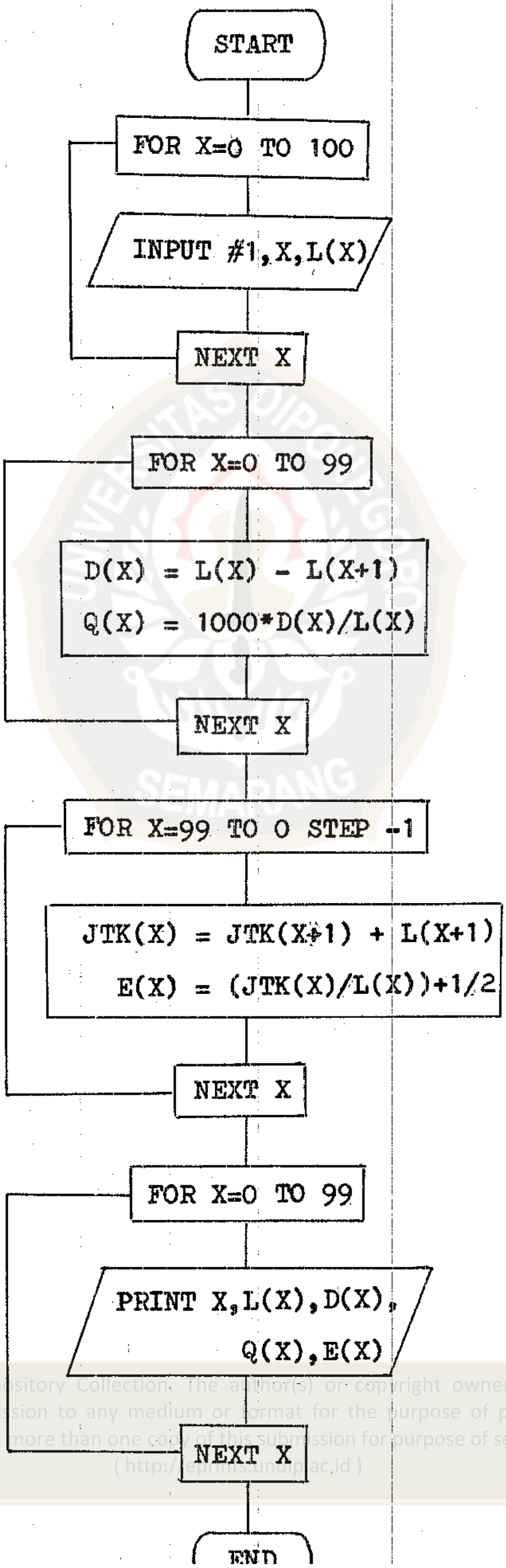
```
RUN
Masukkan Umur  : 0
Jumlah Populasi: 1023102
Masih ada data lagi (Y/T)? Y
Masukkan Umur  : 1
Jumlah Populasi: 1000000
Masih ada data lagi (Y/T)? Y
Masukkan Umur  : 2
Jumlah Populasi: 994230
Masih ada data lagi (Y/T)? T
OK
```

Data mengenai jumlah populasi dari umur-umur 0,1,2,...,100 akan tersimpan di dalam file DATA.DAT.

Untuk penyusunan tabel mortalita data dalam file DATA.DAT akan diproses dengan output sebagai berikut :

x	l_x	d_x	$1000q_x$	e_x
0	-	-	-	-

FLOWCHART PROGRAM TABEL MORTALITA



PROGRAM

```
5. CLS:KEY OFF
7  REM PENYUSUNAN TABEL MORTALITA
10 OPEN "DATA.DAT" FOR INPUT AS #1
20 DIM L(105),D(105),Q(105),P(105),E(105)
30 FOR X=0 TO 100
40 INPUT #1,X,L(X)
50 NEXT X
60 FOR X=0 TO 99
70 D(X) = L(X) - L(X+1)
80 Q(X) = 1000 * D(X)/L(X)
90 NEXT X
100FOR X=99 TO 0 STEP -1
110JTK(X)=JTK(X+1)+L(X+1)
120E(X)=(JTK(X)/L(X))+1/2
130NEXT X
140GOSUB 250
150PRINT TAB(0);"!";TAB(3);"x";TAB(6);"!";TAB(11);"lx";
   TAB(18);"!";TAB(22);"dx";TAB(29);"!";TAB(33);"1000qx";
   TAB(43);"!";TAB(49);"ex";TAB(56);"!"
160GOSUB 250
170FOR X=0 TO 99
180PRINT TAB(0);"!";TAB(2);X;TAB(6);"!";TAB(8);L(X);TAB(18)
   ;"!";TAB(20);D(X);TAB(29);"!";TAB(31);Q(X);TAB(43);"!";
   TAB(46);E(X);TAB(56);"!"
190NEXT X
200GOSUB 250
210CLOSE #1
220END
250PRINT " --------------------------------------------"
275RETURN
```

TABEL MORTALITA

CSO-41

x	lx	dx	1000qx	ex	x	lx	dx	1000qx	ex
0	1023102	23102	22.58035	62.3272	50	810900	9990	12.31965	21.37476
1	1000000	5770	5.77	62.75553	51	800910	10628	13.26991	20.63513
2	994230	4116	4.139887	62.11683	52	790282	11301	14.29996	19.90592
3	990114	3347	3.380419	61.37298	53	778981	12020	15.43042	19.18745
4	986767	2950	2.989561	60.57945	54	766961	12770	16.65013	18.48032
5	983817	2715	2.75966	59.7596	55	754191	13560	17.97953	17.78477
6	981102	2561	2.61033	58.92359	56	740631	14390	19.42938	17.10123
7	978541	2417	2.470004	58.07649	57	726241	15251	20.99992	16.43017
8	976124	2255	2.310157	57.21906	58	710990	16147	22.71059	15.77188
9	973869	2065	2.120408	56.35039	59	694843	17072	24.56958	15.12677
10	971804	1914	1.969533	55.46907	60	677771	18022	26.5901	14.4952
11	969890	1852	1.909495	54.57755	61	659749	18988	28.78064	13.8775
12	968038	1859	1.920379	53.68101	62	640761	19979	31.18011	13.27392
13	966179	1913	1.979964	52.78333	63	620782	20958	33.76064	12.68503
14	964266	1996	2.069968	51.88706	64	599824	21942	36.58073	12.11078
15	962270	2069	2.150124	50.99365	65	577882	22907	39.63958	11.55163
16	960201	2103	2.190167	50.10245	66	554975	23842	42.9605	11.0078
17	958098	2156	2.250292	49.21133	67	531133	24730	46.56085	10.47948
18	955942	2199	2.300349	48.32119	68	506403	25553	50.45981	9.966826
19	953743	2260	2.369611	47.43145	69	480850	26302	54.69897	9.469905
20	951483	2312	2.429891	46.54292	70	454548	26955	59.30067	8.98894
21	949171	2382	2.509558	45.65507	71	427593	27481	64.26906	8.524074
22	946789	2452	2.589806	44.76868	72	400112	27872	69.6605	8.075193
23	944337	2531	2.680187	43.88362	73	372240	28104	75.49968	7.642398
24	941806	2609	2.77021	43.00022	74	344136	28154	81.81068	7.225684
25	939197	2705	2.88012	42.11828	75	315982	28009	88.64113	6.824943
26	936492	2800	2.989881	41.23849	76	287973	27651	96.01942	6.440123
27	933692	2904	3.110233	40.36066	77	260322	27071	103.9904	6.071074
28	930788	3025	3.249935	39.48502	78	233251	26262	112.5912	5.71765
29	927763	3154	3.399575	38.61213	79	206989	25224	121.8616	5.379646
30	924609	3292	3.560424	37.74214	80	181765	23966	131.8516	5.056807
31	921317	3437	3.730529	36.87521	81	157799	22502	142.5991	4.74888
32	917880	3598	3.919902	36.01141	82	135297	20857	154.1572	4.455535
33	914282	3767	4.120173	35.15117	83	114440	19062	166.5676	4.176442
34	910515	3961	4.350285	34.29453	84	95378	17157	179.8843	3.911206
35	906554	4161	4.589909	33.44219	85	78221	15185	194.1295	3.65942
36	902393	4386	4.86041	32.59408	86	63036	13198	209.3724	3.420506
37	898007	4625	5.150294	31.75083	87	49838	11245	225.6311	3.193908
38	893382	4878	5.46015	30.91262	88	38593	9378	242.9974	2.978843
39	888504	5162	5.809766	30.07959	89	29215	7638	261.4411	2.774551
40	883342	5459	6.17994	29.25244	90	21577	6063	280.9937	2.579715
41	877883	5785	6.589717	28.43124	91	15514	4681	301.7275	2.392484
42	872098	6131	7.030174	27.61652	92	10833	3506	323.6407	2.210237
43	865967	6503	7.509524	26.8085	93	7327	2540	346.663	2.028593
44	859464	6910	8.039895	26.00756	94	4787	1776	371.0048	1.83967
45	852554	7340	8.609426	25.2143	95	3011	1193	396.2139	1.629857
46	845214	7801	9.229615	24.42892	96	1818	813	447.1947	1.371287
47	837413	8299	9.910283	23.65183	97	1005	551	548.2588	1.076119
48	829114	8822	10.64027	22.88357	98	454	329	724.6696	.7753305
49	820292	9392	11.44958	22.1243	99	125	125	1000	.5

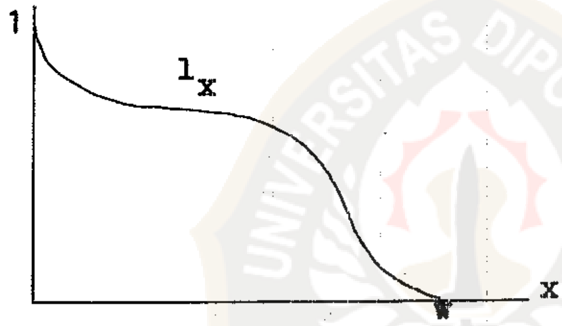
2.1.3 Tingkat kematian

Pandang l_x (jumlah orang hidup yang mencapai umur x) sebagai fungsi yang kontinu.

Tingkat kematian pada saat yang amat pendek Δx pada umur x, dinyatakan dengan μ_x(force of mortality), sehingga :

$$\mu_x = \lim_{x \to 0} \frac{l_x - l_{x+\Delta x}}{\Delta x . l_x} \qquad . . . . (2.5)$$

Grafik dari fungsi l_x



Tampak pada gambar di atas bahwa peluang mencapai umur x akan lebih besar daripada peluang mencapai x+t, untuk $t > 0$, sehingga l_x merupakan fungsi kontinu yang turun monoton.

Dengan l_x turun monoton maka :

$$\lim_{x \to 0} \frac{l_x - l_{x+\Delta x}}{\Delta x} = - l'_x$$

Sehingga :

$$\mu_x = -l'_x / l_x$$

$$= - \frac{d}{dx} (\ln l_x)$$

atau

$$-\int_0^x \mu_t \, dt = \int_0^x d \ln l_t$$

$$\ln l_x = -\int_0^x \mu_t \, dt + c_1$$

$$l_x = c.e^{-\int_0^x \mu_t \, dt} \qquad . . . . (2.6)$$

Untuk x = 0 didapat $c = l_0$, maka :

$$l_x = l_0 \cdot e^{-\int_0^x \mu_t \, dt}$$

Juga didapatkan :

$$q_x = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = \frac{l_0 \left\{ e^{-\int_0^x \mu_t \, dt} - e^{-\int_0^{x+1} \mu_t dt} \right\}}{l_0 \cdot e^{-\int_0^x \mu_t \, dt}} \quad . \; . \; (2.7)$$

$$= 1 - e^{-\int_x^{x+1} \mu_t \, dt}$$

dan

$$p_x = e^{-\int_x^{x+1} \mu_t \, dt} \quad . \; . \; . \; . \; (2.8)$$

Hukum-hukum Tingkat kematian yang penting :

1.Hukum dari Benyamin Gompertz (1825),yaitu :

$$\mu_x = B \, . \, C^x \quad . \; . \; . \; . \; (2.9)$$

di mana B, C konstanta positip

Sehingga dapat diturunkan :

$$l_x = l_0 \cdot e^{-\int_0^x \mu_t \, dt}$$

dengan :

$$\int_0^x \mu_t \, dt = \int_0^x B \, . \, C^t \, dt$$

$$= \frac{BC^x}{\ln C} - \frac{B}{\ln C}$$

$$= B(C^x - 1)/\ln C$$

misal ln g = $-B/\ln C$, maka :

$$l_x = l_0 \cdot e^{(C^x - 1) . \ln g} = l_0 \cdot e^{\ln g^{C^x - 1}}$$

$$= K . g^{C^x} \quad ,\text{untuk } K = l_0/g$$

Hukum Gompertz menunjukkan bahwa kematian semakin naik bersama umur x atau μ_x naik mengikuti deret ukur. Dibandingkan dengan kehidupan yang sebenarnya hukum Gompertz hanya baik untuk menggambarkan kehidupan antara umur 15-60 tahun.

2. Hukum dari Makeham (1960), yaitu :

$$\mu_x = A + B.C^x \qquad \ldots\ldots (2.10)$$

Sehingga dapat diturunkan :

$$l_x = l_0.e^{-\int_0^x (A+BC^t)\,dt}$$

dengan :

$$\int_0^x (A+BC^t)\,dt = Ax + \frac{B(C^x-1)}{\ln C}$$

misal $\ln s = -A$ dan $\ln g = -B/\ln C$, maka

$Ax = -x \ln s = -\ln s^x$ dan

$$\frac{B(C^x-1)}{\ln C} = -(C^x-1)\ln g = -\ln g^{C^x-1}$$

Sehingga :

$$l_x = l_0.e^{\ln s^x + \ln g^{C^x-1}}$$

$$= l_0.s^x.g^{C^x-1}$$

$$= K.s^x.g^{C^x} \qquad ,\text{untuk } K = l_0/g$$

Hukum Makeham hanya baik pada umur antara 20-70 tahun, dengan nilai tetapan pada rumus :

$$0{,}001 < A < 0{,}003$$

$$10^{-6} < B < 10^{-3}$$

$$1{,}06 < C < 1{,}12$$

Karena baik μ_x dan l_x sukar ditentukan bentuknya dalam praktek maka diperlukan beberapa rumus pendekatan untuk mendapatkan nilai numeriknya. Kendati hukum Gompertz dan Makeham cukup baik untuk selang waktu tertentu, tetapi tak cukup baik mewakili secara keseluruhan.

Pendekatan 1

Dimisalkan bahwa l_x suatu polinom berderajad 4, yaitu :

$$l_x = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4$$

a, b, c, d, e konstan

maka $\frac{d}{dx} l_x = b + 2cx + 3dx^2 + 4e^3$

untuk x=0 $\frac{d}{dx} l_0 = b$

$$x=-1 \Rightarrow l_{-1} = a - b + c - d + e$$

$$x=1 \Rightarrow l_1 = a + b + c + d + e$$

$$l_{-1} - l_1 = -2b - 2d \qquad (*)$$

$$x=-2 \Rightarrow l_{-2} = a - 2b + 4c - 8d + 16e$$

$$x=2 \Rightarrow l_2 = a + 2b + 4c + 8d + 16e$$

$$l_{-2} - l_2 = -4b - 16d \qquad (**)$$

Dari (*) dan (**) didapat :

$$8(l_{-1} - l_1) - (l_{-2} - l_2) = -12b$$

$$b = -\frac{8(l_{-1}-l_1)-(l_{-2}-l_2)}{12}$$

Sehingga : $\mu_0 = \frac{-1}{l_0}\frac{dl_0}{dx} = -\frac{1}{l_0}.b$

$$= \frac{8(l_{-1}-l_1)-(l_{-2}-l_2)}{12l_0}$$

Demikian juga :

$$\mu_x = \frac{8(l_{x-1}-l_{x+1}) - (l_{x-2}-l_{x+2})}{12\, l_x} \ldots (2.11)$$

Contoh :

Dari tabel mortalita CSO-1941 dengan aproksimasi diatas didapat :

$$\mu_{40} \sim \frac{8(l_{39} - l_{41}) - (l_{38} - l_{42})}{12\, l_{40}}$$

$$= \frac{8(888504-877883)-(893382-872098)}{12(883342)}$$

$$= 0{,}006008$$

Pendekatan 2

Digunakan hubungan antara operator differensial D dengan operator beda hingga :

$$D = \ln(1+\Delta) = \Delta - \frac{\Delta^2}{2} + \frac{\Delta^3}{3} - \frac{\Delta^4}{4} + \ldots .$$

Jadi

$$\mu_x = \frac{d\, l_x}{dx} = -\frac{1}{l_x}\left(\Delta l_x - \frac{1}{2}\Delta^2 l_x + \frac{1}{3}\Delta^3 l_x - \frac{1}{4}\Delta^4 l_x + \ldots\right)$$

Contoh :

Akan dihitung μ_{40} , sehingga :

$$\mu_{40} = -\frac{1}{l_{40}}\left(\Delta l_{40} - \frac{1}{2}\Delta^2 l_{40} + \frac{1}{3}\Delta^3 l_{40}\right)$$

Di sini hanya digunakan sampai beda ketiga

	l_x	Δ	Δ^2	Δ^3
l_{40} =	883342			
		-5459		
l_{41} =	877883		-326	
		-5785		-20
l_{42} =	872098		-346	
		-6131		
l_{43} =	865967			

Jadi $\mu_{40} = -\frac{1}{883342}\left(-5459 - \frac{1}{2}(-326) + \frac{1}{3}(-20)\right)$
$= 0{,}006003$

2.2 Annuita Tahunan

Sebelum membicarakan annuita terlebih dahulu akan dibahas fungsi penggantian yang berguna untuk mempersingkat perhitungan di dalam annuita.

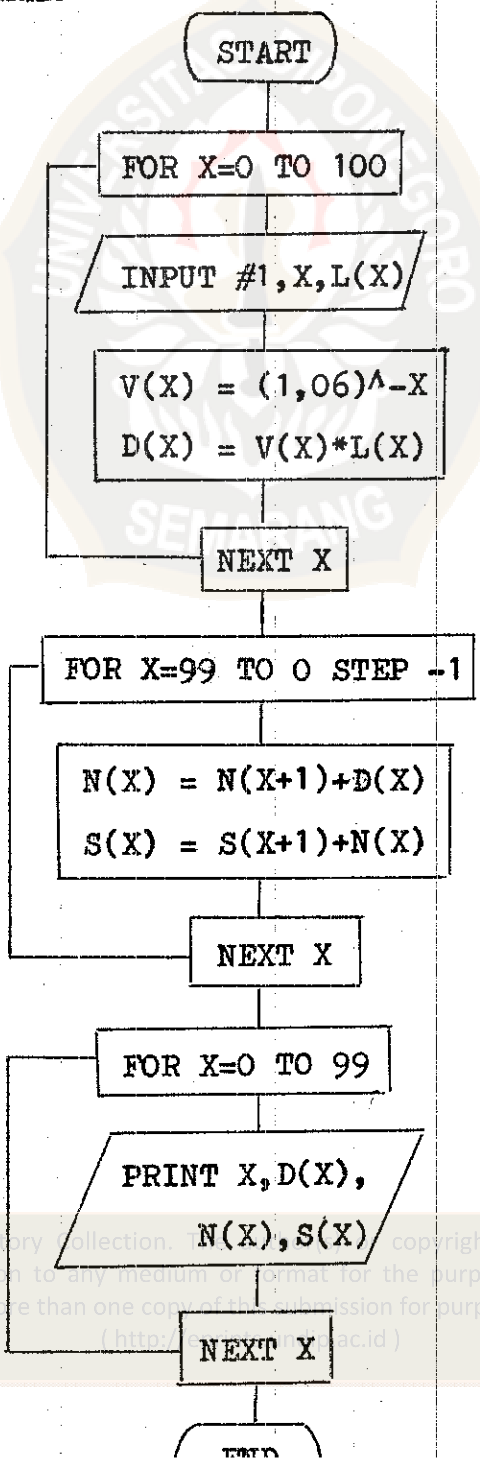
Fungsi penggantian pada annuita didefinisikan sebagai :

$$\left.\begin{array}{l} 1.\ D_x = v^x \cdot l_x \\ 2.\ N_x = D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \ldots\ldots + D_w \\ 3.\ S_x = N_x + N_{x+1} + N_{x+2} + \ldots\ldots + N_w \end{array}\right\} (2.12)$$

Berdasarkan tabel mortalita CSO-1941 dengan tingkat bunga 6% maka nilai dari ketiga fungsi penggantian di atas dapat dihitung dan biasa disebut tabel fungsi penggantian. Akan disusun tabel fungsi penggantian dengan output :

x	D_x	N_x	S_x
-	-	-	-
-	-	-	-

FLOWCHART PROGRAM



PROGRAM

```
5  CLS:KEY OFF
10 OPEN "DATA.DAT" FOR INPUT AS #1
25 DIM L(105),V(105),D(105),N(105),S(105)
30 FOR X=0 TO 100
40 INPUT #1,X,L(X)
50 V(X)=(1,06)^-X
60 D(X)=V(X)*L(X)
70 NEXT X
80 GOSUB 250
90 PRINT TAB(0);"!";TAB(4);"x";TAB(6);"!";TAB(10);"Dx";
   TAB(20);"!";TAB(26);"Nx";TAB(37);"!";TAB(44);"Sx";TAB
   (56);"!"
100GOSUB 250
110FOR X=99 TO 0 STEP -1
120N(X)=N(X+1)+D(X)
130S(X)=S(X+1)+N(X)
140NEXT X
150FOR X=0 TO 99
160PRINT TAB(0);"!";TAB(2);X;TAB(6);"!";TAB(8);D(X);TAB
   (20);"!";TAB(23);N(X);TAB(37);"!";TAB(40);S(X);TAB(56)
   ;"!"
160NEXT X
170CLOSE #1
180GOSUB 250
200END
250PRINT "_______________________________________________"
255RETURN
```

Hasil dari program di atas apabila dijalankan adalah sebagai berikut :

FUNGSI PENGGANTIAN

CSO-41

x	Dx	Nx	Sx	x	Dx	Nx	Sx
0	1023102	1.662404E+07	2.621779E+08	50	44022.56	517495.6	5027987
1	943396.2	1.560094E+07	2.455538E+08	51	41019.07	473473	4510492
2	884861.2	1.465754E+07	2.299529E+08	52	38183.73	432454	4037019
3	831319	1.377268E+07	2.152954E+08	53	35507.27	394270.2	3604565
4	781612	1.294136E+07	2.015227E+08	54	32980.54	358763	3210294
5	735165.5	1.215975E+07	1.885813E+08	55	30595.68	325782.4	2851531
6	691638.5	1.142458E+07	1.764216E+08	56	28344.89	295186.7	2525749
7	650785.9	1.073294E+07	1.64997E+08	57	26220.91	266841.9	2230562
8	612432.5	1.008216E+07	1.542641E+08	58	24217.24	240621	1963720
9	576431.8	9469726	1.441819E+08	59	22327.6	216403.7	1723099
10	542650.6	8893294	1.347122E+08	60	20546.25	194076.1	1506696
11	510926.3	8350644	1.258189E+08	61	18867.85	173529.9	1312619
12	481085.6	7839718	1.174682E+08	62	17287.57	154662	1139090
13	452982.7	7358633	1.096285E+08	63	15800.51	137374.5	984427.5
14	426496.1	6905650	1.022699E+08	64	14402.9	121574	847053.1
15	401522	6479154	9.536424E+07	65	13090.6	107171.1	725479.1
16	377979.9	6077632	8.888509E+07	66	11860.09	94080.46	618308.1
17	355803.9	5699652	8.280746E+07	67	10708.09	82220.37	524227.7
18	334908.7	5343848	7.710781E+07	68	9631.613	71512.28	442007.3
19	315224.8	5008940	7.176396E+07	69	8627.929	61880.67	370495
20	296677.2	4693715	6.675503E+07	70	7694.331	53252.74	308614.3
21	279204.1	4397038	6.206131E+07	71	6828.351	45558.4	255361.6
22	262739.1	4117834	5.766427E+07	72	6027.83	38730.05	209803.2
23	247225.2	3855095	5.354644E+07	73	5290.499	32702.22	171073.1
24	232606.2	3607869	4.969135E+07	74	4614.215	27411.72	138370.9
25	218831.9	3375263	4.608348E+07	75	3996.908	22797.51	110959.2
26	205850.6	3156431	4.270821E+07	76	3436.432	18800.6	88161.66
27	193618.1	2950581	3.955178E+07	77	2930.631	15364.17	69361.06
28	182090.5	2756963	3.66012E+07	78	2477.239	12433.54	53996.9
29	171225.2	2574872	3.384424E+07	79	2073.89	9956.298	41563.36
30	160984.1	2403647	3.126937E+07	80	1718.078	7882.407	31607.06
31	151331.1	2242663	2.886572E+07	81	1407.12	6164.329	23724.66
32	142232.6	2091332	2.662306E+07	82	1138.175	4757.21	17560.33
33	133655.7	1949099	2.453173E+07	83	908.2241	3619.034	12803.12
34	125570.7	1815444	2.258263E+07	84	714.0976	2710.81	9184.085
35	117947.6	1689873	2.076718E+07	85	552.4931	1996.712	6473.275
36	110760.6	1571925	1.907731E+07	86	420.0358	1444.219	4476.563
37	103983.3	1461165	1.750538E+07	87	313.2942	1024.184	3032.343
38	97592.22	1357181	1.604422E+07	88	228.873	710.8894	2008.159
39	91565.44	1259589	1.468704E+07	89	163.4504	482.0164	1297.27
40	85880.63	1168024	1.342745E+07	90	113.8847	318.566	815.2537
41	80518.77	1082143	1.225943E+07	91	77.24888	204.6813	496.6876
42	75460.55	1001624	1.117728E+07	92	50.88753	127.4324	292.0063
43	70688.73	926163.5	1.017566E+07	93	32.47005	76.54491	164.5739
44	66186.69	855474.8	9249495	94	20.0131	44.07487	88.02896
45	61938.27	789288.1	8394020	95	11.87561	24.06177	43.95409
46	57929.26	727349.8	7604732	96	6.76446	12.18616	19.89232
47	54145.85	669420.6	6877382	97	3.527763	5.421704	7.706154
48	50574.76	615274.7	6207962	98	1.503431	1.89394	2.28445
49	47204.38	564700	5592687	99	.3905096	.3905096	.3905096

2.2.1 Annuita Tertentu

Annuita tertentu adalah suatu deretan pembayaran yang sifatnya periodik dan dibayarkan dalam jangka waktu tertentu, dimana setiap pembayaran dilakukan pada saat jatuh tempo.

Pada annuita tertentu akhir pembayaran dilakukan setiap akhir tahun. Nilai sekarang dari annuita ini dinyatakan dengan a_n, yang merupakan jumlah dari nilai sekarang setiap pembayaran.

Untuk annuita tertentu akhir yang terdiri dari n pembayaran dan setiap pembayaran besarnya 1, didapat :

$$a_n = \frac{1 - v^n}{i} \qquad \ldots . (2.13)$$

di mana

$v = (1+i)^{-1}$ & i = tingkat bunga setahun

Nilai akumulasi dari annuita ini dinyatakan dengan s_n, yang merupakan jumlah nilai akhir setiap pembayaran yang dibungakan secara majemuk, didapat :

$$s_n = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \qquad \ldots . (2.14)$$

Pada annuita tertentu awal pembayaran dilakukan setiap awal tahun. Nilai sekarang dari annuita ini dinyatakan dengan $\ddot{a}_n$. Untuk annuita tertentu awal yang terdiri dari n pembayaran dan setiap pembayaran besarnya 1, didapat :

$$\ddot{a}_n = \frac{1 - v^n}{iv} \qquad \ldots . (2.15)$$

Sedang nilai akumulasi dari annuita ini dinyatakan dengan $\ddot{s}_n$, didapat :

$$\ddot{s}_n = \frac{(1+i)^n - 1}{iv} \qquad \ldots . (2.16)$$

2.2.1.1 Algoritma

1.Memulai perhitungan dengan memasukkan data berupa tingkat bunga setahun(I),banyak pembayaran(N)

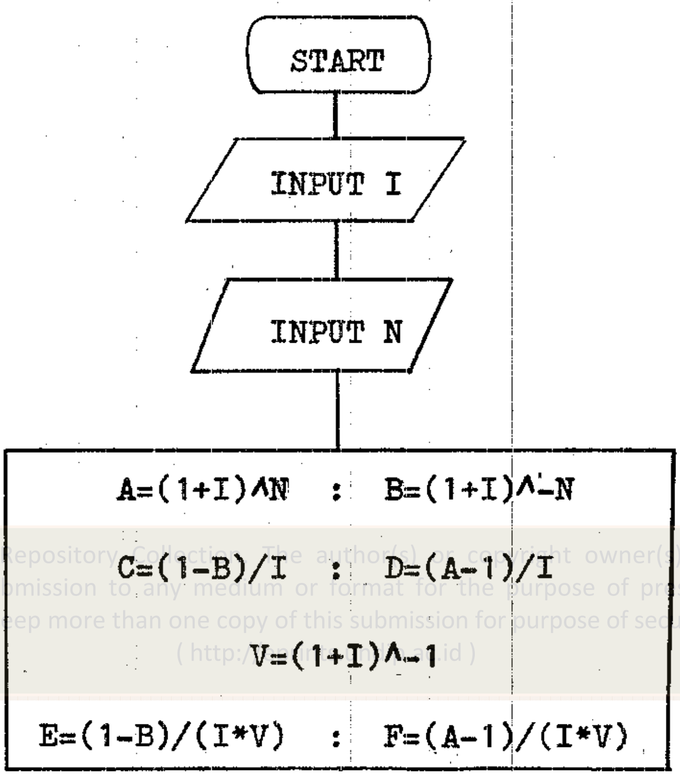
2.Kemudian menghitung tingkat pembungaan majemuk maju(A), tingkat pembungaan majemuk mundur(B),nilai sekarang dari annuita tertentu akhir(C),nilai akumulasi dari annuita tertentu akhir(D),nilai $v = (1+i)^{-1}$ (V),nilai sekarang annuita tertentu awal(E),nilai akumulasi annuita tertentu awal(F)

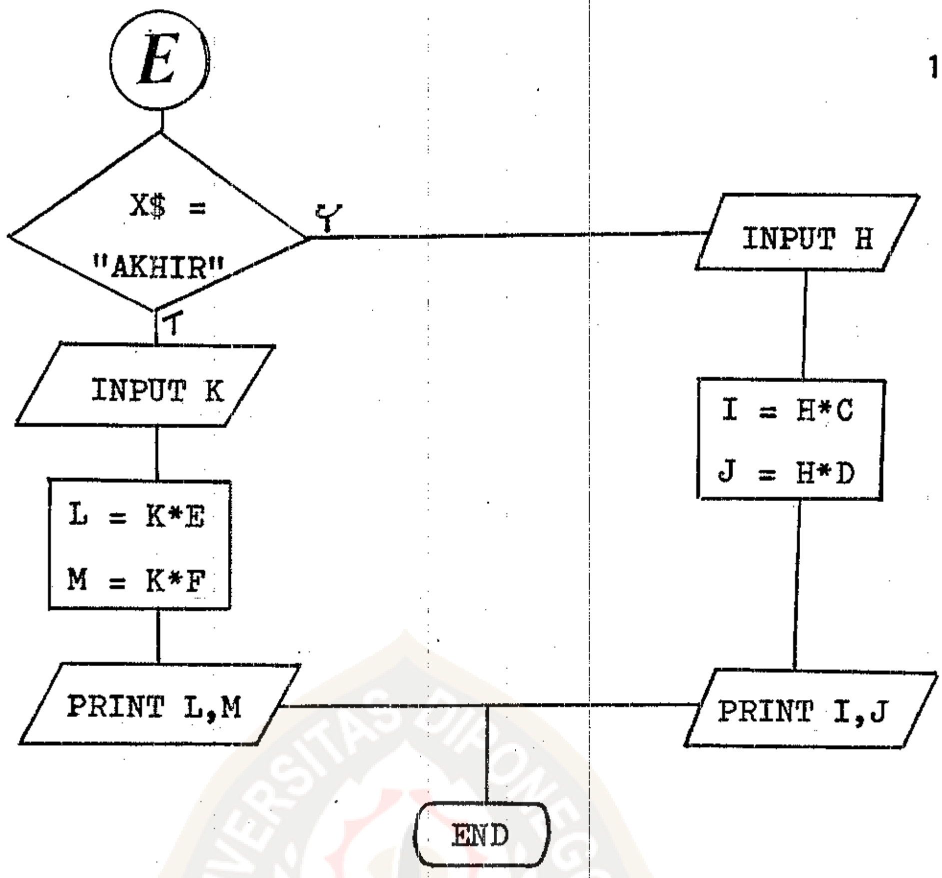
3.Memilih perhitungan untuk annuita tertentu awal atau akhir(inputkan X$)

4.Jika X$ = akhir ,masukkan besar pembayaran setiap akhir tahun(H).Cetak nilai sekarang(I)=H*C dan nilai akumulasi(J)=H*D

Jika X$ = awal ,masukkan besar pembayaran setiap awal tahun(K).Cetak nilai sekarang(L)=K*E dan nilai akumulasi(M)=K*F

2.2.1.2 Flowchart annuita tertentu





2.2.1.3 Program annuita tertentu

```
5   CLS:KEY OFF
10 LOCATE 3,20:PRINT " ANNUITA TERTENTU "
20 LOCATE 4,20:PRINT " __________________"
30 LOCATE 8,5 :INPUT " TINGKAT BUNGA DALAM SETAHUN = ",I
40 LOCATE 9,5 :INPUT " BANYAK PEMBAYARAN           = ",N
50 A = (1+I)^N
60 B = (1+I)^-N
70 C = (1-B)/I
80 D = (A-1)/I
90 V = (1+I)^-1
100E = (1-B)/(I*V)
110F = (A-1)/(I*V)
120LOCATE 10,5:INPUT " ANNUITA TERTENTU AWAL/AKHIR= ",X$
130IF X$="AKHIR" THEN 140 ELSE 200
140LOCATE 11,5:INPUT "BESAR PEMBAYARAN SETIAP AKHIR TAHUN
    = ",H
150I = H*C
160J = H*D
170LOCATE 13,5:PRINT " NILAI SEKARANG            = ";I
```

```
180LOCATE 14,5:PRINT " NILAI AKUMULASI            = ";J
190GOTO 250
200LOCATE 11,5:INPUT "BESAR PEMBAYARAN SETIAP AWAL TAHUN
   = ",K
210L = K*E
220M = K*F
230LOCATE 13,5:PRINT " NILAI SEKARANG             = ";L
240LOCATE 14,5:PRINT " NILAI AKUMULASI            = ";M
250END
```

2.2.1.4 Hasil uji coba

1. Berapa nilai sekarang dan nilai akumulasi dari suatu deretan pembayaran sebesar Rp 25.000,00 setiap akhir tahun selama 20 tahun dengan tingkat bunga 6% setahun

   Hasil keluaran :

```
                 ANNUITA TERTENTU

TINGKAT BUNGA DALAM SETAHUN              = 0.06
BANYAK PEMBAYARAN                        = 20
ANNUITA TERTENTU AWAL/AKHIR              = AKHIR
BESAR PEMBAYARAN SETIAP AKHIR TAHUN      = 25000

NILAI SEKARANG            = 286747.9
NILAI AKUMULASI           = 919638.2
```

2. Berapa nilai sekarang dan nilai akumulasi dari suatu deretan pembayaran sebesar Rp 10.000,00 setiap awal tahun selama 15 tahun dengan tingkat bunga 6% setahun

   Hasil keluaran :

```
                 ANNUITA TERTENTU

TINGKAT BUNGA DALAM SETAHUN              = 0.06
BANYAK PEMBAYARAN                        = 15
ANNUITA TERTENTU AWAL/AKHIR              = AWAL
BESAR PEMBAYARAN SETIAP AWAL TAHUN       = 10000
```

NILAI SEKARANG = 102949.8

NILAI AKUMULASI = 246724.9

Uji coba dengan menggunakan tingkat bunga berlainan,hasil keluaran :

ANNUITA TERTENTU

TINGKAT BUNGA DALAM SETAHUN = 0.08

BANYAK PEMBAYARAN = 18

ANNUITA TERTENTU AWAL/AKHIR = AWAL

BESAR PEMBAYARAN SETIAP AWAL TAHUN = 125000

NILAI SEKARANG = 1265205

NILAI AKUMULASI = 5055787

ANNUITA TERTENTU

TINGKAT BUNGA DALAM SETAHUN = 0.025

BANYAK PEMBAYARAN = 50

ANNUITA TERTENTU AWAL/AKHIR = AKHIR

BESAR PEMBAYARAN SETIAP AKHIR TAHUN = 5000

NILAI SEKARANG = 141811.5

NILAI AKUMULASI = 487421.1

ANNUITA TERTENTU

TINGKAT BUNGA DALAM SETAHUN = 0.05

BANYAK PEMBAYARAN = 34

ANNUITA TERTENTU AWAL/AKHIR = AKHIR

BESAR PEMBAYARAN SETIAP AKHIR TAHUN = 27500

NILAI SEKARANG = 445304.6

NILAI AKUMULASI = 2339333

2.2.2 Annuita Seumur Hidup

Annuita seumur hidup adalah deretan pembayaran yang sifatnya periodik di mana setiap pembayaran hanya dilakukan apabila yang bersangkutan masih hidup pada saat pembayaran jatuh tempo.

Pada annuita seumur hidup akhir pembayaran dilakukan setiap akhir tahun.

Jika setiap pembayaran tahunan besarnya 1 dan orang yang bersangkutan berumur x tahun,nilai sekarang annuita seumur hidup akhir dinyatakan dengan a_x ,didapat :

$$a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x} \qquad \ldots . (2.17)$$

Pada annuita seumur hidup awal pembayaran dilakukan setiap awal tahun.

Jika setiap pembayaran tahunan besarnya 1 dan orang yang bersangkutan berumur x tahun,nilai sekarang annuita seumur hidup awal dinyatakan dengan $\ddot{a}_x$,

Perbedaan annuita seumur hidup akhir dan awal hanya terletak pada pembayaran awal saja,sedang pada pembayaran berikutnya berimpit waktunya,sehingga terdapat hubungan :

$$\ddot{a}_x = 1 + a_x$$

Didapat :

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x} \qquad \ldots . (2.18)$$

2.2.2.1 Algoritma

1. Memulai perhitungan dengan memasukkan data berupa tingkat bunga setahun(I),tabel mortalita yang berisi umur (X) dan jumlah populasi (L) dari 0-100 tahun dalam dimensi satu.
2. Kemudian menghitung tingkat pembungaan majemuk mundur (V) untuk semua umur dan menghitung fungsi penggantian

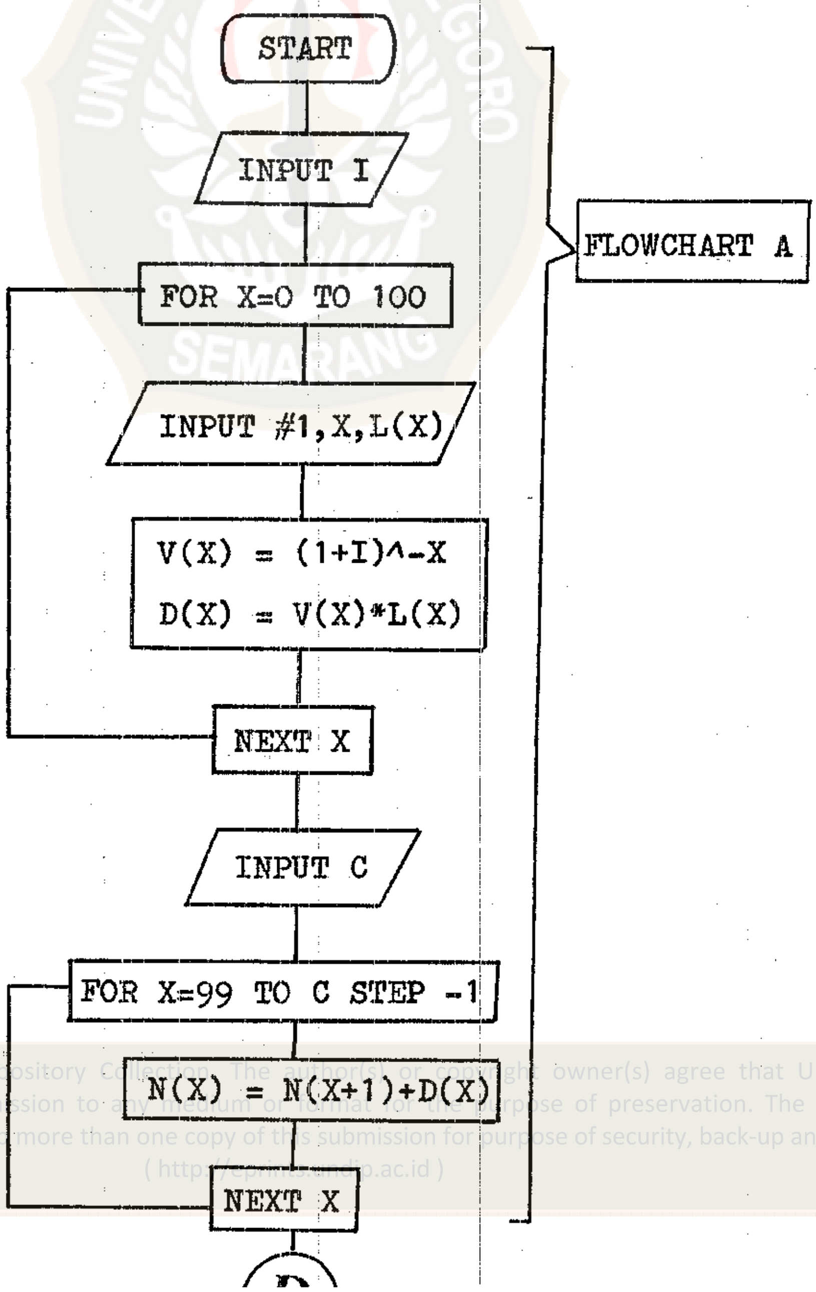
3.Memasukkan data berupa umur saat transaksi(C),dan dihitung fungsi penggantian(N)

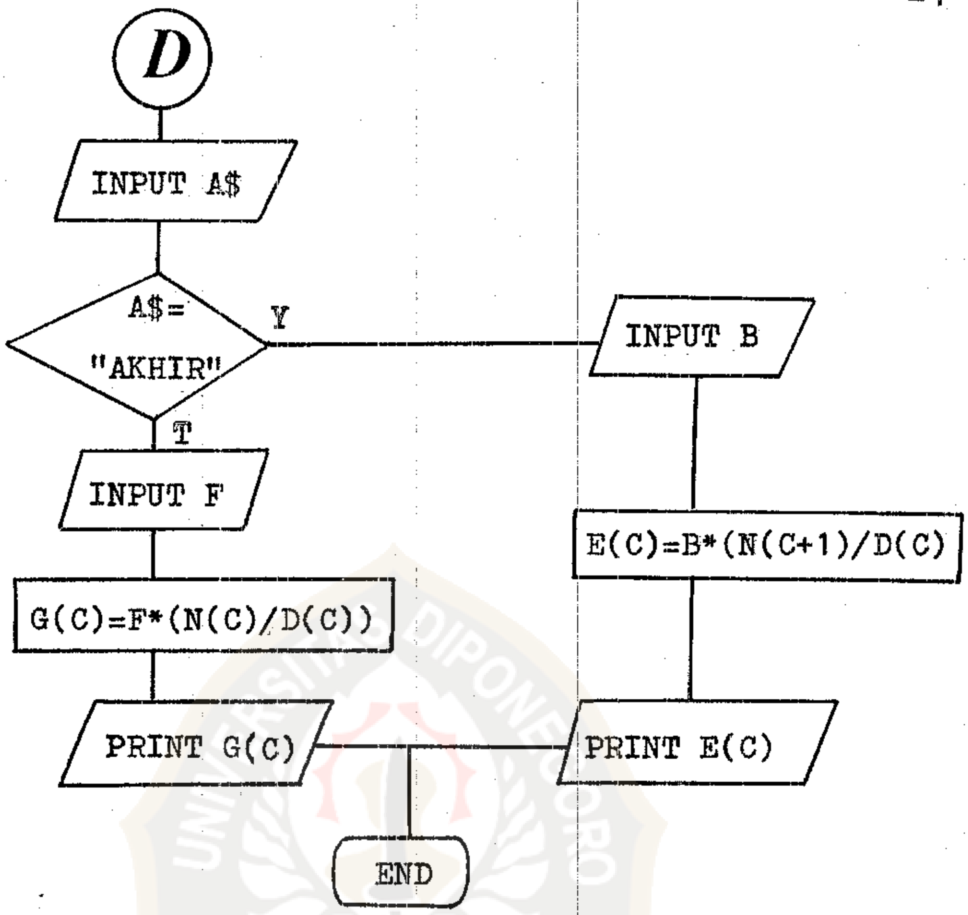
4.Memilih perhitungan untuk annuita seumur hidup awal atau akhir(inputkan A$)

5.Jika A$ = akhir,masukkan besar pembayaran setiap akhir tahun(B).Cetak Premi Tunggal Netto E(C)= B*(N(C+1)/D(C)

Jika A$ = awal,masukkan besar pembayaran setiap awal tahun(F).Cetak Premi Tunggal Netto G(C)=F*(N(C)/D(C)

2.2.2.2 Flowchart annuita seumur hidup





2.2.2.3 Program annuita seumur hidup

```
5   CLS:KEY OFF
7   OPEN "DATA.DAT" FOR INPUT AS#1
9   DIM L(105),V(105),D(105),N(105),E(105),G(105)
10 LOCATE 5,18:PRINT "ANNUITA SEUMUR HIDUP"
20 LOCATE 6,18:PRINT "____________________"
30 LOCATE 8,4:INPUT "TINGKAT BUNGA SETAHUN      = ",I
40 FOR X=0 TO 100
50 V(X) = (1+I)^-X
60 D(X) = V(X)*L(X)
70 NEXT X
80 LOCATE 9,4:INPUT "UMUR SAAT TRANSAKSI        = ",C
90 FOR X=99 TO C STEP -1
100N(X)=N(X+1)+D(X)
110NEXT X
120LOCATE 10,4:INPUT "ANNUITA SEUMUR HIDUP AWAL/AKHIR
   = ",A$
```

```
140LOCATE 11,4:INPUT "BESAR PEMBAYARAN SETIAP AKHIR TAHUN
   = ",B
150E(C)=B*(N(C+1)/D(C)
160LOCATE 13,4:PRINT "PREMI TUNGGAL NETTO   = ";E(C)
170GOTO 210
180LOCATE 11,4:INPUT "BESAR PEMBAYARAN SETIAP AWAL TAHUN
   = ",F
190G(C)=F*(N(C)/D(C)
200LOCATE 13,4:PRINT "PREMI TUNGGAL NETTO   = ";G(C)
210END
```

2.2.2.4 Hasil Uji Coba

1. Berapa Premi tunggal netto dari suatu annuita seumur hidup yang dibayarkan pada setiap akhir tahun sebesar Rp 15.000,00 yang dibeli seseorang berumur 60 tahun.

   Hasil keluaran :

```
                ANNUITA SEUMUR HIDUP

TINGKAT BUNGA DALAM SETAHUN                = 0.06
UMUR SAAT TRANSAKSI                        = 60
ANNUITA SEUMUR HIDUP AWAL/AKHIR            = AKHIR
BESAR PEMBAYARAN SETIAP AKHIR TAHUN        = 15000

PREMI TUNGGAL NETTO    = 126687.3
```

2. Berapa Premi tunggal netto dari suatu annuita seumur hidup yang dibayarkan pada setiap awal tahun sebesar Rp20 .000,00 yang dibeli seseorang berumur 20 tahun.

   Hasil keluaran :

```
                ANNUITA SEUMUR HIDUP

TINGKAT BUNGA DALAM SETAHUN                = 0.06
UMUR SAAT TRANSAKSI                        = 20
ANNUITA SEUMUR HIDUP AWAL/AKHIR            = AWAL
BESAR PEMBAYARAN SETIAP AWAL TAHUN         = 20000
```

PREMI TUNGGAL NETTO = 316419

Dengan menggunakan tabel fungsi penggantian ,persoalan di atas juga dapat diselesaikan didapat :

1.Premi Tunggal Netto $= 15.000.\ a_{60}$

$= 15.000.\ N_{61}/D_{60}$

$= 15.000.173529,9/20546,25$

$= 126687,2787$

2.Premi Tunggal Netto $= 20.000.\ \ddot{a}_{20}$

$= 20.000.\ N_{20}/D_{20}$

$= 20.000.4693715/29677,2$

$= 316418,99$

Uji coba dengan menggunakan tingkat bunga berlainan,hasil keluaran:

ANNUITA SEUMUR HIDUP

TINGKAT BUNGA DALAM SETAHUN = 0.025

UMUR SAAT TRANSAKSI = 10

ANNUITA SEUMUR HIDUP AWAL/AKHIR = AWAL

BESAR PEMBAYARAN SETIAP AWAL TAHUN = 12500

PREMI TUNGGAL NETTO = 370405.4

ANNUITA SEUMUR HIDUP

TINGKAT BUNGA DALAM SETAHUN = 0.025

UMUR SAAT TRANSAKSI = 40

ANNUITA SEUMUR HIDUP AWAL/AKHIR = AKHIR

BESAR PEMBAYARAN SETIAP AKHIR TAHUN = 25000

PREMI TUNGGAL NETTO = 484795.5

2.2.3 Annuita Hidup Berjangka

Annuita hidup berjangka adalah deretan pembayaran yang sifatnya periodik, dimana pembayaran dilakukan tak lebih dari n kali meskipun yang bersangkutan masih hidup.

Pada annuita hidup akhir berjangka pembayaran dilakukan setiap akhir tahun.

Jika setiap pembayaran tahunan besarnya 1 dan orang yang bersangkutan berumur x tahun, nilai sekarang dari annuita ini dinyatakan dengan $\bar{a}_{x:\overline{n}|}$, didapat :

$$\bar{a}_{x:\overline{n}|} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} \quad \ldots . (2.19)$$

Pada annuita hidup awal berjangka maka pembayaran dilakukan pada setiap awal tahun.

Jika setiap pembayaran tahunan besarnya 1 dan orang yang bersangkutan berumur x tahun, nilai sekarang dari annuita ini dinyatakan dengan $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$

Perbedaan antara annuita awal berjangka n tahun dan annuita hidup akhir berjangka (n-1) tahun hanya terletak pada pembayaran pertama saja sedang pada pembayaran berikutnya berimpit waktunya, terdapat hubungan :

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 1 + \bar{a}_{x:\overline{n-1}|}$$

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \quad \ldots . (2.20)$$

2.2.3.1 Algoritma

1. Memulai perhitungan dengan memasukkan data berupa tingkat bunga setahun(I), tabel mortalita yang berisi umur (X) dan jumlah populasi(L) dari 0-100 tahun dalam dimensi satu
2. Kemudian menghitung tingkat pembungaan majemuk mundur (V) untuk semua umur dan menghitung fungsi penggantian

3.Memasukkan data berupa umur saat transaksi(C), dan dihitung fungsi penggantian(N).

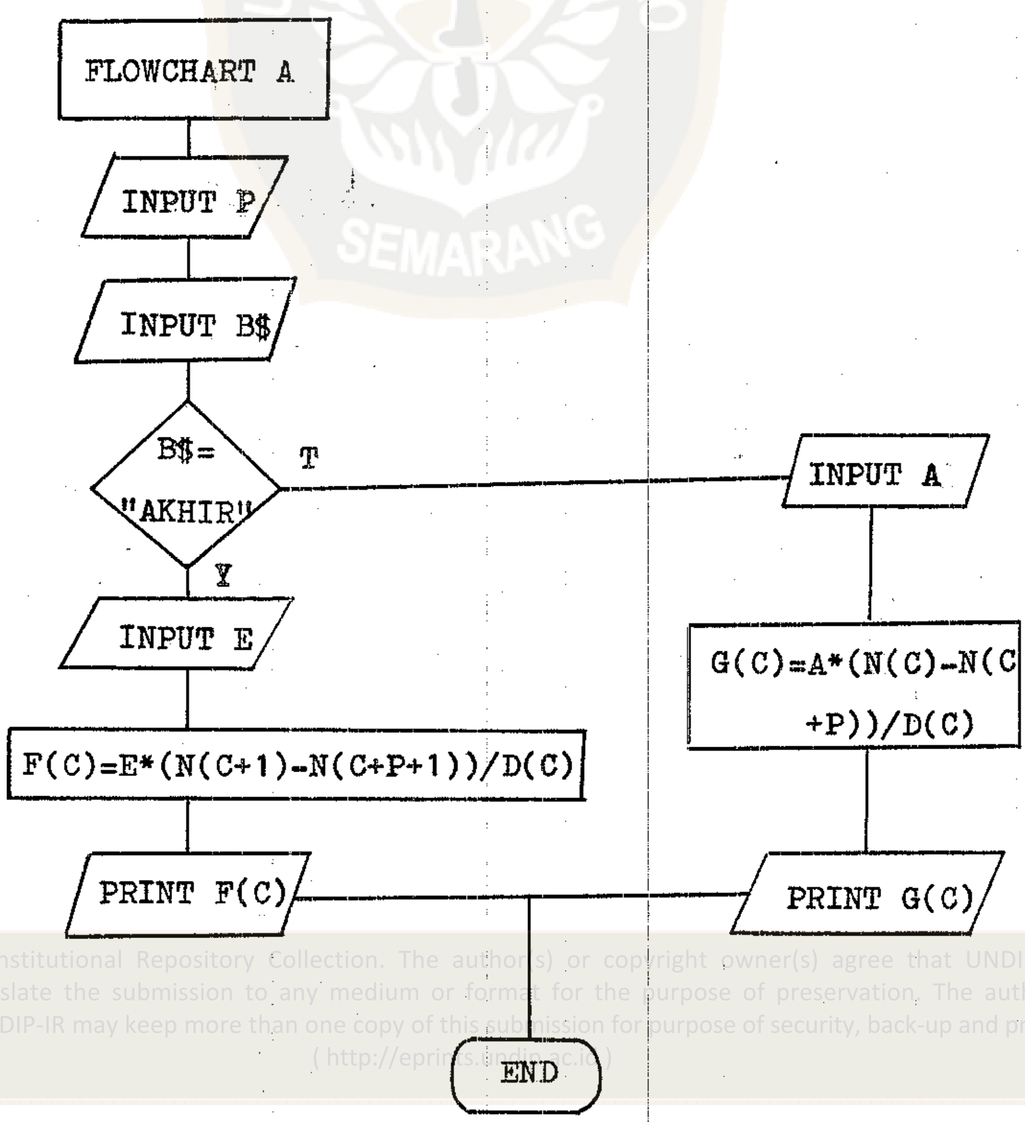
4.Memasukkan data berupa jangka waktu pembayaran(P)

5.Memilih perhitungan untuk annuita hidup awal atau akhir berjangka(inputkan B$)

6.Jika B$ = akhir, masukkan besar pembayaran setiap akhir tahun(E). Cetak Premi Tunggal Netto F(C)=E*(N(C+1) -N(C+P+1))/D(C)

Jika B$ = awal, masukkan besar pembayaran setiap awal tahun(A). Cetak Premi Tunggal Netto G(C)=A*(N(C)-N(C+P))/D(C)

2.2.3.2 Flowchart annuita hidup berjangka



2.2.3.3 Program annuita hidup berjangka

```
5  CLS:KEY OFF
7  OPEN "DATA.DAT" FOR INPUT AS #1
10 LOCATE 4,17:PRINT "ANNUITA HIDUP BERJANGKA"
15 LOCATE 5,17:PRINT "_______________________"
20 LOCATE 7,5:INPUT "TINGKAT BUNGA SETAHUN      = ",I
30 FOR X=0 TO 100
40 INPUT #1,X,L(X)
50 V(X)=(1+I)^-X
60 D(X)=V(X)*L(X)
70 NEXT X
80 LOCATE 8,5:INPUT "UMUR SAAT TRANSAKSI        = ",C
90 FOR X=99 TO C STEP -1
100N(X)=N(X+1) + D(X)
110NEXT X
120LOCATE 9,5:INPUT "JANGKA WAKTU PEMBAYARAN       = ",P
130LOCATE 10,5:INPUT "ANNUITA HIDUP AWAL/AKHIR BERJANGKA
   = ",B$
140IF B$="AKHIR" THEN 150 ELSE 190
150LOCATE 11,5:INPUT "BESAR PEMBAYARAN SETIAP AKHIR TAHUN
   = ",E
160F(C)=E*(N(C+1)-N(C+P+1))/D(C)
170LOCATE 13,5:PRINT "PREMI TUNGGAL NETTO    = ";F(C)
180GOTO 220
190LOCATE 11,5:INPUT "BESAR PEMBAYARAN SETIAP AWAL TAHUN
   = ",A
200G(C)=A*(N(C)-N(C+P))/D(C)
210LOCATE 13,5:PRINT "PREMI TUNGGAL NETTO    = ";G(C)
220END
```


2.2.3.4 Hasil Uji Coba

1. Berapa Premi Tunggal Netto dari suatu annuita berjangka

10 tahun yang dibayarkan setiap akhir tahun sebesar Rp 100000,00 untuk seseorang yang berumur 55 tahun.

Hasil Keluaran :

ANNUITA HIDUP BERJANGKA

TINGKAT BUNGA SETAHUN	= 0.06
UMUR SAAT TRANSAKSI	= 55
JANGKA WAKTU PEMBAYARAN	= 10
ANNUITA HIDUP AWAL/AKHIR BERJANGKA	= AKHIR
BESAR PEMBAYARAN SETIAP AKHIR TAHUN	= 100000

PREMI TUNGGAL NETTO = 657302.9

2. Untuk kejadian di atas, berapa Premi Tunggal Netto apabila dibayarkan setiap awal bulan.

Hasil Keluaran :

ANNUITA HIDUP BERJANGKA

TINGKAT BUNGA SETAHUN	= 0.06
UMUR SAAT TRANSAKSI	= 55
JANGKA WAKTU PEMBAYARAN	= 10
ANNUITA HIDUP AWAL/AKHIR BERJANGKA	= AWAL
BESAR PEMBAYARAN SETIAP AWAL TAHUN	= 100000

PREMI TUNGGAL NETTO = 714517.2

Persoalan di atas akan diselesaikan dengan tabel fungsi penggantian, didapat :

1. Premi Tunggal Netto $= 100.000 \; a_{55:10}$

$$= 100.000.(N_{56}-N_{66})/D_{55}$$

$$= 100.000.(295186.7-94080.46)/30595.68$$

$$= 657302.9$$

2. Premi Tunggal Netto $= 100.000 \; \ddot{a}_{55:10}$

$$= 100.000.(N_{55}-N_{65})/D_{55}$$

$$= 100.000.(325782.4-107171.1)/30595.68$$

$$= 714517.2$$

Uji coba dengan menggunakan tingkat bunga yang berlainan ,hasil keluaran :

ANNUITA HIDUP BERJANGKA

TINGKAT BUNGA DALAM SETAHUN	= 0.025
UMUR SAAT TRANSAKSI	= 25
JANGKA WAKTU PEMBAYARAN	= 15
ANNUITA HIDUP AWAL/AKHIR BERJANGKA	= AWAL
BESAR PEMBAYARAN SETIAP AWAL TAHUN	= 75000

PREMI TUNGGAL NETTO = 930337.6

ANNUITA HIDUP BERJANGKA

TINGKAT BUNGA DALAM SETAHUN	= 0.025
UMUR SAAT TRANSAKSI	= 30
JANGKA WAKTU PEMBAYARAN	= 20
ANNUITA HIDUP AWAL/AKHIR BERJANGKA	= AKHIR
BESAR PEMBAYARAN SETIAP AKHIR TAHUN	= 50000

PREMI TUNGGAL NETTO = 741822.8

ANNUITA HIDUP BERJANGKA

TINGKAT BUNGA DALAM SETAHUN	= 0.05
UMUR SAAT TRANSAKSI	= 22
JANGKA WAKTU PEMBAYARAN	= 18
ANNUITA HIDUP AWAL/AKHIR BERJANGKA	= AWAL
BESAR PEMBAYARAN SETIAP AWAL TAHUN	= 40000

PREMI TUNGGAL NETTO = 479846.9

ANNUITA HIDUP BERJANGKA

TINGKAT BUNGA DALAM SETAHUN	= 0.05
UMUR SAAT TRANSAKSI	= 15
JANGKA WAKTU PEMBAYARAN	= 45
ANUITA HIDUP AWAL/AKHIR BERJANGKA	= AKHIR
BESAR PEMBAYARAN SETIAP AKHIR TAHUN	= 25000

2.2.4 Annuita seumur hidup yang ditangguhkan

Annuita seumur hidup akhir yang ditangguhkan n tahun adalah deretan pembayaran periodik yang dilakukan pada setiap akhir tahun, dimulai (n+1) tahun dari sekarang selama yang bersangkutan masih hidup.

Jika setiap pembayaran tahunan besarnya 1 dan yang bersangkutan berumur x tahun, nilai sekarang dari annuita ini dinyatakan dengan ${}_{n/}a_x$, didapat :

$$ {}_{n/}a_x = \frac{N_{x+n+1}}{D_x} \qquad \ldots . (2.21) $$

Pada annuita seumur hidup awal yang ditangguhkan n tahun maka pembayaran dilakukan pada setiap awal tahun, dimulai n tahun dari sekarang selama yang bersangkutan masih hidup.

Jika setiap pembayaran tahunan besarnya 1 dan yang bersangkutan berumur x tahun, nilai sekarang dari annuita seumur hidup awal yang ditangguhkan n tahun dinyatakan dengan ${}_{n/}\ddot{a}_x$

Jadi annuita seumur hidup awal yang ditangguhkan selama (n+1) tahun sama dengan annuita seumur hidup akhir yang ditangguhkan selama n tahun, sehingga didapat :

$$ {}_{n+1/}\ddot{a}_x = {}_{n/}a_x $$

didapat : $$ {}_{n/}\ddot{a}_x = {}_{n-1/}a_x $$

$$ = \frac{N_{x+n}}{D_x} \qquad \ldots . (2.22) $$

2.2.4.1 Algoritma

1. Memulai perhitungan dengan memasukkan data berupa tingkat bunga setahun(I), tabel mortalita yang berisi umur (X) dan jumlah populasi(L)

2. Kemudian menghitung tingkat pembungaan majemuk mundur (V) untuk semua umur dan menghitung fungsi penggantian (D)

3. Memasukkan data berupa umur saat transaksi(C), dan dihi tung fungsi penggantian(N)

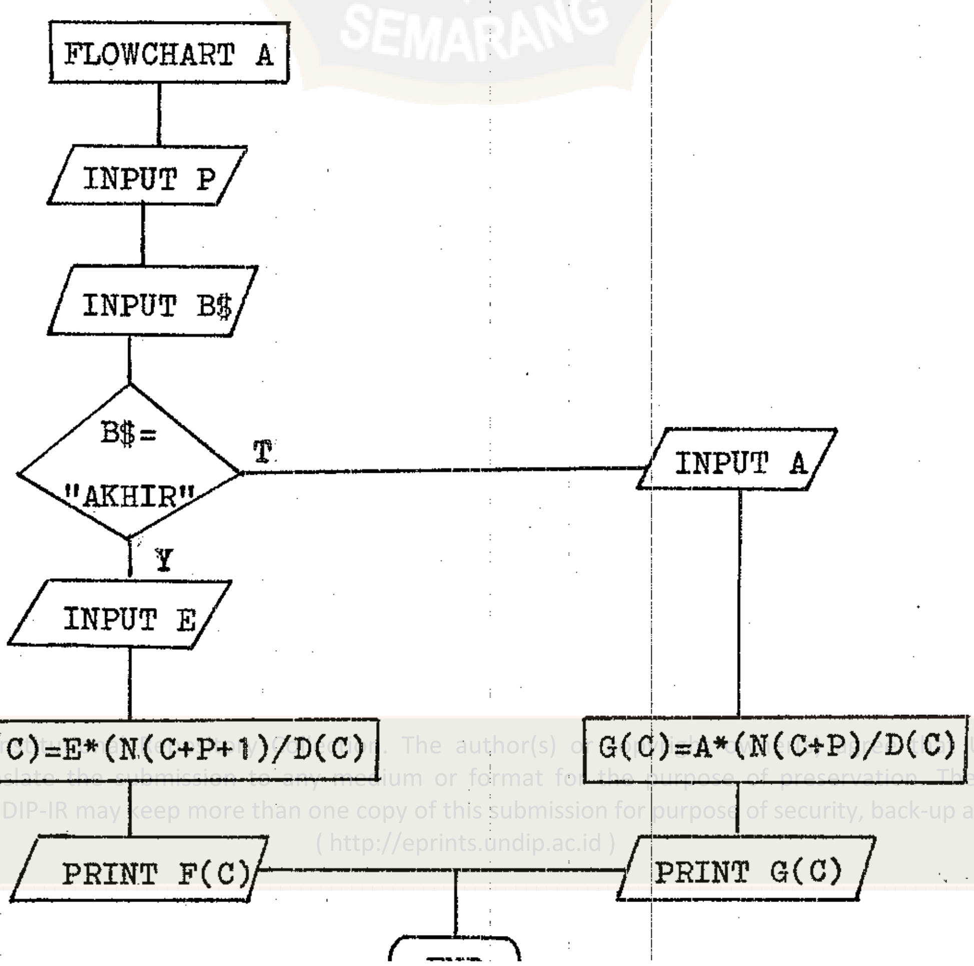
4. Memasukkan data berupa jangka waktu penangguhan(P).

5. Memilih perhitungan untuk annuita hidup awal atau akhir yang ditangguhkan(inputkan B$).

6. Jika B$ = akhir, masukkan besar pembayaran setiap akhir tahun(E). Cetak Premi Tunggal Netto F(C)=E*(N(C+P+1)/D(C)

   Jika B$ = awal, masukkan besar pembayaran setiap awal ta hun(A). Cetak Premi Tunggal Netto G(C)=A*(N(C+P)/D(C)

2.2.4.2 Flowchart annuita seumur hidup yang ditangguhkan



2.2.4.3 Program annuita seumur hidup yang ditangguhkan

```
5  CLS:KEY OFF
7  OPEN "DATA.DAT" FOR INPUT AS #1
8  DIM L(105),V(105),D(105),N(105),F(105),G(105)
10 LOCATE 4,17:PRINT "ANNUITA HIDUP YANG DITANGGUHKAN"
20 LOCATE 5,17:PRINT "_______________________________"
30 LOCATE 7,5:INPUT "TINGKAT BUNGA SETAHUN         = ",I
40 FOR X=0 TO 100
50 V(X)=(1+I)^-X
60 D(X)=V(X)*L(X)
70 NEXT X
80 LOCATE 8,5:INPUT "UMUR SAAT TRANSAKSI           = ",C
90 FOR X=99 TO C STEP -1
100N(X)= N(X+1) + D(X)
110NEXT X
120LOCATE 9,5:INPUT "JANGKA WAKTU PENANGGUHAN      = ",P
130LOCATE 10,5:INPUT "ANNUITA HIDUP AWAL/AKHIR YANG DI
   TANGGUHKAN        = ",B$
140IF B$="AKHIR" THEN 150 ELSE 190
150LOCATE 11,5:INPUT "BESAR PEMBAYARAN SETIAP AKHIR TAHUN
   = ",E
160F(C)=E*(N(C+P+1)/D(C))
170LOCATE 13,5:PRINT "PREMI TUNGGAL NETTO      = ";F(C)
180GOTO 220
190LOCATE 11,5:INPUT "BESAR PEMBAYARAN SETIAP AWAL TAHUN
   = ",A
200G(C)=A*(N(C+P)/D(C))
210LOCATE 13,5:PRINT "PREMI TUNGGAL NETTO      = ";G(C)
220END
```


2.2.4.4 Hasil Uji Coba

1. Besar Premi Tunggal Netto dari suatu annuita yang di

tangguhkan selama 20 tahun dibayarkan setiap awal tahun sebesar Rp25.000,00 untuk seseorang yang saat sekarang berumur 25 tahun

Hasil Keluaran :

ANNUITA HIDUP YANG DITANGGUHKAN

TINGKAT BUNGA SETAHUN = 0.06

UMUR SAAT TRANSAKSI = 25

JANGKA WAKTU PENANGGUHAN = 20

ANNUITA HIDUP AWAL/AKHIR YANG DITANGGUHKAN= AWAL

BESAR PEMBAYARAN SETIAP AWAL TAHUN = 25000

PREMI TUNGGAL NETTO = 90170.58

2. Berapa Premi Tunggal Netto dari suatu annuita yang ditangguhkan selama 10 tahun dibayarkan setiap akhir tahun sebesar Rp75.000,00 untuk seseorang yang saat sekarang berumur 20 tahun

Hasil Keluaran :

ANNUITA HIDUP YANG DITANGGUHKAN

TINGKAT BUNGA SETAHUN = 0.06

UMUR SAAT TRANSAKSI = 20

JANGKA WAKTU PENANGGUHAN = 10

ANNUITA HIDUP AWAL/AKHIR YANG DITANGGUHKAN= AKHIR

BESAR PEMBAYARAN SETIAP AKHIR TAHUN = 75000

PREMI TUNGGAL NETTO = 566945.1

Persoalan di atas akan diselesaikan dengan tabel fungsi penggantian, didapat :

1. Premi Tunggal Netto $= 25.000.\ {}_{20/}\ddot{a}_{25}$

$= 25.000. N_{45}/D_{25}$

$= 25.000.\ 789288,1/218831,9$

$= 90170,58$

2. Premi Tunggal Netto $= 75.000.\ {}_{10/}a_{20}$

$= 75.000.\ N_{31}/D_{20}$

$= 75.000.\ 2242663/296677,2$

$= 566945,1$

Uji coba dengan menggunakan tingkat bunga berlainan,hasil keluaran :

ANNUITA HIDUP YANG DITANGGUHKAN

TINGKAT BUNGA SETAHUN = 0.025

UMUR SAAT TRANSAKSI = 15

JANGKA WAKTU PENANGGUHAN = 25

ANNUITA HIDUP AWAL/AKHIR YANG DITANGGUHKAN= AWAL

BESAR PEMBAYARAN SETIAP AWAL TAHUN = 40000

PREMI TUNGGAL NETTO = 403879.2

ANNUITA HIDUP YANG DITANGGUHKAN

TINGKAT BUNGA SETAHUN = 0.025

UMUR SAAT TRANSAKSI = 10

JANGKA WAKTU PENANGGUHAN = 35

ANNUITA HIDUP AWAL/AKHIR YANG DITANGGUHKAN= AKHIR

BESAR PEMBAYARAN SETIAP AKHIR TAHUN = 20000

PREMI TUNGGAL NETTO = 168067.2

ANNUITA HIDUP YANG DITANGGUHKAN

TINGKAT BUNGA SETAHUN = 0.05

UMUR SAAT TRANSAKSI = 15

JANGKA WAKTU PENANGGUHAN = 35

ANNUITA HIDUP AWAL/AKHIR YANG DITANGGUHKAN= AWAL

BESAR PEMBAYARAN SETIAP AWAL TAHUN = 20000

PREMI TUNGGAL NETTO = 39113.88

2.2.5 Annuita hidup berjangka dan yang ditangguhkan

Annuita hidup akhir berjangka t tahun yang ditangguhkan selama n tahun adalah deretan pembayaran periodik yang di lakukan pada setiap akhir tahun, dimulai (n+1) tahun dari sekarang dan banyak pembayaran tak lebih dari t kali.

Jika setiap pembayaran tahunan besarnya 1 dan yang bersangkutan berumur x tahun, nilai sekarang dari annuita ini dinyatakan dengan ${}_{n/t}a_x$, didapat :

$$ {}_{n/t}a_x = \frac{N_{x+n+1} - N_{x+n+t+1}}{D_x} \quad . \; . \; (2.23) $$

Pada annuita hidup awal berjangka t tahun yang ditangguhkan n tahun maka pembayaran dilakukan pada setiap awal tahun, dimulai n tahun dari sekarang dan banyak pembayaran tak lebih dari t kali.

Jika setiap pembayaran tahunan besarnya 1 dan yang ber - sangkutan berumur x tahun, nilai sekarang dari annuita hidup awal berjangka t tahun yang ditangguhkan n tahun di - nyatakan dengan ${}_{n/t}\ddot{a}_x$

Jadi annuita hidup awal berjangka t tahun yang ditangguhkan selama (n+1) tahun sama dengan annuita hidup akhir berjangka t tahun yang ditangguhkan n tahun, sehingga didapat : ${}_{n+1/t}\ddot{a}_x = {}_{n/t}a_x$

Didapat : ${}_{n/t}\ddot{a}_x = {}_{n-1/t}a_x$

$$ = \frac{N_{x+n} - N_{x+n+t}}{D_x} \quad . \; . \; . \; . \; (2.24) $$

2.2.5.1 Algoritma

1. Memulai perhitungan dengan memasukkan data berupa tingkat bunga setahun(I), tabel mortalita yang berisi umur (X) dan jumlah populasi(L)
2. Kemudian menghitung tingkat pembungaan majemuk mundur

(V) untuk semua umur dan menghitung fungsi penggantian (D)

3. Memasukkan data berupa umur saat transaksi(C), dan dihitung fungsi penggantian(N)

4. Memasukkan data berupa jangka waktu pembayaran(Q)

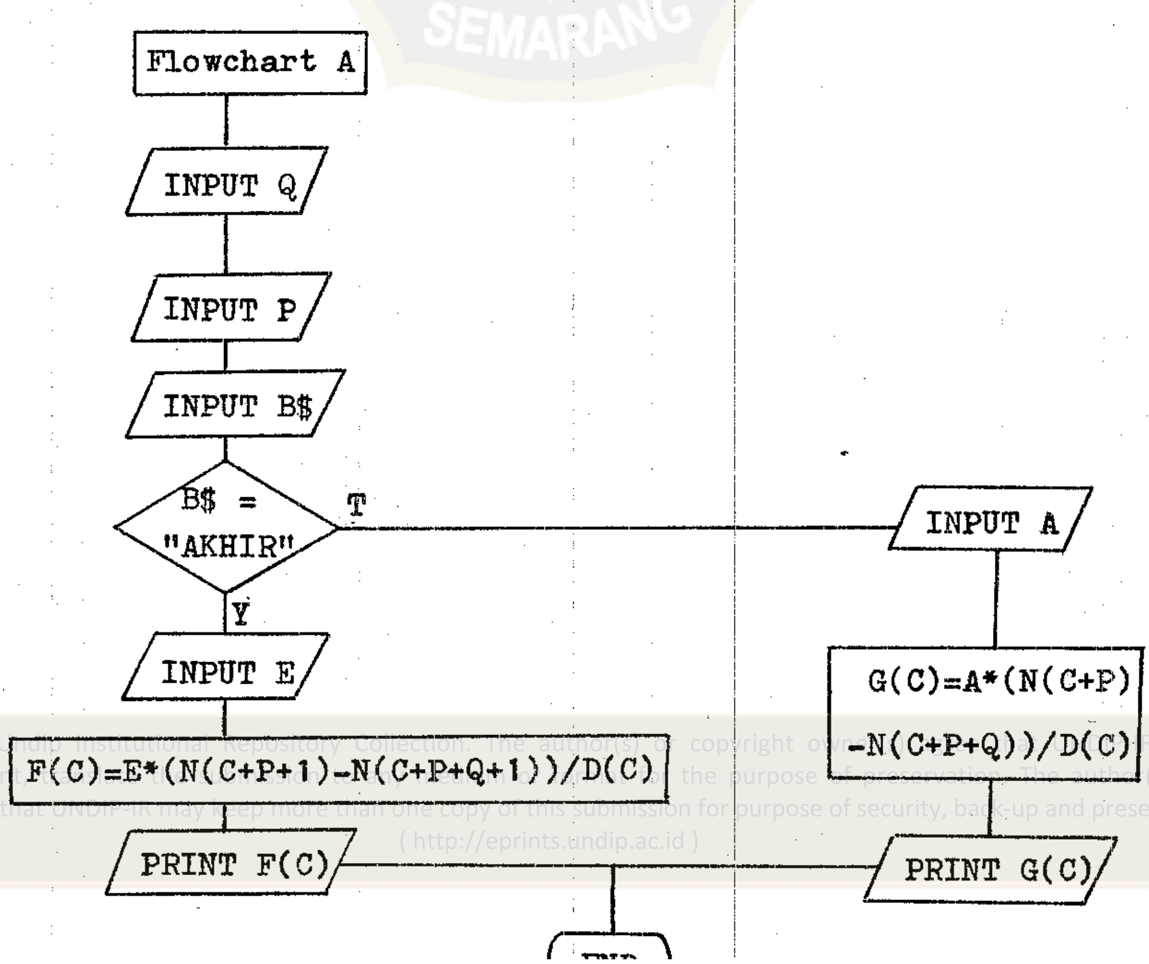
5. Memasukkan data berupa jangka waktu penangguhan(P)

6. Memilih perhitungan untuk annuita hidup awal atau akhir berjangka dan yang ditangguhkan(inputkan B$)

7. Jika B$= akhir, masukkan besar pembayaran setiap akhir tahun(E). Cetak Premi Tunggal Netto F(C)=E*(N(C+P+1)-N(C+P+Q+1))/D(C)

   Jika B$= awal, masukkan besar pembayaran setiap awal tahun(A). Cetak Premi Tunggal Netto G(C)=A*(N(C+P)-N(C+P+Q))/D(C)

2.2.5.2 Flowchart annuita hidup berjangka dan yang ditangguhkan.



2.2.5.3 Program annuita hidup berjangka dan yang ditang- guhkan

```
5  CLS:KEY OFF
7  OPEN "DATA.DAT" FOR INPUT AS #1
8  DIM L(105),V(105),D(105),N(105),F(105),G(105)
10 LOCATE 2,10:PRINT "ANNUITA HIDUP BERJANGKA DAN YANG DI
   TANGGUHKAN"
15 LOCATE 3,10:PRINT"_____________________________________________
   __________"
20 LOCATE 7,5:INPUT "TINGKAT BUNGA SETAHUN          = ",I
30 FOR X=0 TO 100
40 INPUT #1,X,L(X)
50 V(X)=(1+I)^-X
60 D(X)=V(X)*L(X)
70 NEXT X
80 LOCATE 8,5:INPUT "UMUR SAAT TRANSAKSI            = ",C
90 FOR X=99 TO C STEP -1
100N(X)=N(X+1)+D(X)
110NEXT X
115LOCATE 9,5:INPUT "JANGKA WAKTU PEMBAYARAN        = ",Q
120LOCATE 10,5:INPUT"JANGKA WAKTU PENANGGUHAN       = ",P
130LOCATE 11,5:INPUT "ANNUITA HIDUP AWAL/AKHIR BERJANGKA
   DAN DITANGGUHKAN    = ",B$
140IF B$="AKHIR" THEN 150 ELSE 190
150LOCATE 12,5:INPUT "BESAR PEMBAYARAN SETIAP AKHIR TAHUN
   = ",E
160F(C)=E*(N(C+P+1)-N(C+P+Q+1))/D(C)
170LOCATE 14,5:PRINT "PREMI TUNGGAL NETTO       = ";F(C)
180GOTO 220
190LOCATE 12,5:INPUT "BESAR PEMBAYARAN SETIAP AWAL TAHUN
   = ",A
```

```
200G(C)=A*(N(C+P)-N(C+P+Q))/D(C)
210LOCATE 14,5:PRINT "PREMI TUNGGAL NETTO      = ";G(C)
220END
```

2.2.5.4 Hasil Uji Coba

1.Berapa Premi Tunggal Netto dari suatu annuita hidup awal berjangka 10 tahun dan yang ditangguhkan 15 tahun yang dibayarkan sebesar Rp80.000,00 setiap tahun untuk seseorang yang saat sekarang berumur 20 tahun

Hasil keluaran :

```
   ANNUITA HIDUP BERJANGKA DAN YANG DITANGGUHKAN

TINGKAT BUNGA SETAHUN                            = 0.06
UMUR SAAT TRANSAKSI                              = 20
JANGKA WAKTU PEMBAYARAN                          = 10
JANGKA WAKTU PENANGGUHAN                         = 15
ANNUITA AWAL/AKHIR BERJANGKA & DITANGGUHKAN      = AWAL
BESAR PEMBAYARAN SETIAP AWAL TAHUN               = 80000

PREMI TUNGGAL NETTO      = 242845.7
```

2.Berapa Premi Tunggal Netto dari suatu annuita hidup akhir berjangka 20 tahun dan yang ditangguhkan 10 tahun yang dibayarkan sebesar Rp40.000,00 setiap tahun untuk seseorang yang berumur 15 tahun

Hasil keluaran :

```
   ANNUITA HIDUP BERJANGKA DAN YANG DITANGGUHKAN
TINGKAT BUNGA SETAHUN                            = 0.06
UMUR SAAT TRANSAKSI                              = 15
JANGKA WAKTU PEMBAYARAN                          = 20
JANGKA WAKTU PENANGGUHAN                         = 10
ANNUITA AWAL/AKHIR BERJANGKA & DITANGGUHKAN      = AKHIR
BESAR PEMBAYARAN SETIAP AKHIR TAHUN              = 40000

PREMI TUNGGAL NETTO      = 241987.4
```

Persoalan di atas akan diselesaikan dengan tabel fungsi penggantian, didapat :

1.Premi Tunggal Netto $= 80.000 \cdot {}_{15/10}\ddot{a}_{20}$

$= 80.000\ (N_{35}-N_{45})/D_{20}$

$= 80.000\ (1689873-789288.1)/296677.2$

$= 242845.7$

2.Premi Tunggal Netto $= 40000 \cdot {}_{10/20}a_{15}$

$= 40.000\ (N_{25}-N_{45})/D_{15}$

$= 40.000\ (3375263-789288.1)/6479154$

$= 241987.4$

Uji coba dengan menggunakan tingkat bunga yang berlainan, didapat hasil keluaran :

ANNUITA HIDUP BERJANGKA DAN YANG DITANGGUHKAN

TINGKAT BUNGA SETAHUN = 0.025

UMUR SAAT TRANSAKSI = 35

JANGKA WAKTU PEMBAYARAN = 15

JANGKA WAKTU PENANGGUHAN = 5

ANNUITA AWAL/AKHIR BERJANGKA & DITANGGUHKAN = AWAL

BESAR PEMBAYARAN SETIAP AWAL TAHUN = 45000

PREMI TUNGGAL NETTO = 465767.7

ANNUITA HIDUP BERJANGKA DAN YANG DITANGGUHKAN

TINGKAT BUNGA SETAHUN = 0.025

UMUR SAAT TRANSAKSI = 23

JANGKA WAKTU PEMBAYARAN = 15

JANGKA WAKTU PENANGGUHAN = 7

ANNUITA AWAL/AKHIR BERJANGKA & DITANGGUHKAN = AKHIR

BESAR PEMBAYARAN SETIAP AKHIR TAHUN = 25000

PREMI TUNGGAL NETTO = 23569.39

ANNUITA HIDUP BERJANGKA DAN YANG DITANGGUHKAN

TINGKAT BUNGA SETAHUN	= 0.1
UMUR SAAT TRANSAKSI	= 20
JANGKA WAKTU PEMBAYARAN	= 5
JANGKA WAKTU PENANGGUHAN	= 15
ANNUITA AWAL /AKHIR BERJANGKA & DITANGGUHKAN	= AWAL
BESAR PEMBAYARAN SETIAP AWAL TAHUN	= 25000

PREMI TUNGGAL NETTO = 23569.39

ANNUITA HIDUP BERJANGKA DAN YANG DITANGGUHKAN

TINGKAT BUNGA SETAHUN	= 0.1
UMUR SAAT TRANSAKSI	= 10
JANGKA WAKTU PEMBAYARAN	= 20
JANGKA WAKTU PENANGGUHAN	= 15
ANNUITA AWAL/AKHIR BERJANGKA & DITANGGUHKAN	= AKHIR
BESAR PEMBAYARAN SETIAP AKHIR TAHUN	= 20000

PREMI TUNGGAL NETTO = 38313.37

2.2.6 Dana Kehidupan (Pure Endowment)

Dana kehidupan adalah suatu pembayaran yang dilakukan bila seseorang tetap hidup sampai akhir jangka waktu tertentu.

Jika dana kehidupan berjangka n tahun untuk orang berumur x tahun dan besar pembayaran 1,maka nilai sekarang dari dana kehidupan dinyatakan dengan ${}_nE_x$.

Dengan menggunakan metoda diskonto,didapat :

$$
\begin{aligned}
{}_nE_x &= v^n \cdot {}_np_x \\
&= v^n \cdot \frac{l_{x+n}}{l_x} \\
&= \frac{D_{x+n}}{D_x} \qquad \ldots\ldots (2.25)
\end{aligned}
$$

2.2.6.1 Algoritma

1.Memulai perhitungan dengan memasukkan data berupa ting kat bunga setahun(I), tabel mortalita yang berisi umur (X) dan jumlah populasi(L)

2. Kemudian menghitung tingkat pembungaan majemuk mundur (V) untuk semua umur dan menghitung fungsi penggantian (D)

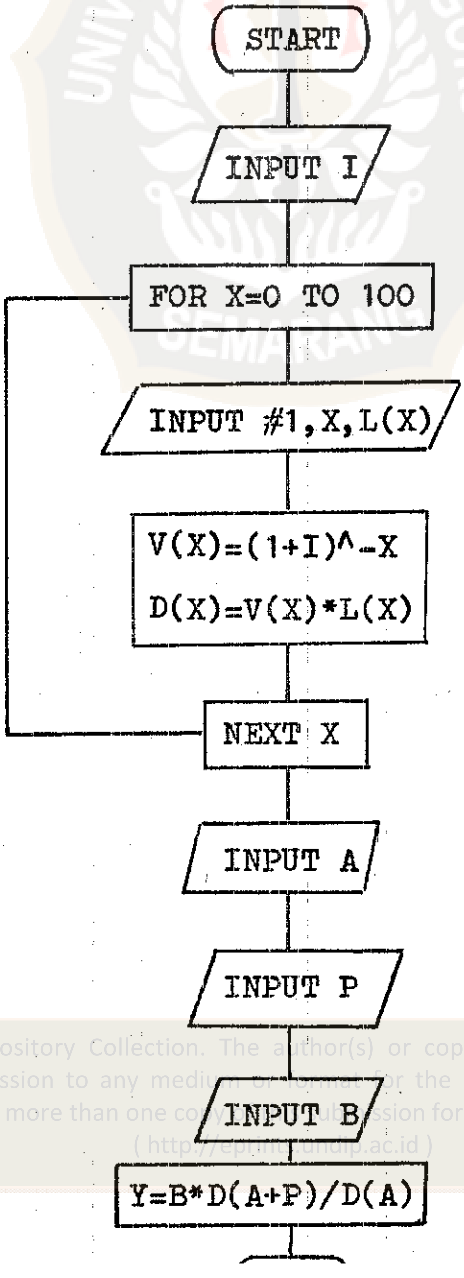
3. Memasukkan data berupa umur saat transaksi(A)

4. Memasukkan data berupa jangka waktu akan dibayarkan(P)

5. Memasukkan data berupa jumlah yang akan dibayarkan(B)

6. Cetak nilai sekarang Y=B*D(A+P)/D(A)

2.2.6.2 Flowchart dana kehidupan



2.2.6.3 Program dana kehidupan

```
5  CLS:KEY OFF
7  OPEN "DATA.DAT" FOR INPUT AS #1
8  DIM L(105),V(105),D(105)
10 LOCATE 2,17:PRINT "DANA KEHIDUPAN"
15 LOCATE 3,17:PRINT "______________"
20 LOCATE 7,5:INPUT "TINGKAT BUNGA SETAHUN            = ",I
30 FOR X=0 TO 100
40 INPUT #1,X,L(X)
50 V(X)=(1+I)^-X
60 D(X)=V(X)*L(X)
70 NEXT X
80 LOCATE 8,5:INPUT "UMUR SAAT TRANSAKSI              = ",A
90 LOCATE 9,5:INPUT "JANGKA WAKTU AKAN DIBAYARKAN     = ",P
100LOCATE 10,5:INPUT "JUMLAH YANG AKAN DIBAYARKAN     = ",B
110Y=B*D(A+P)/D(A)
120LOCATE 12,5:PRINT "NILAI SEKARANG      = ";Y
130END
```

2.2.6.4 Hasil uji coba

Seseorang yang saat ini berumur 30 tahun diberi janji akan mendapatkan sejumlah uang sebesar Rp1.000.000,00 bila ia hidup mencapai umur 50 tahun.Berapa nilai sekarang dari uang yang akan didapatkan tersebut.

Hasil Keluaran :

```
                DANA KEHIDUPAN

TINGKAT BUNGA SETAHUN               = 0.06
UMUR SAAT TRANSAKSI                 = 30
JANGKA WAKTU AKAN DIBAYARKAN        = 20
JUMLAH YANG AKAN DIBAYARKAN         = 1000000

NILAI SEKARANG        = 273459.1
```

Hasil uji coba dengan tingkat bunga berlainan, didapat :

DANA KEHIDUPAN

TINGKAT BUNGA SETAHUN = 0.025

UMUR SAAT TRANSAKSI = 25

JANGKA WAKTU AKAN DIBAYARKAN = 15

JUMLAH YANG AKAN DIBAYARKAN = 1500000

NILAI SEKARANG = 974104.5

DANA KEHIDUPAN

TINGKAT BUNGA SETAHUN = 0.1

UMUR SAAT TRANSAKSI = 15

JANGKA WAKTU AKAN DIBAYARKAN = 25

JUMLAH YANG AKAN DIBAYARKAN = 25000000

NILAI SEKARANG = 2118140

2.2.7 DANA ANNUITA

Dana annuita adalah suatu pembayaran yang dilakukan bila seseorang tetap hidup sampai akhir jangka waktu tertentu dimana mulai saat ini mengiurkan uang setiap tahun.
Jika dana annuita berjangka n tahun dan orang tersebut berumur x tahun dengan iuran sebesar 1, besar dana annuita dinyatakan dengan ${}_nu_x$, didapat :

$$ {}_nu_x = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_{x+n}} \qquad \ldots . (2.26) $$

2.2.7.1 Algoritma

1. Memulai perhitungan dengan memasukkan data berupa tingkat bunga setahun(I), tabel mortalita yang berisi umur (X) dan jumlah populasi(L)

2. Kemudian menghitung tingkat pembungaan majemuk mundur (V) untuk semua umur dan menghitung fungsi penggantian (D)

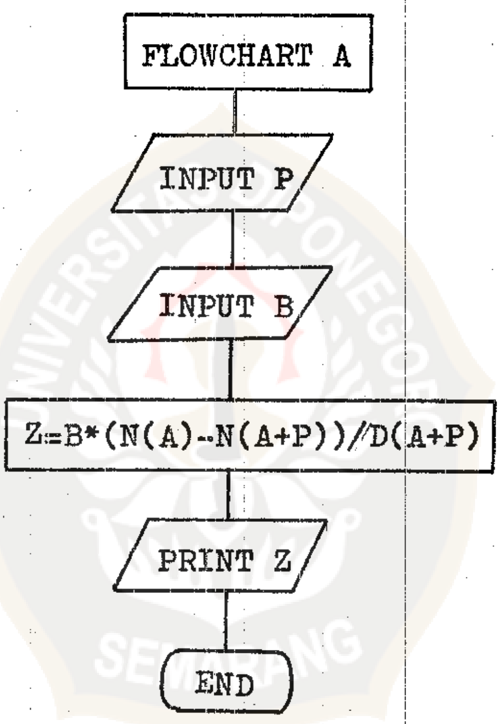
tung fungsi penggantian(N)

4.Memasukkan data berupa jangka waktu akan dibayarkan(P)

5.Memasukkan data berupa besar iuran setiap tahun(B)

6.Cetak besar dana annuita Z=B*(N(A)-N(A+P))/D(A+P)

2.2.7.2 Flowchart dana annuita



2.2.7.3 Program dana annuita

```
5  CLS:KEY OFF
7  OPEN "DATA.DAT" FOR INPUT AS #1
8  DIM L(105),V(105),D(105),N(105),
10 LOCATE 2,17:PRINT "DANA ANNUITA"
11 LOCATE 3,17:PRINT "____________"
20 LOCATE 7,5:INPUT "TINGKAT BUNGA SETAHUN          = ",I
30 FOR X=0 TO 100
40 INPUT #1,X,L(X)
50 V(X)=(1+I)^-X
60 D(X)=V(X)*L(X)
70 NEXT X
80 LOCATE 8,5:INPUT "UMUR SAAT TRANSAKSI            = ",A
90 FOR X=99 TO A STEP -1
```

```
110 NEXT X
120 LOCATE 9,5:INPUT "JANGKA WAKTU AKAN DIBAYARKAN  = ",P
130 LOCATE 10,5:INPUT "BESAR IURAN SETIAP TAHUN     = ",B
140 Z=B*(N(A)-N(A+P))/D(A+P)
150 LOCATE 12,5:PRINT "BESAR DANA ANNUITA     = ";Z
160 END
```

2.2.7.4 Hasil Uji coba

Bila seseorang yang berumur 25 tahun mengadakan dana annuita dengan iuran sebesar Rp1.000,00 setiap tahun. Berapa besar dana annuita yang didapat bila ia telah berumur 40 tahun.

Hasil Keluaran :

DANA ANNUITA

TINGKAT BUNGA SETAHUN	= 0.06
UMUR SAAT TRANSAKSI	= 25
JANGKA WAKTU AKAN DIBAYARKAN	= 15
BESAR IURAN SETIAP TAHUN	= 1000

BESAR DANA ANNUITA = 25701.25

Dengan menggunakan tabel fungsi penggantian, didapat :

Besar Dana Annuita $= 1000.{}_{15}u_{25}$

$= 1000.(N_{25}-N_{40})/D_{40}$

$= 1000.(3375263-1168024)/85880.63$

$= 25701.25$

Hasil uji coba lain :

DANA ANNUITA

TINGKAT BUNGA SETAHUN	= 0.025
UMUR SAAT TRANSAKSI	= 15
JANGKA WAKTU AKAN DIBAYARKAN	= 25
BESAR IURAN SETIAP TAHUN	= 25000

BESAR DANA ANNUITA = 926037