BAB I

PENDAHULUAN

Dalam bab-bab ini dimaksud untuk menerangkan tentang sifat-sifat dan kegunaan diferensial invarian pada permukaan.

Parameter-parameter diferensial dari Beltrami dan Darboux digunakan dibeberapa bagian.

Mereka menunjukkan bahwa parameter-parameter diferensial adalah sebagian dari anggota-anggota skalar diferensial invarian vektor dan diferensial invarian skalar yang berperan penting didalam geometri permukaan dan didalam permasalahan fisis yang berhubungan dengan permukaan lengkung.

Akan dibicarakan tentang fungsi titik skalar dan fung-titik vektor yang bernilai tunggal.

Juga dikemukakan pengertian tentang operator $\bar{\nabla}$ (dél atau nabla).

Operator $\bar{\nabla}$ dapat:

a. Beroperasi secara langsung kepada suatu fungsi skalar $\emptyset$ (u,v) yaitu $\bar{\nabla}\emptyset$ yang disebut sebagai: Gradien atau Slope.

b. Digunakan dalam hasil kali skalar dengan suatu fungsi vektor, yaitu $\bar{\nabla}.\bar{\alpha}$ yang disebut disebut: Divergen dari $\bar{\alpha}$.

c. Digunakan dalam hasil kali vektor dengan sebuah fungsi vektor, yaitu $\bar{\nabla}\times\bar{\alpha}$ yang disebut: Kurl dari $\bar{\alpha}$

OPERATOR $\bar{\nabla}$ (DÉL ATAU NABLA).

$$\bar{\nabla} = \frac{1}{H^2}\bar{r}_1 \left(G\frac{\partial}{\partial u} - F\frac{\partial}{\partial v} \right) +$$

$$\frac{1}{H^2}\bar{r}_2 \left(E\frac{\partial}{\partial v} - F\frac{\partial}{\partial u} \right)$$

Operator tersebut merupakan invarian.

Apabila kurva parametrik orthogonal, bentuk yang diper - oleh akan lebih sederhana.

Jika $F = 0$ dan $H^2 = EG$

maka :

$$\bar{\nabla} = \frac{1}{EG}\bar{r}_1 \left(G\frac{\partial}{\partial u} - 0.\frac{\partial}{\partial v} \right) +$$

$$\frac{1}{EG}\bar{r}_2 \left(E\frac{\partial}{\partial v} - 0.\frac{\partial}{\partial u} \right)$$

$$\bar{\nabla} = \frac{1}{E}\bar{r}_1 \frac{\partial}{\partial u} + \frac{1}{G}\bar{r}_2 \frac{\partial}{\partial v}$$

Contoh :

Buktikan beberapa hubungan sebagai berikut :

a. $(\bar{\nabla}\phi)^2 = \frac{1}{H^2}\left(E\phi_2^2 - 2F\phi_1\phi_2 + G\phi_1^2 \right)$

b. $\bar{\nabla}\phi.\bar{\nabla}\psi = \frac{1}{H^2}\left\{ E\phi_2\psi_2 - F(\phi_1\psi_2 + \phi_2\psi_1) + \right.$

$\left. + G\phi_1\psi_1 \right\}$

Penyelesaian:

a. $$(\overline{\nabla}\emptyset)^2 = \frac{1}{H^2}\,(E\emptyset_2^2 - 2F\emptyset_1\emptyset_2 + G\emptyset_1^2)$$

parameter diferensial oeder pertama dari Beltrami adalah kwadrat dari $\overline{\nabla}\emptyset$ yaitu :

$$\Delta_1\emptyset = (\overline{\nabla}\emptyset)^2$$

$$(\overline{\nabla}\emptyset)^2 = \Delta_1\emptyset$$

$$= \frac{G\emptyset_1\emptyset_1}{H^2} - \frac{F\emptyset_1\emptyset_2}{H^2} + \frac{E\emptyset_2\emptyset_2}{H^2} - \frac{F\emptyset_1\emptyset_2}{H^2}$$

$$(\overline{\nabla}\emptyset)^2 = \frac{1}{H^2}\,(E\emptyset_2^2 - 2F\emptyset_1\emptyset_2 + G\emptyset_1^2)$$

b. $$\overline{\nabla}\emptyset.\overline{\nabla}\Psi = \frac{1}{H^2}\left\{E\emptyset_2\Psi_2 - F(\emptyset_1\Psi_2 + \emptyset_2\Psi_1) + G\emptyset_1\Psi_1\right\}$$

$$\overline{\nabla}\emptyset.\overline{\nabla}\Psi = \Delta_1(\emptyset,\Psi)$$

$$= \frac{G\emptyset_1\Psi_1}{H^2} - \frac{F\emptyset_2\Psi_1}{H^2} + \frac{E\emptyset_2\Psi_2}{H^2} - \frac{F\emptyset_1\Psi_2}{H^2}$$

$$\overline{\nabla}\emptyset.\overline{\nabla}\Psi = \frac{E\emptyset_2\Psi_2 - F(\emptyset_1\Psi_2 + \emptyset_2\Psi_1) + G\emptyset_1\Psi_1}{H^2}$$