BAB I
PENDAHULUAN

Perhatian manusia terhadap jumlah penduduk bukanlah merupakan minat baru, tetapi sudah sejak jaman dahulu. Para ahli filsafat Cina, Yunani dan Arab seperti Confusius, Plato, Aristoteles maupun Kadum sudah mulai memikirkan berbagai masalah kependudukan yang timbul pada masa itu. Sebagai studi yang bersifat sistimatis dapat dikatakan demografi baru berumur 300 tahun dengan karya John Grannt (1662) yang berjudul " Natural and Political Observations Mentioned in a Following Index and Made upon the Bills of Mortality". Pada dewasa ini masalah penduduk dengan berbagai seginya merupakan bahan dasar untuk berbagai jenis studi dan analisa baik yang bersifat ilmu pengetahuan sosial maupun ilmu pengetahuan eksakta.

Kata demografi sendiri berasal dari bahasa Yunani yang terdiri dari dua kata, demos artinya penduduk dan graphein yang artinya menulis. Jadi demografi menurut kata-kata aslinya berarti tulisan-tulisan atau karangan-karangan tentang penduduk suatu negara. Istilah demografi untuk pertama kali dipakai oleh seorang ahli statistik Perancis, - Achille Guillard dalam karyanya " Elements de Statistique humaine on demographic comparee ".

Dalam perkembangan selanjutnya ada beberapa definisi yang diberikan oleh para ahli. Menurut Johan Siiszmilch demografi mempelajari "hukum Illahi dalam perubahan-perubahan pada umat manusia yang tampak dari kelahiran, kematian dan pertumbuhan. Sedangkan Philip M. Hauser dan Dudley - Duncan mengusulkan definisi sebagai berikut " demografi - mempelajari jumlah, persebaran teritorial dan komposisi

penduduk serta perubahan-perubahannya dan sebab-sebab perubahan itu, yang biasanya timbul karena natalitas, mortalitas, gerak teritorial (migrasi) dan mobilitas ".
D.V. Glass berpendapat demografi biasanya terbatas pada usaha untuk mempelajari pengaruh-pengaruh proses demografi seperti fertilitas, mortalitas dan migrasi penduduk. Paul E Vincent dalam " Multingual Demographic Dictionary memberikan definisi " Demografi adalah ilmu pengetahuan yang mempelajari penduduk manusia, terutama berhubungan dengan jumlah struktur dan perkembangannya.

Dari sekian jumlah definisi yang diberikan oleh berbagai ahli demografi dapat ditetapkan suatu yang bi sa dianggap sebagai persoalan inti yang dipelajari oleh ilmu demografi. Dengan singkat dapat dikatakan bahwa obyek inti ilmu demografi adalah mempelajari persoalan keadaan dan perubahan-perubahan penduduk dengan kata lain segala hal yang berhubungan dengan komponen-komponen perubahan tersebut, seperti natalitas, mortalitas, migrasi sehingga menghasilkan suatu keadaan dan komposisi penduduk menurut umur dan jenis kelamin tertentu.

Pada tahun 1937, Adolfphe Landry membuktikan secara matematis adanya hubungan tertentu antara unsur-unsur demografi yang hakiki, yaitu kelahiran, kematian, fertilitas, jenis kelamin, umur dan sebagainya, dan ia menyarankan penggunaan istilah demografi murni untuk cabang demografi yang bersifat analitis matematis. Demografi murni menghasilkan berbagai teknik-teknik baru untuk menghitung angka-angka perbandingan demografi dan memperdalam pengertian tentang data-data yang telah dikumpulkan oleh statistik penduduk. Dengan cara-cara perhitungan baru dan pengetahuan baru tentang hubungan antar unsur-unsur demografi dapat dibuat berbagai perkiraan-perkiraan yang agak tepat ten - tang jumlah dan komposisi penduduk untuk masa yang akan datang (forward projection) dan juga bagi jaman yang lalu (blackward projection). Sumbangan-sumbangan besar telah pula diberikan oleh stable population theory yang kemudian dikembangkan oleh Alred Lotka.

Dalam tulisan akan dibahas sebagian kecil dari analisa matematis dalam demografi, terutama dibahas secara variabel kontinu. Diawali dengan bab II yang memperkenalkan Tabel Kematian sebagai alat/ sarana demografi terpenting yang menggambarkan jalannya kematian yang telah dialami kelompok orang tertentu selama hidupnya dari lahir sampai anggota-anggota terakhir kelompok tersebut meninggal. Pada Bab III kita akan mencari suatu persamaan pertumbuhan penduduk (renewal equation) dalam bentuk fungsi-fungsi kontinu yang menyatakan berapa besar jumlah kelahiran bayi yang mungkin terjadi pada t tahun kemudian dari sekarang. Beberapa cara penyelesaian dari persamaan tersebut secara kalkulus elementer, numerik maupun Transformasi Laplace merupakan inti dari bab ini. Pembahasan pada bab III tersebut akan dikembangkan lebih lanjut melalui graduasi dari Net Maternity Function oleh Lotka dan Wicksell yang akan diuraikan pada bab IV. Sedangkan dalam bab V akan kita cari beberapa interval waktu antar generasi dengan menggunakan pengertian moment dan cumulant. Kesemuanya itu akan diakhiri dengan beberapa kesimpulan dan saran yang akan diberikan pada bab VI sebagai penutup.

Secara keseluruhan tulisan ini merupakan hasil studi literatur yang masih dalam taraf awal, sehingga tidak menutup kemungkinan untuk analisa matematis lebih mendalam untuk pengembangan yang lebih lanjut.

Berikut ini disajikan notasi-notasi yang digunakan pada tulisan ini.

A_r rata-rata umur wanita mampu melahirkan pada penduduk stabil.

${}_na_x$ rata-rata tahun kehidupan (dalam interval x -x+n) dari mereka yang meninggal dalam interval x -x+n

${}_nB_x$ jumlah kelahiran dari dari wanita umur antara x -x+n

B(t) jumlah kelahiran sebagai fungsi dari waktu, biasanya dengan asumsi angka kelahiran dan kematian menurut umur konstan.

${}_nD_x$ jumlah populasi yang meninggal selama interval umur x -x+n dari observasi.

${}_nd_x$ jumlah yang meninggal dalam penduduk stasioner antara umur x -x+n pada tabel kematian.

$${}_nd_x = l_x - l_{x+n}$$

e_x^o harapan hidup rata-rata sesudah umur x

$$e_x^o = \frac{Tx}{l_x}$$

${}_nF_a$ angka kelahiran bayi perempuan dari wanita umur antara a -a+n

$${}_nF_a = \frac{\int_a^{a+n} k(x)\ m(x)\ dx}{\int_a^{a+n} k(x)\ dx}$$

G(t) jumlah kelahiran pada waktu t dari wanita yang telah hidup pada waktu nol (sekarang) , $t \geq 0$

k(x)dx jumlah wanita antara umur x dan x+dx.

${}_nK_x$ jumlah penduduk wanita yang berumur antara x -x+n

${}_nL_x$ jumlah tahun kehidupan anta ra umur x -x+n pada Tabel Kematian.

$${}_nL_x = \int_0^n l(x+t)\ dt$$

l_o radiks dari tabel Kematian

$l(x)$, l_x jumlah penduduk yang masih hidup pada usia x dari l_o kelahiran.

$m(a)$ fungsi kontinu yang menyatakan fertilitas, probabilitas wanita melahirkan anak perempuan antara a - a + da adalah $m(a)da$

${}_nM_x$ angka kematian menurut umur (antara umur x - x + n) dari observasi

${}_nm_x$ angka kematian menurut umur dari Tabel Kematian.

$${}_nm_x = \frac{{}_nd_x}{{}_nL_x}$$

$p(a)$ probabilitas hidup dari lahir sampai umur a

$$p(a) = \frac{l(a)}{l_o}$$

$p(a)$ adalah kolom jumlah hidup pada Tabel Kematian dengan radiks 1

${}_np_x$ probabilitas untuk hidup n tahun kemudian dari individu usia x

$${}_np_x = 1 - {}_nq_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

Q_s koefisien dari $e^{r_s t}$ penyelesaian dari persamaan integral.

$$B(t) = G(t) + \int_o^t B(t-a)\,p(a)\,m(a)\,da$$

$$B(t) = \sum_{s=1}^{\infty} Q_s e^{r_s t}$$

${}_nq_x$ probabilitas mati dalam n tahun pada individu berumur x

$$_nq_x = \frac{_nd_x}{l_x}$$

R_o Net Reproduction Rate,

jumlah anak perempuan yang diharapkan lahir dari seorang anak perempuan yang lahir sekarang.

$$R_o = \int_\alpha^\beta p(a)\ m(a)\ da$$

R_i moment dari Net maternity Function $p(a)\ m(a)$

$$R_i = \int_\alpha^\beta a^i\ p(a)\ m(a)\ da$$

sebenarnya $p(a)\ m(a)$ bukan distribusi karena integralnya yaitu R_o hasilnya lebih dari 1, biasanya kita gunakan distribusi $p(a)\ m(a) / R_o$ yang mana mempunyai moment ke i R_i / R_o

r angka pertumbuhan, akar dari persamaan karakteristik

$$\psi(r) = 1$$

T panjang waktu generasi

$$T = \frac{\ln R_o}{r}$$

T_x total tahun kehidupan setelah umur x pada Tabel Kematian.

$$T_x = {_nL_x} + {_nL_{x+n}} + \cdots + {_nL_{w-n}} = \int_o^{w-x} l(x+t)\ dt$$

T(x) integral dari l(x) dari umur x sampai meninggal.

$$T_x = \int_o^{w-x} l(x+t)\ dt$$

α usia termuda seorang wanita dapat melahirkan

β usia tertua seorang wanita dapat melahirkan

K_i cumulant ke i

μ rata-rata umur wanita mampu melahirkan pada penduduk stationer.

$$\mu = \frac{R_1}{R_o}$$

$\mu(x)$ laju kematian pada umur x

$$\mu(x) = - \frac{1}{l(x)} \frac{d\,l(x)}{dx}$$

μ_i moment ke i terhadap mean

σ^2 varian dari umur wanita mampu melahirkan pada populasi stasioner.

$$\sigma^2 = \frac{R_2}{R_o} - \left[\frac{R_1}{R_o}\right]^2$$

$\phi(a)$ Net Maternity Function

$\phi(a) = p(a)\ m(a)$

probabilitas pada waktu lahir seorang anak perempuan akan hidup dan ia sendiri akan melahirkan anak perempuan antara umur a - a + da adalah $\phi(a)$ da

$\psi(r)$ persamaan untuk menghitung jumlah kelahiran pada masa mendatang

$$\psi(r) = \int_{\alpha}^{\beta} e^{-ra}\ p(a)\ m(a)\ da = 1$$

w umur tertinggi yang dapat dicapai .

pada tabel kematian $l_w = 0$