

BAB III

FUNGSI-FUNGSI PROGRAM PENSIUN

III.1 Fungsi Gabungan dari Kelangsungan Hidup

(Composite Survival Function)

Fungsi gabungan dari kelangsungan hidup adalah probabilitas dari seorang peserta program pensiun yang masih aktif bekerja untuk tetap hidup terus selama periode waktu yang sudah ditentukan, berdasarkan pada semua tingkat pengurangan dimana peserta tersebut dapat meninggalkan status. Probabilitas seseorang tetap hidup selama satu tahun dalam kelompok pengurangan tunggal adalah sama dengan komplemen dari tingkat pengurangan, maka probabilitas seseorang tetap hidup selama satu tahun dalam kelompok pengurangan yang lebih dari satu sama dengan perkalian dari komplemen-komplemen itu untuk setiap tingkat pengurangan yang dipakai.

Sehingga untuk seorang peserta yang masih aktif bekerja dengan umur x , didapatkan suatu bentuk persamaan sebagai berikut :

$$p_x^{(T)} = (1-q_x^{(m)})(1-q_x^{(w)})(1-q_x^{(i)})(1-q_x^{(r)}) \dots \dots \dots (3.1.1)$$

atau sama dengan :

$$p_x^{(T)} = p_x^{(m)} \cdot p_x^{(w)} \cdot p_x^{(i)} \cdot p_x^{(r)} \dots \dots \dots (3.1.2)$$

Atau dapat dituliskan dengan bentuk yang lain lagi adalah :

$$p_x^{(T)} = 1 - \left[q_x^{(m)} + q_x^{(w)} + q_x^{(i)} + q_x^{(r)} \right] \dots \dots \dots (3.1.3)$$

Persamaan diatas ini menunjukkan probabilitas-probabilitas yang tidak meninggalkan status.

Probabilitas seorang peserta yang masih aktif bekerja masih hidup sampai n tahun adalah sama dengan perkalian dari probabilitas-probabilitas gabungan masih hidup selama satu tahun berturut-turut, dapat dituliskan dengan notasi sebagai berikut :

$${}_n p_x^{(T)} = \prod_{t=0}^{n-1} p_{x+t}^{(T)} \dots\dots\dots (3.1.4)$$

Didalam fungsi gabungan dari masih hidup ini, jumlah karyawan yang masih hidup pada umur x diberikan notasi $l_x^{(T)}$.

Jumlah total peserta yang meninggalkan status pada tahun tersebut dinyatakan dengan notasi : $d_x^{(T)}$.

Dan didefinisikan sebagai : $d_x^{(T)} = l_x^{(T)} \cdot q_x^{(T)}$

Pengurangan-pengurangan ini jika dikerjakan pada suatu populasi yang masih aktif bekerja, maka jumlah pengurangan-pengurangan adalah :

$$\begin{aligned} d_x^{(T)} &= d_x^{(m)} + d_x^{(w)} + d_x^{(i)} + d_x^{(r)} \\ &= l_x^{(T)} \left[q_x^{(m)} + q_x^{(w)} + q_x^{(i)} + q_x^{(r)} \right] \dots (3.1.5) \end{aligned}$$

III.2 Fungsi Bunga

Fungsi bunga digunakan dalam mendiskontokan pembayaran untuk masa yang akan datang pada saat sekarang ini.

Fungsi bunga ini sangat diperlukan dalam menentukan biaya-biaya pensiun.

Jika i_t menyatakan tingkat bunga yang berlaku untuk tahun yang ke t , maka nilai sekarang dari Rp 1,- yang harus dibayarkan untuk n tahun yang akan datang adalah :

$$(1 + i_1)(1 + i_2) \dots\dots\dots (1 + i_n)$$

dan jika $i_1 = i_2 = \dots \dots \dots i_n$, bentuk yang diatas dapat dituliskan dalam bentuk : $\frac{1}{(1+i)^n} \dots (3.2.2)$

Dengan mendefinisikan $v = \frac{1}{1+i}$, maka persamaan (3.2.2) diatas menjadi v^n yang menyatakan nilai sekarang dari Rp 1,- yang harus dibayarkan dalam n tahun yang akan datang pada tingkat bunga majemuk sebesar i. Fungsi bunga v^t berharga satu untuk $t = 0$ dan mendekati nol jika t mendekati tak berhingga asalkan harga $i > 0$.

III.3 Tabel pengurangan yang lebih dari satu dan skala gaji

Didalam penentuan valuasi jaminan dan iuran bagi para peserta dari suatu program pensiun, dianggap bahwa pada umumnya peserta adalah karyawan dari majikan yang tunggal (single-employer) dan jaminan-jaminan yang ditetapkan berupa jaminan pensiun setelah mencapai batas umur pensiun, jaminan kematian, jaminan mengundurkan diri dari pekerjaan dan jaminan cacat.

Biaya-biaya pensiun dapat ditanggung oleh :

- majikan
- peserta
- majikan dan peserta

Biaya-biaya pensiun yang dikumpulkan dapat bervariasi tergantung daripada sifat jaminan, hubungan antara iuran dan jaminan, kewajiban-kewajiban yang harus dipenuhi agar peserta berhak atas jaminan.

Untuk itu maka valuasi jaminan yang akan datang dan iurannya berdasarkan pada fungsi monetary dan skala gaji.

Simbol-simbol dibawah ini sering digunakan dalam valuasi jaminan atau iuran biaya-biaya pensiun.

l_x = jumlah peserta yang masih aktif bekerja umur tepat x tahun.

d_x = jumlah peserta yang meninggal umur x sampai $x + 1$.

w_x = jumlah peserta yang mengundurkan diri dari pekerjaan umur x sampai $x + 1$.

i_x = jumlah peserta yang memasuki masa pensiun karena cacat umur x sampai $x + 1$.

r_x = jumlah peserta yang memasuki masa pensiun karena telah mencapai umur pensiun.

Ada beberapa biaya-biaya pensiun yang jaminannya tidak tergantung dari gaji peserta, misalnya sejumlah iuran yang besarnya tetap untuk setiap tahun masa kerja, tetapi sebagian besar biaya-biaya pensiun dan iurannya tergantung dari besar gaji, sehingga skala gaji diperlukan dalam valuasi.

Seperti yang sudah dijelaskan pada bab II, jika skala gaji diberi notasi s_x maka $\frac{s_{x+t}}{s_x}$ adalah ratio gaji peserta dari umur $x + t$ sampai umur $x + t + 1$ dengan besarnya gaji dari umur x sampai umur $x + 1$.

Agar lebih jelas, dapat dilihat pernyataan-pernyataan dibawah ini dalam kemungkinan valuasi yang diinginkan di dalam suatu program pensiun.

1. Iuran-iuran

Nilai iuran yang akan datang oleh :

a). peserta-peserta

b). majikan - dapat berupa sejumlah uang kontan yang besarnya tertentu.

- sebagian dari iuran peserta, atau gaji peserta.

2. Jaminan-jaminan.

- a). pada kematian - sejumlah uang kontan yang didasarkan atas iuran-iuran dibayarkan dan/atau sekaligus (lump sum), dan/atau pensiun janda.
- b). pada mengundurkan diri dari pekerjaan - pengembalian iuran peserta sering disertai atau tidak disertai bunga.
- c). pada pensiun karena cacat, yaitu umur yang lebih muda dari umur pensiun normal.
- d). pada umur yang telah mencapai masa pensiun.

Valuasi-valuasi untuk biaya pensiun meliputi asumsi-asumsi tingkat kematian, tingkat mengundurkan diri dari pekerjaan, tingkat memasuki masa pensiun karena telah mencapai batas umur pensiun atau cacat dan skala gaji.

Untuk menetapkan biaya pensiun digunakan :

- a). Tabel pengurangan yang lebih dari satu - dalam hal ini umur terakhir memasuki masa pensiun adalah 55 tahun.
- b). Skala gaji, kecuali untuk jaminan-jaminan yang tidak tergantung dari besar gaji.
- c). Nilai anuitas, untuk nilai jaminan pensiun sebesar Rp 1,- setiap tahunnya, maka nilai anuitas untuk :
 jaminan pensiun karena kematian diberi notasi \bar{a}_y^m ,
 jaminan pensiun karena mengundurkan diri dari pekerjaan diberi notasi \bar{a}_y^w ,
 jaminan pensiun karena cacat diberi notasi \bar{a}_y^i ,
 jaminan pensiun karena telah mencapai umur pensiun diberi notasi \bar{a}_y^r .

Definisi-definisi yang diberikan dibawah ini adalah untuk mempermudah valuasi jaminan pensiun, dilakukan pada ulang tahun yang terdekat dari peserta.

$(TPS)_x$ = Total dari gaji yang lalu sampai tanggal valuasi untuk peserta yang berumur x ulang tahun terdekat.

$(AS)_x$ = Total gaji yang diharapkan diterima dalam tahun yang akan datang untuk peserta yang sekarang berumur x ulang tahun terdekat.

$(nS)_x$ = Total nilai dari hasil kali jumlah tahun masa kerja yang lalu dengan gaji yang diharapkan diterima dalam tahun yang akan datang untuk peserta yang berumur x ulang tahun terdekat.

$(AC)_x$ = Total iuran tahunan berlaku mulai tanggal valuasi untuk peserta berumur x ulang tahun terdekat yang merupakan suatu persentase tertentu dari gaji, yang tidak dapat dipisah-pisahkan sebagai perbandingan dari $(AS)_x$.

$(TPC)_x$ = Total akumulasi iuran yang lalu pada tanggal valuasi untuk peserta berumur x ulang tahun terdekat, dengan bunga majemuk pada tingkat yang diasumsikan pada pengembalian iuran pada saat mengundurkan diri dari pekerjaan.

III.4 Nilai jaminan pensiun yang tidak tergantung dari gaji

Disini program pensiun menetapkan sejumlah iuran tahunan yang tetap untuk setiap tahun dari masa kerja.

Jika besarnya iuran tahunan itu adalah sebesar P setiap tahunnya, maka didalam menetapkan jaminan pensiun iurannya dibuat selama periode masa kerja yang tertentu.

Nilai jaminan pensiun sebesar $Rp 1,-$ setiap tahunnya untuk peserta yang berumur x , yang dimulai pada pensiun cacat pada umur y ulang tahun terakhir, dan dianggap terjadi pada pertengahan tahun $(y + \frac{1}{2})$ besarnya adalah :

$$\begin{aligned}
 & v^{y+\frac{1}{2}-x} \cdot \frac{i_y}{1-x} \cdot a_{y+\frac{1}{2}}^{-i} \\
 = & \frac{v^{y+\frac{1}{2}} \cdot i_y \cdot a_{y+\frac{1}{2}}^{-i}}{v^x \cdot 1-x} \\
 = & \frac{C_y^{ia}}{D_x} \dots \dots \dots (3.4.1)
 \end{aligned}$$

dimana $C_y^{ia} = v^{y+\frac{1}{2}} \cdot i_y \cdot a_{y+\frac{1}{2}}^{-i} \quad (y < 55) \dots (3.4.2)$

$D_x = v^x \cdot 1-x$

Nilai jaminan pensiun cacat sebesar Rp 1,- setiap tahunnya pada umur x, mulai cacat pada sembarang umur, merupakan jumlahan nilai-nilai dari persamaan (3.4.1) pada semua umur y > x, tentunya dengan limit sampai umur 54 tahun, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{D_x} \sum_{y=x}^{54} C_y^{ia} \\
 & \frac{1}{D_x} M_x^{ia} \dots \dots \dots (3.4.3)
 \end{aligned}$$

dimana: $M_x^{ia} = \sum_{y=x}^{54} C_y^{ia}$ atau $M_x^{ia} = \sum_{t=0}^{54-x} C_{x+t}^{ia}$

dimana $y = x + t$.

Iuran tahunan juga berkaitan dengan masa kerja yang sudah lalu, yaitu masa kerja yang sudah dijalani pada saat valuasi, yang besarnya adalah nP,

dimana n = banyaknya tahun masa kerja yang sudah dijalani (termasuk pecahan tahun) oleh peserta.

Nilai jaminan pensiun pada umur x, or jika mulai cacat pada sembarang umur yang akan datang besarnya adalah

$nP \frac{M_x^{ia}}{D} \dots \dots \dots (3.4.4)$

Sehingga jumlahan yang meliputi semua peserta berumur x ulang tahun terdekat besarnya adalah :

$$\left(\sum n \right) P \frac{M_x^{ia}}{D_x} \dots \dots \dots (3.4.5)$$

Untuk valuasi jaminan pensiun dari masa kerja yang akan datang untuk peserta yang berumur x , maka valuasi jaminan ditentukan dari masa kerja antara umur y sampai $y + 1$. Probabilitas bahwa peserta akan memasuki masa pensiun karena cacat selama satu tahun adalah : $\frac{i_y}{l_x}$ dan bila dianggap terjadi pada pertengahan tahun, maka memberikan jumlah nilai jaminan pensiun sebesar $\frac{1}{2}P$.

Probabilitas peserta akan memasuki masa pensiun pada tahun berikutnya, yaitu dari umur $y + 1$ sampai umur $y + 2$ adalah $\frac{i_{y+1}}{l_x}$, dan jumlah jaminan pensiunnya adalah satu tahun penuh dari umur y sampai umur $y + 1$.

Maka total nilai jaminan pensiun pada umur x dari masa kerja yang akan datang antara umur y sampai $y + 1$ adalah merupakan jumlahan dari :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} P v^{y+\frac{1}{2}-x} \frac{i_y}{l_x} \frac{-i}{a_{y+\frac{1}{2}}} + P v^{y+1\frac{1}{2}-x} \frac{i_{y+1}}{l_x} \frac{-i}{a_{y+1\frac{1}{2}}} + \dots \dots \dots \\ & + P v^{54\frac{1}{2}-x} \frac{i_{54}}{l_x} \frac{-i}{a_{54\frac{1}{2}}} \\ & = \frac{P}{D_x} \left(\frac{1}{2} C_y^{ia} + C_{y+1}^{ia} + \dots \dots \dots + C_{54}^{ia} \right) \\ & = \frac{P}{D_x} \bar{M}_y^{ia} \dots \dots \dots (3.4.6) \end{aligned}$$

dimana $\bar{M}_y^{ia} = M_y^{ia} - \frac{1}{2}C_y^{ia} \dots\dots\dots(3.4.7)$

Total nilai jaminan pensiun dari masa kerja yang akan datang merupakan jumlahan dari persamaan (3.4.6) untuk semua nilai-nilai y dari umur x sampai umur 54, sehingga diperoleh :

$$\frac{P}{D_x} \sum_{y=x}^{54} \bar{M}_y^{ia}$$

atau jika dituliskan $y = x + t$, persamaan diatas berubah menjadi :

$$\begin{aligned} & \frac{P}{D_x} \sum_{t=0}^{54-x} \bar{M}_{x+t}^{ia} \\ &= \frac{P}{D_x} \bar{R}_x^{ia} \dots\dots\dots(3.4.8) \end{aligned}$$

dimana $\bar{R}_x^{ia} = \sum_{t=0}^{54-x} \bar{M}_{x+t}^{ia} \dots\dots\dots(3.4.9)$

Total nilai jaminan pensiun yang akan datang untuk semua pesertayang berumur x ulang tahun terdekat, besarnya adalah

$$\sum (\text{peserta-peserta}) P \frac{\bar{R}_x^{ia}}{D_x}$$

Untuk jaminan pensiun karena telah mencapai umur pensiun, perumusannya sama dengan diatas hanya simbol untuk i diganti dengan simbol r dan ditambah dengan nilai jaminan pensiun tepat umur 55 tahun.

Nilai jaminan pensiun sebesar Rp 1,- setiap tahunnya dari umur 55 tahun untuk peserta yang sekarang berumur x , besarnya adalah :

$$v^{55-x} \frac{r_{55}}{i_x} = \frac{r_{55}}{a_{55}} = \frac{C_{55}^{ra}}{D_x}$$

III.5 Jaminan pensiun berdasarkan pada gaji akhir

Jika jaminan pensiun didasarkan dari gaji akhir peserta, berarti iurannya dapat diambil tiap tahun masa kerja sebesar $1/60$, $1/80$ atau $1/100$ dari besar gaji yang mendekati masa pensiun (biasanya 3 sampai 5 tahun terakhir dari masa kerja sebelum memasuki masa pensiun, dan untuk mempermudah valuasi diambil sebesar $1/K$ dari gaji).

Dalam valuasi selanjutnya gaji peserta tersebut dirata-rata pada beberapa tahun terakhir itu, jika diambil selama m tahun terakhir sebelum masa pensiun maka rata-rata gaji akhir untuk seorang peserta yang memasuki pensiun pada umur x (diberi notasi z_x) adalah :

$$z_x = \frac{1}{m} (s_{x-m} + s_{x-m-1} + \dots + s_{x-1}) \dots (3.5.1)$$

Gaji yang menjadi dasar jaminan pensiun untuk seorang peserta yang berumur x , yang mempunyai gaji sekarang sebesar S dan jika peserta tersebut memasuki masa pensiun pada umur ulang tahun terakhir $x + t$ (dianggap terjadi pada $x+t+\frac{1}{2}$) besarnya adalah :

$$S \frac{z_{x+t+\frac{1}{2}}}{s_x}$$

Nilai sekarang dari jaminan pensiun karena cacat selama peserta berumur $x + t$ sampai $x + t + 1$, dan masa kerja yang sudah dijalani n tahun, besarnya adalah :

$$\frac{n}{K} \cdot S \cdot \frac{z_{x+t+\frac{1}{2}}}{s_x} \cdot \frac{C_{x+t}^{ia}}{D_x}$$

$$= \frac{n}{K} \cdot S \cdot \frac{z_{x+t+\frac{1}{2}}^{ia}}{s_{D_x}} \dots \dots \dots (3.5.2)$$

$$\text{dimana } z_{C_x^{ia}} = z_{x+\frac{1}{2}}^{ia} \frac{C_x^{ia}}{D_x} \dots \dots \dots (3.5.2a)$$

Jumlahan dari tahun-tahun kemungkinan memasuki masa pensiun yang akan datang menunjukkan total nilai jaminan pensiun dari masa kerja yang sudah dijalani, besarnya adalah :

$$\frac{n}{K} \frac{S}{s_{D_x}} \sum_{t=0}^{54-x} z_{C_{x+t}}^{ia}$$

$$= \frac{n}{K} \frac{S}{s_{D_x}} z_{M_x}^{ia} \dots \dots \dots (3.5.3)$$

dimana $z_{M_x}^{ia} = \sum_{t=0}^{54-x} z_{C_{x+t}}^{ia}$ atau $\sum_{y=x}^{54} z_{C_y}^{ia} \dots \dots \dots (3.5.4)$

Total nilai jaminan pensiun dari masa kerja yang sudah dijalani untuk peserta-peserta yang sekarang berumur x ulang tahun terdekat, besarnya adalah :

$$\frac{(nS)_x}{K} \cdot \frac{z_{M_x}^{ia}}{s_{D_x}} \dots \dots \dots (3.5.5)$$

Untuk jaminan pensiun dari masa kerja yang akan datang, besarnya jaminan pensiun bertambah sesuai dengan penambahan masa kerja dari umur $x + t$ sampai $x + t + 1$ yaitu sebesar $1/K$ dari gaji akhir setelah $x + t + 1$ dan $\frac{1}{2} \cdot 1/K$ dari gaji pada masa pensiun dalam tahun $x + t + 1$ tersebut. Sehingga total nilai jaminan pensiun adalah :

$$\begin{aligned} & \frac{S}{K s_{D_x}} \left(\frac{1}{2} z_{C_{x+t}}^{ia} + z_{C_{x+t+1}}^{ia} + z_{C_{x+t+2}}^{ia} + \dots \dots \dots \right) \\ &= \frac{S}{K s_{D_x}} \left(z_{M_{x+t}}^{ia} - \frac{1}{2} z_{C_{x+t}}^{ia} \right) \\ &= \frac{S}{K s_{D_x}} z_{M_{x+t}}^{ia} \dots \dots \dots (3.5.6) \end{aligned}$$

dimana $z_{M_{x+t}}^{ia} = z_{M_{x+t}}^{ia} - \frac{1}{2} z_{C_{x+t}}^{ia} \dots \dots \dots (3.5.7)$

Jumlahan dari seluruh masa kerja yang akan datang di dapatkan nilai total jaminan pensiun untuk masa kerja yang akan datang, besarnya adalah :

$$\frac{S}{K^S D_x} \sum_{t=0}^{54-x} z_{M_{x+t}}^{-ia}$$

$$= \frac{S}{K^S D_x} z_{R_x}^{-ia} \dots \dots \dots (3.5.8)$$

dimana $z_{R_x}^{-ia} = \sum_{t=0}^{54-x} z_{M_{x+t}}^{-ia} \dots \dots \dots (3.5.9)$

Total nilai jaminan pensiun dari masa kerja yang akan datang untuk peserta-peserta yang sekarang berumur x ulang tahun terdekat, besarnya adalah :

$$\frac{1}{K} (AS)_x \frac{z_{R_x}^{-ia}}{s_{D_x}} \dots \dots \dots (3.5.10)$$

Untuk jaminan pensiun yang didasarkan karena umur telah mencapai masa pensiun, perumusannya sama dengan diatas hanya ditambahkan $z_{55}^{ra} = z_{55} v_{55}^r a_{55}^{-r}$ pada nilai $z_{M_x}^{ra}$.

III.6 Iuran dan Pengembalian iuran

a). Tidak tergantung dari gaji.

Jika jaminan pensiun tidak tergantung dari gaji, maka iuran-iurannya dapat dibayar dengan jumlah yang tetap setiap tahunnya.

Nilai sekarang dari iuran-iuran yang akan datang sebesar C setiap tahunnya selama umur $x + t$ sampai $x+t+1$ yang dibayar oleh peserta yang berumur x , adalah :

$$Cv^{t+\frac{1}{2}} \frac{1_{x+t+\frac{1}{2}}}{1_x} \text{ jika dianggap bahwa peserta membayar di}$$

pertengahan tahun, maka besarnya adalah :

$$C \frac{D_{x+t+\frac{1}{2}}}{D_x} \quad \text{atau} \quad C \frac{\bar{D}_{x+t}}{D_x}$$

Dalam praktek \bar{D}_x ini dapat dicari dari $\bar{D}_x = \frac{1}{2}(D_x + D_{x+1})$.

Jumlahan yang meliputi semua umur dari umur x sampai akhir tabel pengurangan yang lebih dari satu akan didapat total nilai iuran, besarnya adalah :

$$C \frac{\bar{N}_x}{D_x}, \quad \text{dimana} \quad \bar{N}_x = \sum_{t=0}^{54-x} \bar{D}_{x+t} \dots\dots(3.6.1)$$

Nilai sekarang dari iuran-iuran oleh semua peserta-peserta umur x ulang tahun terdekat dimana total iuran-iuran sekarang adalah $(AC)_x$ setiap tahunnya, besarnya adalah :

$$(AC)_x \frac{\bar{N}_x}{D_x}$$

Yang dimaksudkan dengan pengembalian iuran adalah apabila terjadi kematian atau mengundurkan diri dari program pensiun, maka jaminan sering dibayarkan sama dengan iuran-iuran peserta disertai dengan bunga atau tanpa bunga sama sekali.

Bunga yang diberikan biasanya dengan tingkat yang lebih rendah (j) dari valuasi tingkat bunga (i).

Besarnya jaminan yang jumlahnya sama dengan besarnya iuran-iuran yang sudah dibayar untuk seorang peserta berumur x , dengan tingkat bunga j pada kematian yang terjadi antara umur $x + t$ dan $x + t + 1$, dianggap kematian terjadi pada pertengahan tahun, besarnya adalah :

$$(PC)(1+j)^{t+\frac{1}{2}},$$

dimana (PC) adalah iuran-iuran yang lalu dengan tingkat bunga j yang ditambahkan pada tanggal valuasi.

Nilai sekarang pada umur x adalah :

$$\begin{aligned}
 & (PC)v^{t+\frac{1}{2}}(1+j)^{t+\frac{1}{2}} \frac{d_{x+t}}{l_x} \\
 = & (PC) \frac{(1+j)^{x+t+\frac{1}{2}}v^{x+t+\frac{1}{2}} d_{x+t}}{(1+j)^x v^x l_x} \\
 = & (PC) \frac{jC_{x+t}^d}{jD_x} \dots\dots\dots (3.6.2)
 \end{aligned}$$

dimana $jD_x = (1+j)^x D_x \dots\dots\dots (3.6.3)$

$$jC_x^d = (1+j)^{x+\frac{1}{2}} C_x^d \dots\dots\dots (3.6.4)$$

Sehingga jumlahan pada tahun-tahun masa kerja yang akan datang akan didapatkan nilai sekarang untuk jaminan kematian dari iuran-iuran yang sudah dibayarkan, besarnya adalah :

$$(PC) \frac{jM_x^d}{jD_x} \dots\dots\dots (3.6.5)$$

dimana $jM_x^d = \sum_{t=0}^{54-x} jC_{x+t}^d \dots\dots\dots (3.6.6)$

Total nilai jaminan kematian untuk semua peserta umur x ulang tahun terdekat, besarnya adalah :

$$(TPC)_x \frac{jM_x^d}{jD_x} \dots\dots\dots (3.6.7)$$

Dalam menentukan nilai jaminan kematian dari pengembalian iuran yang akan datang dimana iurannya tidak tergantung gaji sebesar C setiap tahunnya, dan jika peserta meninggal antara umur $x + t$ sampai $x + t + 1$ pada pertengahan tahun, setengah dari iurannya sudah dibayar dalam tahun tersebut tetapi untuk tahun berikutnya adalah iuran penuh dengan tambahan bunga pada tingkat $j\%$ dan bunga diakumulasikan menurut -

masa kerja seperti iuran yang diakumulasikan pada pertengahan tahun, maka nilai sekarang pada umur $x + t$ dari pengembalian iuran yang dibayarkan pada umur $x + t$ sampai $x+t+1$, besarnya adalah :

$$\frac{C}{l_{x+t}} (\frac{1}{2}v^{\frac{1}{2}}d_{x+t} + v^{1\frac{1}{2}}(1+j)d_{x+t+1} + v^{2\frac{1}{2}}(1+j)^2d_{x+t+2} + \dots)$$

dan nilai sekarang pada umur x dapat ditentukan dengan mengalikan persamaan diatas dengan :

$$v^t \frac{l_{x+t}}{l_x} \quad \text{dan juga dengan} \quad \frac{(1+j)^{x+t+\frac{1}{2}}v^x}{(1+j)^{x+t+\frac{1}{2}}v^x} = 1$$

Sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned} & \frac{C}{(1+j)^{x+t+\frac{1}{2}}v^x l_x} \left[\frac{1}{2}(1+j)^{x+t+\frac{1}{2}}v^{x+t+\frac{1}{2}}d_{x+t} + (1+j)^{x+t+\frac{1}{2}}v^{x+t+1\frac{1}{2}}d_{x+t+1} + \dots \right] \\ &= \frac{C}{D_x} \frac{1}{(1+j)^{x+t+\frac{1}{2}}} \left[\frac{1}{2}jC_{x+t}^d + jC_{x+t+1}^d + \dots + jC_{54}^d \right] \\ &= \frac{C}{D_x} \frac{j\bar{M}_{x+t}^d}{(1+j)^{x+t+\frac{1}{2}}} \dots \dots \dots (3.6.8) \end{aligned}$$

dimana $j\bar{M}_x^d$ dapat dilihat pada persamaan (3.5.6), dan

$$j\bar{M}_x^d = j\bar{M}_x^d - \frac{1}{2} jC_x^d \dots \dots \dots (3.6.9)$$

Jumlah iuran-iuran untuk setiap tahun yang akan datang merupakan total nilai sekarang dari pengembalian iuran iuran yang akan datang, besarnya adalah :

$$\begin{aligned} & \frac{C}{D_x} \sum_{t=0}^{54-x} \frac{j\bar{M}_{x+t}^d}{(1+j)^{x+t+\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{C}{D_x} j\bar{R}_x^d \dots \dots \dots (3.6.10) \end{aligned}$$

dimana
$$j_{\overline{R}x}^{\overline{d}} = \sum_{t=0}^{54-x} \frac{j_{\overline{M}x+t}^{\overline{d}}}{(1+j)^{x+t+\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots(3.6.11)$$

b). Tergantung dari gaji .

Jika jaminan pensiun dan iuran-iurannya tergantung dari gaji, maka skala gaji digunakan untuk valuasi gaji sekaligus iurannya. Sehingga iuran dari umur y sampai y+1, besarnya adalah : $C \frac{s_y}{s_x}$, dimana C = iuran sekarang.

Nilai sekarang dari iuran-iuran yang dibayarkan dalam tahun ini besarnya adalah :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{D_x} C \frac{s_y}{s_x} \frac{D_y + D_{y+1}}{2} \\ = & C \frac{s_{\overline{D}y}}{s_{\overline{D}x}} \dots\dots\dots(3.6.12) \end{aligned}$$

dimana
$$s_{\overline{D}y} = s_y \frac{(D_y + D_{y+1})}{2} \dots\dots\dots(3.6.13)$$

Jumlahannya merupakan nilai semua iuran-iuran yang akan datang, besarnya adalah :

$$C \frac{s_{\overline{N}x}}{s_{\overline{D}x}} \quad \text{dimana} \quad s_{\overline{N}x} = \sum_{t=0}^{54-x} s_{\overline{D}x+t} \dots\dots\dots(3.6.14)$$

Nilai iuran-iuran yang akan datang untuk semua peserta sekarang umur x ulang tahun terdekat, besarnya adalah :

$$(AC)_x \frac{s_{\overline{N}x}}{s_{\overline{D}x}} \dots\dots\dots(3.6.15)$$

Untuk pengembalian iuran yang tergantung dari gaji, jika

ka iuran tersebut diambil sebesar C% dari gaji, maka besarnya iuran dari tahun x + t sampai x + t + 1 besarnya adalah :

$$0,01 C s \frac{s_{x+t}}{s_x}$$

Nilai sekarang dari pengembalian iuran untuk untuk kematian dalam tahun $x + t$ sampai $x + t + 1$, besarnya adalah :

$$0,01CS \frac{s_{x+t}}{s_x} \frac{1}{D_x} \frac{j\overline{M}_{x+t}^d}{(1+j)^{x+t+\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots(3.6.16)$$

$$= \frac{0,01 CS}{s_{D_x}} \frac{sj\overline{M}_{x+t}^d}{(1+j)^{x+t+\frac{1}{2}}}$$

dimana $sj\overline{M}_x^d = s_x j\overline{M}_x^d$

Jumlahan pada setiap tahun yang akan datang merupakan total nilai sekarang dari pengembalian iuran yang akan datang, besarnya adalah :

$$\frac{0,01CS}{s_{D_x}} \sum_{t=0}^{54-x} \frac{sj\overline{M}_{x+t}^d}{(1+j)^{x+t+\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{0,01CS}{s_{D_x}} sj\overline{R}_x^d \dots\dots\dots(3.6.17)$$

dimana $sj\overline{R}_x^d = \sum_{t=0}^{54-x} \frac{s_{x+t}}{(1+j)^{x+t+\frac{1}{2}}} j\overline{M}_{x+t}^d \dots\dots\dots(3.6.18)$

Untuk pengembalian iuran karena mengundurkan diri dari program pensiun, perumusannya sama dengan diatas hanya simbol d diganti dengan simbol w .

III.7 Jaminan yang dibayarkan sekaligus pada saat memasuki masa pensiun dan pada kematian
(Capital sums on retirement and death)

This document is Undip IP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree to the submission to IP-IR for preservation.
(http://eprints.undip.ac.id)
Sejumlah jaminan yang dibayarkan sekaligus pada saat memasuki masa pensiun adalah salah satu bentuk dari pemberi an jaminan yang ada.

Simbol untuk jaminan ini sama seperti simbol-simbol jaminan pensiun, hanya simbol 'a' nya dihilangkan.

Misalnya C_x^{ra} diganti dengan C_x^r . Sejumlah jaminan (didasarkan pada gaji) yang dibayarkan sekaligus jika terjadi kematian, maka sejumlah jaminan yang dibayarkan sekaligus tersebut besarnya berdasarkan pada skala gaji pada tanggal kematian itu. Dan besarnya dapat satu kali atau dua kali gaji.

Nilai sekarang dari jaminan yang sama dengan gaji sekarang untuk peserta berumur x , dengan gaji sekarang adalah sebesar S , besarnya adalah :

$$\frac{S}{s_x^1} \sum_{t=0}^{54-x} s_{x+t} v^{t+\frac{1}{2}} d_{x+t} = \frac{S}{s_{D_x}} s_{M_x}^d \dots \dots \dots (3.7.1)$$

dimana $s_{C_x}^d = s_x v^{x+\frac{1}{2}} d_x \dots \dots \dots (3.7.2)$

dan $s_{M_x}^d = \sum_{t=0}^{54-x} s_{C_x}^d \dots \dots \dots (3.7.3)$

Total nilai jaminan kematian untuk peserta-peserta berumur x , besarnya adalah :

$$(AS)_x = \frac{s_{M_x}^d}{s_{D_x}}$$

* Jaminan kematian diatas dapat juga dievaluasi dengan mengingat status marital peserta. Jaminan menjadi dua kali lipat jika peserta sudah kawin atau menjadi tiga kali lipat jika peserta mempunyai anak.

Jika proporsi peserta-peserta yang sudah kawin pada setiap umur dinyatakan dengan simbol h_x , maka nilai jaminan yang

besarnya dua kali untuk yang sudah kawin, besarnya adalah :

$${}^s m C_x^d = s_x (1 + h_x) v^{x+\frac{1}{2}} d_x \text{ atau } (1 + h_x) {}^s C_x^d .$$

III.8 Jaminan pensiun janda

Dalam hal ini peserta-peserta dikelompokkan yang pada saat sekarang sudah kawin dan yang belum kawin.

Jaminan pensiun janda dapat berupa jumlah yang tetap atau tergantung dari gaji dan masa kerja.

Nilai jaminan pensiun janda sebesar Rp 1,- setiap tahunnya untuk seorang pria yang sudah kawin sekarang berumur x dan mempunyai istri berumur y , besarnya adalah :

$$m B_{xy} = \sum_{t=0}^{54-x} \frac{d_{x+t}}{l_x} \frac{D_{y+t+\frac{1}{2}}}{D_y} \frac{1}{a_{y+t+\frac{1}{2}}}$$

dimana fungsi dengan simbol y berdasarkan tingkat kematian istri.

Jika $(bl)_x$ adalah jumlah dari pria yang belum kawin dan $(bh)_x$ adalah jumlah pria yang kawin pada umur x ulang tahun terakhir, maka nilai jaminan pensiun janda pada peserta yang belum kawin umur x besarnya adalah :

$$\sum_{t=0}^{54-x} \frac{v^{x+t+\frac{1}{2}} (bh)_{x+t}}{v^x (bl)_x} m B_{x+t+\frac{1}{2}} : y+t+\frac{1}{2}$$

fungsi didalam tanda kurung besar adalah nilai untuk peserta yang baru kawin.

Sumber Pustaka: Life Contingencies.