BAB II

VARIABEL DASAR LALU LINTAS

Variabel dasar lalu lintas adalah suatu perubah yang menjadi dasar dari perubah lain dalam hal lalu lintas. Ada 3 (tiga) jenis variabel dasar lalu lintas antara lain :

1. Kecepatan (notasi : u)
2. Kepadatan (notasi : p) dan
3. Arus (notasi : q) lalu lintas

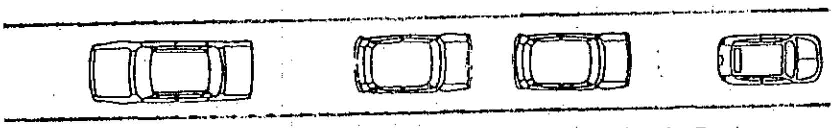
yang mana ketiga hal tersebut saling berhubungan satu dengan yang lainnya. Bariabel dasar ini digunakan untuk membicarakan hal-hal lainnya yang lebih mendalam.

II.1 Kecepatan Kendaraan dan Kecepatan Lapangan

Dapat dibayangkan bahwa sebuah mobil yang sedang bergerak sepanjang jalan raya dan jika dimisalkan posisi awal pada x_o dan pada saat t_o, dan setelah t jam menempuh jarak sejauh x . Ternyata bahwa jarak merupakan fungsi dari waktu, yaitu : $x = x(t)$ dan karena kecepatan merupakan perubahan jarak terhadap waktu, maka kecepatan u dapat dinyatakan :

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Andaikan di sebuah jalan raya jumlah kendaraan/mobil adalah banyak, sehinggal letak kendaraan dapat dituliskan sebagai x_i , untuk $i = 1, 2, 3, \ldots\ldots N$.



Gambar 2.1.1 : Letak kendaraan di jalan raya sebagai x_i .

Salah satu cara yang paling umum untuk mengukur kecepatan ialah U_i untuk setiap kendaraan di mana $U_i = dx_i/dt$ atau $dx_i/dt = U_i$ untuk $i = 1, 2, 3, \ldots\ldots, N$.

Oleh karena itu jika ada N kendaraan maka ada N perbedaan kecepatan yang masing tergantung pada waktu, jadi $U_i(t)$ dengan $i = 1, 2, 3, 4, \ldots\ldots, N$.

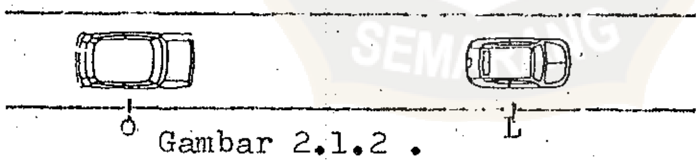
Pada beberapa situasi jumlah kendaraan begitu banyak sehingga sukar untuk mengawasi dan mencatat setiap kendaraan Sebagai pengganti pencatatan kecepatan setiap kendaraan di hubungkan setiap titik dalam kecepatan yang tunggal setiap waktu secara berkala. Sehingga $U(x,t)$ ini disebut sebagai: kecepatan lapangan dan dipakai sebagai pengukuran kecepatan pada saat t oleh pengamat pada posisi tertentu. Pernyataan ini dapat diungkapkan dalam hubungannya dengan matematika adalah :

Kecepatan lapangan $U(x,t)$ pada letak kendaraan $x_i(t)$, kecepatan kendaraannya haruslah $U_i(t)$, jadi :

$$U(\ x_i(t),t\ ) = U_i(t). \qquad (\ 02\ )$$

Adanya sebuah kecepatan lapangan menunjukkan bahwa pada setiap x dan t ada sebuah kecepatan. Dengan demikian model ini tidak mengijinkan mobil-mobil untuk saling mendahului (sejak penyalipan secara serentak harus ada dua perbedaan kecepatan).

Sebagai contoh : Misalkan bahwa ada 2 mobil di jalan raya, yaitu mobil I dan mobil II seperti terlihat dalam gambar 2.1.2.



Gambar 2.1.2 .

Andaikan mobil I bergerak dengan kecepatan 72 Km/jam pada $x = L > 0$ dan $t = 0$,
mobil II bergerak dengan kecepatan 48 Km/jam pada $x = 0$ dan $t = 0$.

Jadi :

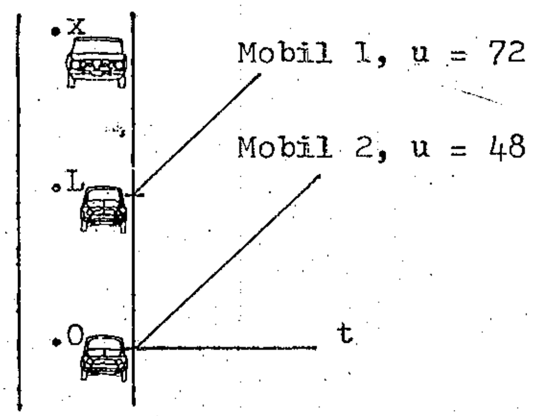
$$\frac{dx_1}{dt} = 72 \qquad \text{untuk} \qquad t > 0 \text{ dan } x_1(0) = L$$

$$\frac{dx_2}{dt} = 48 \qquad \text{untuk} \qquad t > 0 \text{ dan } x_2(0) = 0$$

Hasil pengintegralan dari dua persamaan itu :

$$x_1 = 72\ t + L$$
$$x_2 = 48\ t$$
masing-masing fungsi dari t.

Hasil penggambaran gerakan-gerakan setiap mobil dalam sebuah diagram jarak dan waktu seperti pada gambar 2.1.3.



Gambar 2.1.3 : Jalan raya yang vertikal kadang-kadang tepat untuk sketsa sebab kemiringan lintasan mobil dx/dt adalah kecepatannya.

Dengan cara ini sebuah kecepatan lapangan dapat dibentuk ; U adalah fungsi dari x dan t. Bagaimanapun juga sebuah jalan raya dengan dua mobil, kecepatan U tidak terdefinisi - setiap waktu pada tempat tertentu, artinya kecepatan lapangan tidak selalu sesuai untuk digunakan, kecuali jika ada beberapa kendaraan.

Sebagai contoh dari kemungkinan adanya kecepatan lapangan yang kontinyu :

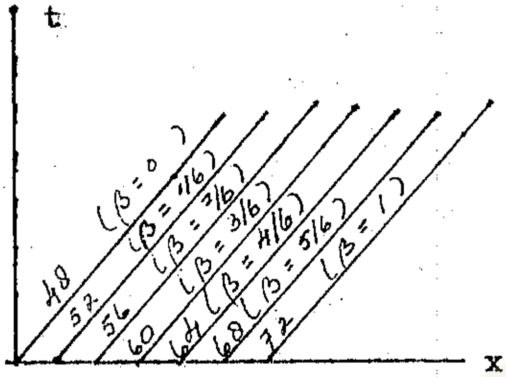
$$U(x,t) = \frac{24\,x + 48\,L}{24\,t + L} \qquad (\ 03\ )$$

(ungkapan ini secara konsekuen terukur jika angka - angka 48 dan 72 mempunyai satuan dari kecepatan-kecepatannya).

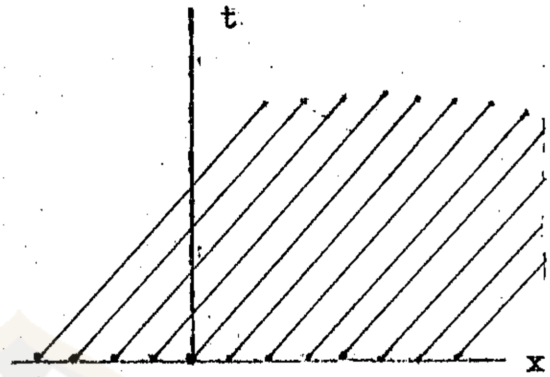
Catatan : Jika $x = 48\ t$ disubstitusikan ke persamaan (03) maka $U = 48$ dan jika $x = 72\ t + L$ maka $U = 72$.

Sebagai sebuah model yang sederhana maka misalkan ada sejumlah tak terhingga kendaraan/mobil yang masing-masing ditandai dengan nomor K. Andaikan pula K = 0 yang dapat disamakan untuk mobil pertama sebelah kiri dan K = 1 dapat disamakan untuk mobil pertama sebelah kanan. Dan jika mobil bertanda K tersebut bergerak dengan kecepatan : $48 + 24\beta$ atau $dx/dt = 48 + 24\beta$ dan mulai pada saat $t = 0$ dan pada posisi B_1 yaitu $x(0) = \beta L$, maka kecepatan mobil-mobil tersebut dari 0 sampai 1 cenderung berjarak teratur, dari 48 sampai 72, yang berawal dari 0 sampai 1. Lihat gambar 2.1.4. Terlihat bahwa cara pemecahan sistim ini adalah hasil dari persamaan differensial kecepatan lapangan yang telah diberikan dalam persamaan (.03.).

Sebuah contoh yang lebih sederhana dari sebuah kecepatan lapangan terjadi jika kendaraan/mobil yang bergerak sepanjang arus lalu lintas dengan sebuah kecepatan yang tetap, V_o seperti yang terlihat dalam gambar 2.1.5.



Gambar 2.1.4 : Sebuah kecepatan lapangan sebagai fungsi tempat dan waktu.



Gambar 2.1.5 : Kecepatan lapangan yang tetap/konstant .

Jelasnya kecepatan lapangan ini digunakan untuk mengira-ngira situasi ini adalah tetap sama V_o, jadi $U(x,t) = V_o$. Konsep-konsep lapangan adalah umum di dalam beberapa bidang, tergantung pada penggunaan keterangan-keterangan lalu lintas dan umumnya orang tertarik pada kecepatan lapangan atau pada kecepatan-kecepatan dari mobil-mobil itu sendiri. Ditegaskan kembali bahwa kecepatan-kecepatan ini adalah sesuai dengan pengertian itu, bahwa :

$$U(\, x_i(t), t \,) = U_i(t) \,.$$

Konsep ini digunakan pula bersama-sama di dalam membicarakan arus lalu lintas .

II.2 Pengukuran-pengukuran hasil pengamatan

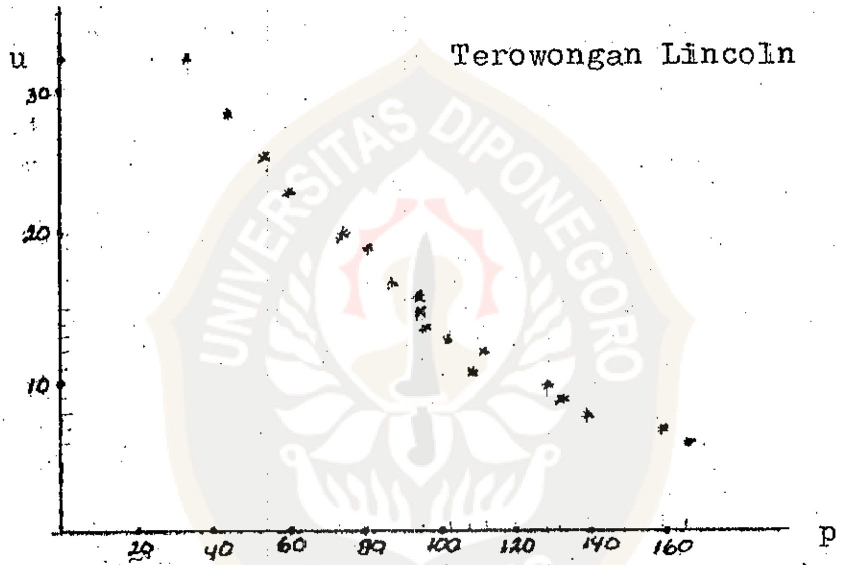
Dalam bagian ini akan dibicarakan beberapa kesaksian berdasarkan pengukuran pengamatan, yang mana bisa memperkuat bukti menurut jenisnya pada bab-bab selanjutnya .
Akan ditunjukkan bahwa kecepatan merupakan fungsi dari kepadatan, kepadatan dan arus merupakan fungsi dari tempat dan waktu .
Pertama : Untuk kecepatan merupakan fungsi dari kepadatan. Sebagai contoh ialah data lalu lintas yang diperoleh Greenberg (hal ini memang disengaja untuk memperjelas arti, dan pula untuk memperoleh data yang sesuai diperlukan sekali

sarana yang cukup), yaitu lalu lintas diukur dalam terowongan Lincoln (perjalan berat terowongan kira - kira panjangnya 3,2 kilometer di bawah sungai Hudson sebagai penghubung New Jersey dan New York) dan Merritt Parkway (terusan yang membagi jalan raya di Connecticut), yang diukur dengan sebuah jarak pendek dan terpisah. Hasilnya dapat dilihat dalam bentuk tabel dan skema dalam gambar 2.2.1.
Contoh data yang diperoleh Greenberg :

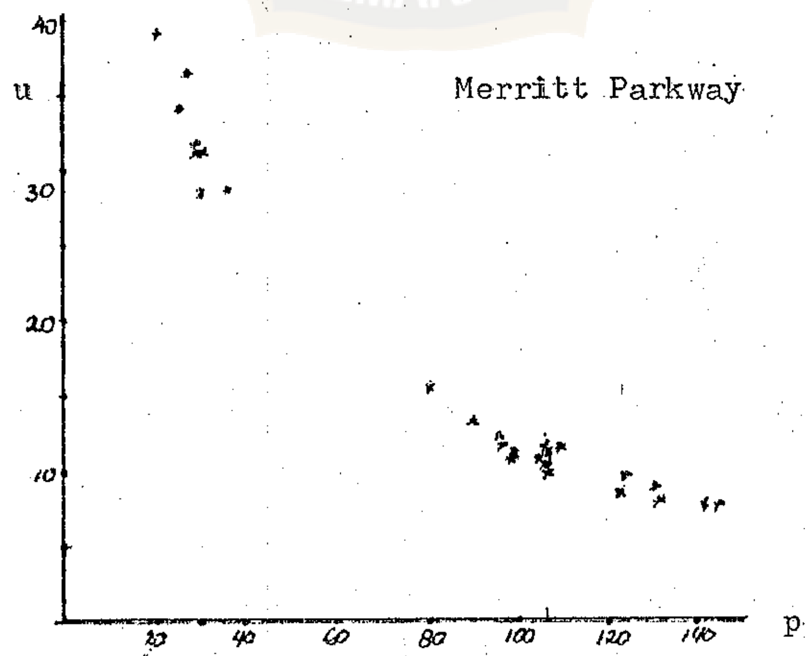
Terowongan Lincoln		Merritt Parkway	
Kecepatan mil/jam	Kepadatan Kendaraan/mil	Kecepatan mil/jam	Kepadatan Kendaraan/mil
32	34	38,8	20.4
28	44	31.5	27.4
25	53	10.6	106.2
23	60	16.1	80.4
20	74	7.7	141.3
19	82	8.3	130.9
17	88	8.5	121.7
16	94	11.1	106.5
15	94	8.6	130.5
14	96	11.1	101,1
13	103	9.8	123.9
12	112	7.8	144.2
11	108	31,8	29.5
10	129	31.6	30.8
9	132	34.0	26.5
8	139	28.9	35.7
7	160	28.8	30.0
6	165	10.5	106.2
		12.3	97.0
		13.2	90.1
		11.4	106.7
		11.2	99.3
		10.3	107.2
		11.4	109,1

Kecepatan tiap kendaraan diperoleh dengan mencatat waktu pada saat setiap mobil melewati seorang pengamat yaitu : $u = d/(t_2-t_1)$, sehingga jarak antara kendaraan dapat dihitung. Dari data, untuk kendaraan yang berjalan antara 14,5 dan 15,5 mil/jam adalah tenang. Sebagai contoh : rata-rata

pada jaraknya untuk mendahulukan kendaraannya dapat dihi- tung. Dan pada umumnya kepadatan rata-rata untuk kendaraan yang berjalan pada 15 mil/jam juga dapat dihitung.
Jadi data menunjukkan hasil penambahan kepadatan lalu lin- tas di bawah kecepatan kendaraannya. Dan di mana kecepatan dan kepadatan nya didapat dalam interval waktu lima menit dan dirata-ratakan (memberikan sebuah kecepatan rata-rata yang merupakan sebuah fungsi dari pada kepadatan rata-rata nya.).



p kepadatan (kendaraan permil).



p kepadatan (kendaraan permil).

Gambar 2.2.1 : Data kecepatan-kepadatan sebenarnya.

Gambar 2.2.2 : Jarak dua pengamat dalam aksi pengukuran & pengamatan

Hal ini dapat memberikan pengaruh pada beberapa perubah dalam kecepatan antara pengemudi mengemudikan kendaraannya di bawah perkiraan yang sama, dalam keadaan padat.
Dalam pengejaannya untuk mengikutkan u(p) adalah dengan pengandaian pada beberapa macam persamaan dari hasil pengamatan . Dan untuk lebih jelasnya lihat bagian II.3 .
Kedua : Ditinjau dahulu tentang arus dan kepadatan apakah merupakan fungsi dari tempat dan waktu ?
Seorang pengamat pada posisi tertentu di jalan raya menghitung jumlah mobil/kendaraan yang lewat dalam waktu yang sudah ditentukan. Seorang pengamat dapat menghitung jumlah rata-rata kendaraan/mobil yang lewat perjam .
Jumlah ini dinamakan arus lalu lintas yang diberi simbol q dan jika jumlah rata-rata kendaraan yang lewat diukur dalam tiap kilometer (jalur) maka ini disebut dengan kepadatan lalu lintas yang diberi simbol p.
Hasil pengukuran di bawah ini diambil di sebuah jalan raya jurusan Semarang - Demak dengan interval waktu 1 jam .
Data koleksi dari Direktorat Bina Program Jalan - Direktorat Jendral Bina Marga Semarang, tanggal 30 Juli 1984 .

Interval waktu	Jumlah kendaraan yang lewat Semarang-Demak	Demak-Semarang	Jumlah total
06.-07.00	240	388	628
07.-08.00	265	446	711
08.-09.00	280	483	763
09.-10.00	362	400	762
10.-11.00	324	366	690
11.-12.00	288	419	707
12.-13.00	321	354	675
13.-14.00	350	356	706
14.-15.00	401	335	736
15.-16.00	407	330	737
16.-17.00	398	352	750
17.-18.00	377	277	654
18.-19.00	277	223	500

20-21	217	228	445
21-22	158	210	368
22-23	169	166	335
23-24	123	125	248
24-01	96	131	227
01-02	72	94	166
02-03	51	74	125
03-04	41	62	103
04-05	53	68	121
05-06	84	94	178

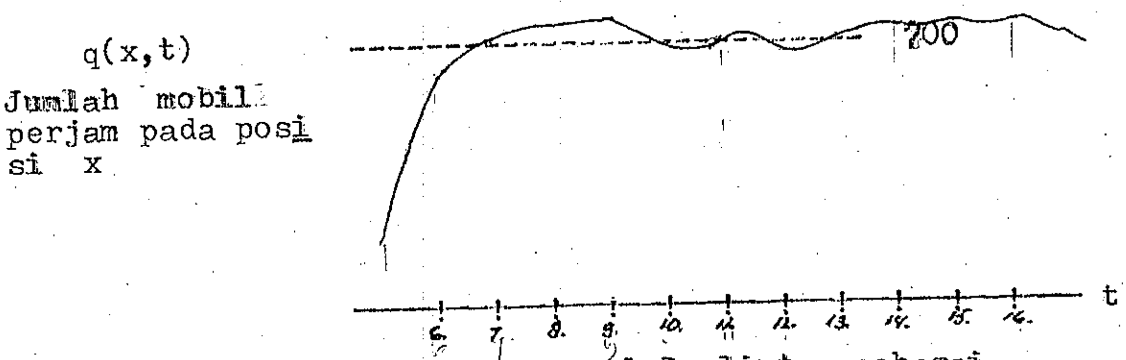
Dari data di atas, arus lalu lintas yang terpadat jurusan: Demak-Semarang terjadi sekitar jam 7.00-8.00 sebanyak 446 kendaraan dan sekitar jam 8,00-9.00 sebanyak 483 kendaraan sedangkan untuk jurusan Semarang-Demak arus terpadat terjadi pada jam 14.00-15.00 dan jam 15.00-16.00 dengan jumlah masing-masing 401 dan 407 kendaraan. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa pada jam-jam tersebut merupakan jam tersibuk bagi arus lalu lintas. Jadi arus lalu lintas dan kepadatan lalu lintas merupakan fungsi dari waktu atau q(t) dan p(t).Demikian pula pada tempat yang berbeda di jurusan tersebut arus mungkin berbeda pula dan akibatnya kepadatannyapun akan berbeda pula. Jadi arus q dan kepadatan p tidak hanya tergantung pada waktu t tetapi juga tergantung pada tempat x sehingga dapat dituliskan sebagai q(x,t) dan p(x,t).

Dengan pengukuran arus lalu lintas setiap satu jam di atas, orang tidak dapat membedakan jenis-jenis dan jumlah lalu lintas yang terjadi pada jangka waktu yang lebih pendek, Sebagai contoh : orang dapat saja mengatakan bahwa pada jam 7.00-7.30 mungkin saja telah terjadi lalu lintas yang ramai sekali dari pada sekitar jam 7.30-8.00. Jika pengukuran waktu yang pendek ada, maka akan terjadi arus yang berubah-ubah secara drastis. Oleh karena itu di ambil suatu pengukuran interval seperti :

1. Cukup lama sehingga banyaknya mobil yang melewati pengamat dalam interval pengukuran (menghapuskan perubahan-perubahan secara drastis).
2. Cukup pendek sehingga variasi-variasi tidak terlalu datar oleh karena jangka waktu terlalu panjang

Gelombang arus lalu lintas seperti terlihat dalam gambar:

2.2.3.

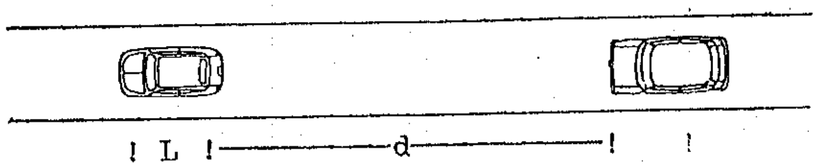


Gambar 2.2.3 : Model arus lalu lintas sebagai fungsi continyu dari t.

Hasil hitungan jumlah kendaraan pada sebuah jalan dengan panjang tertentu, ini mungkin diubah menjadi jumlah mobil perkilometer (perjalur), jumlah ini dinamakan kepadatan mobil p. Dan untuk mudahnya dianggap bahwa seluruh kendaraan yang ada mempunyai panjang yang sama L dan biasa L diukur dalam satuan kilometer. Jika jarak diantara mobil mobil adalah d (panjang d ≠ L dinamakan jarak tersebut). Sebagai ilustrasi lihat gambar 2.2.4, maka kepadatan mobil perkilometer (Km) adalah :

$$p = \frac{1}{L + d} \quad , \qquad (04).$$

hal ini mengingat setiap kilometer dari mobil-mobil/kendaraan dalam susunan ini).



Gambar 2.2.4 : Kepadatan lalu lintas samadengan kebalikan dari jaraknya (p=1/(L+d)).

Sama dengan arus lalu lintas, demikian pula ada kesukaran-kesukaran dengan kepadatan lalu lintas, jika pengukuran dibuat dengan interval yang terlalu pendek.

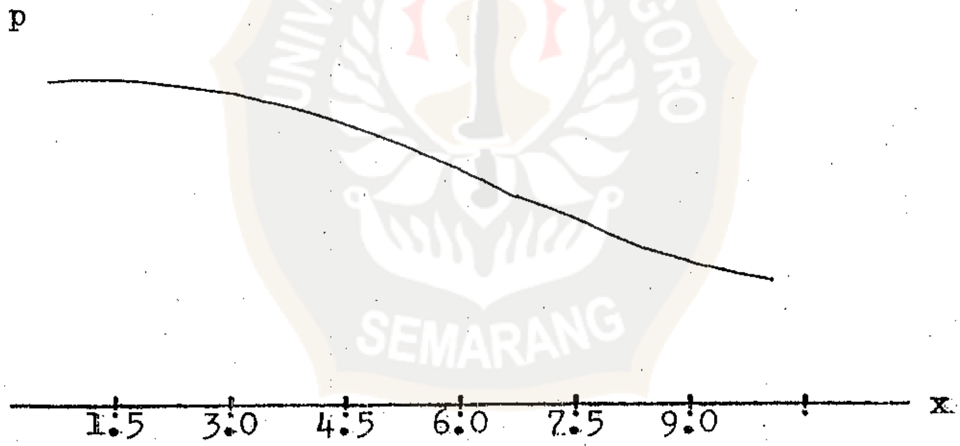
Jika kepadatan lalu lintas p(x,t) dilukiskan sebagai fungsi dari tempat (waktu yang tertentu), secara extreem kepadatan yang secara teratur adalah fungsi yang tidak kontinyu, sebaliknya jika pengukuran dari kepadatan hanya diambil pada jarak yang panjang (misalkan setiap 5 kilometer), maka perubahan kepadatan setempat yang akan diratakan.

Kesimpulan :

Jika pengukuran jarak terlalu besar, maka kepadatan rata-rata yang akan dihitung sehingga kepadatan yang berselang-seling (tidak teratur) tidak dapat dihitung secara tepat.

Jika pengukuran jarak terlalu kecil, maka perubahan-perubahan yang besar dari data lalu lintas menyembunyikan kebutuhan kepadatan yang sesungguhnya.

Jadi pengukuran jarak harus cukup panjang sehingga beberapa kendaraan dapat berada di sana, tetapi cukup kecil sehingga kepadatan yang tidak teratur dapat diukur. Sebagai ilustrasi dari kepadatan yang tergantung pada tempat x, lihat gambar 2.2.5.



Gambar 2.2.5 : Contoh perkiraan kepadatan lalu lintas dalam kilometer 9 (Semarang-Demak-Semarang).

II.3 Arus lalu lintas

Dalam bagian yang lalu telah dibicarakan secara singkat 3 variabel dasar lalu lintas yaitu : kecepatan, kepadatan dan arus lalu lintas. Seperti yang terlihat pada bagian II.2 yaitu bahwa ada suatu hubungan antara kecepatan dengan kepadatan. Oleh karena itu sebagai ilustrasi ditinjau dahulu pengaruh kepadatan lalu lintas terhadap kecepatan kendaraan. Yaitu seiring dengan semakin meningkatnya lalu lintas pada perubahan secara teratur, jumlah kendaraan dengan kecepatan yang lebih rendah akan juga semakin ber-

macam-macam. Adalah lebih mudah untuk menyalip kendaraan yang lebih pelan, maka dari itu kecepatan rata-rata pengemudi tidak kurang dari kecepatan yang diinginkan.
Namun demikian dalam lalu lintas yang berat, pergantian jalur menjadi sulit, dan sebagai konsekwensinya kecepatan rata-rata lalu lintas menjadi lebih rendah.

Dari jenis pengamatan itu, dapat dibuat anggapan dasar yang lebih sederhana yaitu bahwa pada sembarang segmen sepanjang jalan raya, kecepatan kendaraan hanya tergantung pada kepadatan lalu lintas,

$$u = u(p) \qquad (05)$$

(Model matematika ini untuk arus lalu lintas seperti yang diusulkan oleh Lightill, Whithman dan Richard pada th 1950 an).

Jika tidak ada kendaraan lain di jalan raya (berarti kepadatan lalu lintas sangat rendah), maka kendaraan akan berjalan dengan kecepatan maksimum, u_{max}.

Jadi : $$u(0) = u_{max} , \qquad (06)$$

u_{max} kadang-kadang menunjukkan " kecepatan bebas rata-rata " yaitu bahwa kecepatan kendaraan apabila tidak ada gangguan dari kendaraan lainnya atau kepadatan lalu lintasnya sama dengan " nol ". Namun demikian seiring dengan meningkatnya kepadatan lalu lintas (semakin banyak kendaraan tiap kilometer atau jalur), maka sedikit demi sedikit adanya kendaraan yang lain akan memperlambat jalannya kendaraan. Dan seterusnya, semakin kepadatan meningkat terus maka kecepatan kendaraan akan terus berkurang, dan jadi :

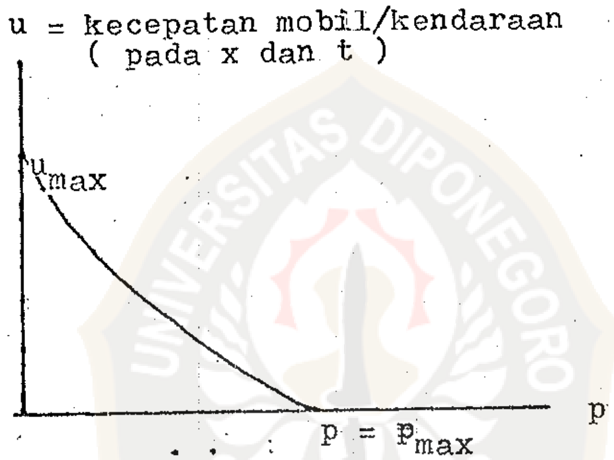
$$\frac{\partial u}{\partial p} = u'(p) < 0 \qquad (07)$$

Dan kejadian selanjutnya akan terjadi suatu kepadatan yang maksimum yaitu p_{max} , dan $p_{max} = 1/L$ sehingga kecepatan lapangannya menjadi nol atau

$$u(p_{max}) = 0 , \qquad (08)$$

Keterangan : p_{max} biasanya disebut sebagai " saling bersentuhan bemper " (bumper to bumper traffic) dan L adalah panjang rata-rata kendaraan.

Hal itu bukan berarti bahwa ketergantungan kecepatan terhadap kepadatan adalah sama untuk semua keadaan jalan raya, dan batas kecepatannya pun tidak perlu konstan sebab dari segmen yang berbeda dari jalan raya yang sama mungkin akan diperoleh hubungan yang berbeda. Dan sebagai konsekwensinya jenis kurva secara umum diperlihatkan dalam gambar 2.3.1. Seperti yang telah disebutkan terdahulu yaitu : kurva kecepatan-kepadatan akan secara tetap berkurang sampai $u'(p) < 0$



Gambar 2.3.1 : Kecepatan kendaraan berkurang seiring dengan meningkatnya kepadatannya.

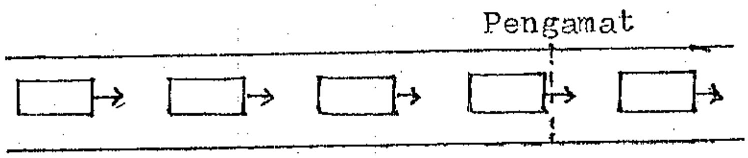
Anggapan-anggapan lain :

Jika $u = u(p)$, maka kendaraan dengan kecepatan tinggi pada waktu mendekati jalur yang lebih lambat harus memperlambat jalannya sendiri (perlambatan kendaraan apabila ada halangan di depan).

Teori ini tidak mempertimbangkan bahwa dalam suatu jalan raya yang mempunyai banyak jalur, menyalip memang tidak hanya diijinkan tetapi memang sering terjadi. Agar teori ini menjadi perkiraan yang cukup baik, maka akibat dari menyalipnya kendaraan haruslah kecil, sebagai contoh : pada jalan raya satu jalur, terowongan, jalan raya yang sangat padat lalu lintasnya dan pada gangguan lalu lintas lainnya.

Jadi model di atas tidak mempertimbangkan reaksi pengemudi yang terbatas dalam hal waktu, baik dalam hal mengendarai maupun memberikan respon untuk memperlambat atau mempercepat kendaraannya. Pengaruh-pengaruh ini mungkin juga bisa dimasukkan dalam model matematika yang lebih tinggi.

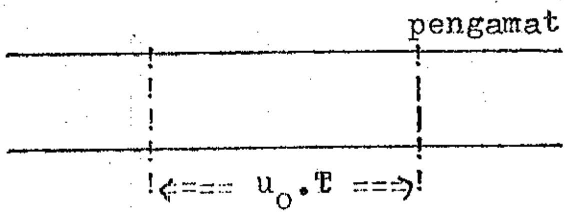
Untuk membuat model arus lalu lintas, pertama - tama dipikirkan satu kemungkinan yang paling sederhana dari situasi lalu lintas dan andaikan pada suatu jalan, lalu lintas sedang bergerak pada kecepatan yang tetap u_o dengan kepadatan yang tetap p_o, seperti yang terlukis dalam gambar 2.3.2.



Gambar 2.3.2 : Arus kendaraan/mobil yang kostant.

Hal ini setiap mobil bergerak pada kecepatan yang sama, jarak mobil-mobil tetap tidak berubah. Oleh karena itu kepadatan lalu lintasnya tidak berubah.
Bagaimana arus kendaraan itu ? Lihat seorang pengamat yang sedang mengukur arus lalu lintas (jumlah kendaraan yang melewati pengamat perjam). Dalam T jam setiap mobil harus menempuh jarak $u_o.T$ (bergerak pada kecepatan yang tetap, jarak perjalanan sama dengan kecepatan dikalikan waktu), dengan demikian sejumlah mobil yang melewati pengamat dalam T jam akan menempuh jarak sejauh u_oT, lihat gambar 2.3.3. Sebab p_o adalah jumlah mobil perkilometer/perjalur(segmen) dan ada u_oT kilometer, maka p_ou_oT adalah jumlah mobil yang melewati pengamat dalam T jam.
Jadi jumlah mobil perjam yang telah dinamakan arus lalulintas, q adalah :

$$q = p_o.u_o.$$



Gambar 2,3.3 : Jarak sebuah mobil, bergerak pada kecepatan konstan, ditempuh dalam T jam.

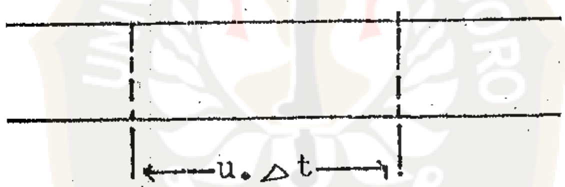
Meskipun hal ini telah didapat dari penyederhanaan kasus hingga menjadi sangat sederhana, akan terlihat bahwa ini merupakan hukum dasar dari :

ARUS LALU LINTAS = (KECEPATAN LAPANGAN).(KEPADATAN LALU-LINTAS).

Jika variabel-variabel lalu lintas tergantung pada x dan t yaitu $u(x,t)$, $p(x,t)$ dan $\ddot{u}(x,t)$ maka akan terlihat bahwa :

$$q(x,t) = p(x,t).u(x,t). \qquad (09)$$

Cara yang mudah untuk melihat ini ialah dengan menganggap sejumlah mobil/kendaraan yang melewati $x = x_o$ dalam waktu yang sangat pendek Δt, yaitu antara t_o dan $t_o + \Delta t$ dalam waktu yang singkat itu mobil tidak dapat bergerak jauh dan oleh karena itu $u(x,t)$, dan $p(x,t)$ dapat mendekati konstant dan harganya menjadi $x = x_o$ dan $t = t_o$.
Dalam waktu yang singkat mobil-mobil mengambil jarak pendek seperti yang terlihat dalam gambar 2.3.4.
Jumlah mobil yang lewat kira-kira $u(x,t).\Delta t.p(x,t)$.
Jadi persamaan arus lalu lintas cenderung pada persamaan (09).



Gambar 2.3.4 : Jarak pendekatan sebuah mobil ditempuh dalam t jam.

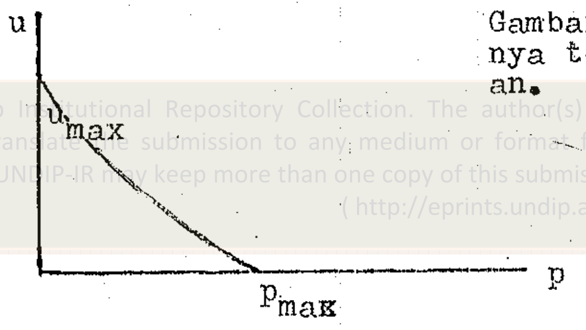
Jadi sebagai konsekwensinya ketiga variabel dasar lalu lintas, kepadatan $p(x,t)$, kecepatan $u(x,t)$ dan arus $q(x,t)$ dihubungkan oleh persamaan (09).

Jadi dengan demikian jika $u' = u(p)$, kecepatan tergantung pada kepadatan maka arus juga akan tergantung pada kepadatannya, lihat gambar 2.3.5. (kecepatan-kepadatan).

Jadi : $$q = p.u(p) \qquad (10)$$

Demikian arus mempunyai besaran-besaran umum yang tertentu dan arus mungkin dapat menjadi nol dengan 2 cara :

1. Jika tidak ada lalu lintas, $p = 0$
2. Jika lalu lintas tidak bergerak $u = 0$ dan jadi $p = p_{max}$.

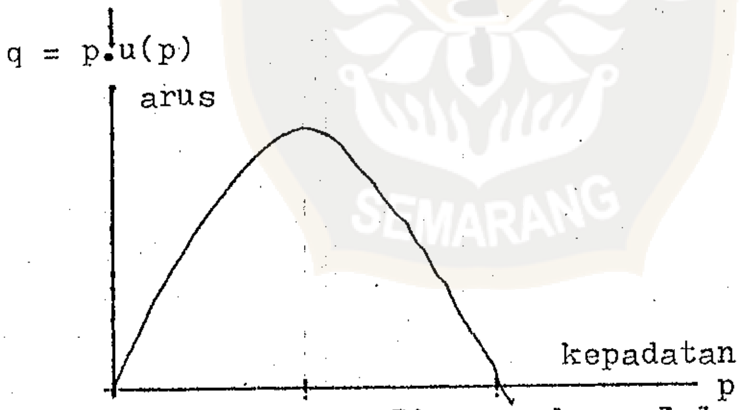


Gambar 2.3.5 : kecepatan hanya tergantung pada kepadatan.

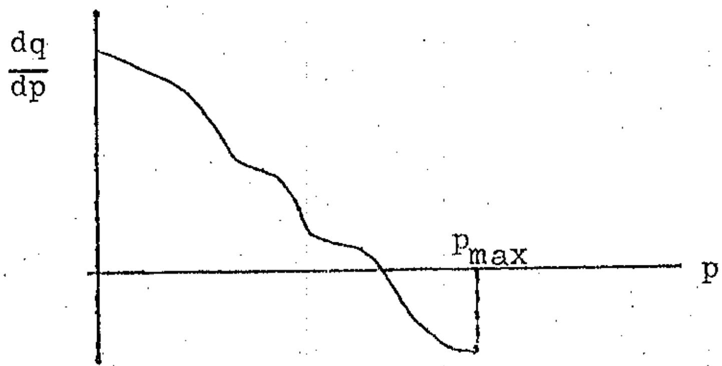
Untuk harga-harga lain dari kepadatan yaitu : $0 < p < p_{max}$, arus lalu lintas pasti selalu positip. Jadi pada umumnya, ketergantungan arus lalu lintas pada kepadatan lalu lintas digambarkan dalam gambar 2.3.5. Hubungan arus - kepadatan ini kadang-kadang disebut sebagai " Diagram Pokok dari Jalan raya " (Fundamental Diagram of Road Traffic). Hal ini menunjukkan bahwa suatu arus lalu lintas yang maksimum timbul, karena adanya suatu kepadatan, seperti yang terlukis dalam gambar 2.3.5 yaitu bahwa :

$$\frac{d^2q}{dp^2} < 0$$

Dengan kata lain dianggap bahwa $\frac{dq}{dp}$ berkurang seiring dengan meningkatnya p, seperti yang ditunjukkan dalam gambar 2.3.6. Harga mutlak maksimum dari arus hanya terjadi pada titik maksimum lokal.

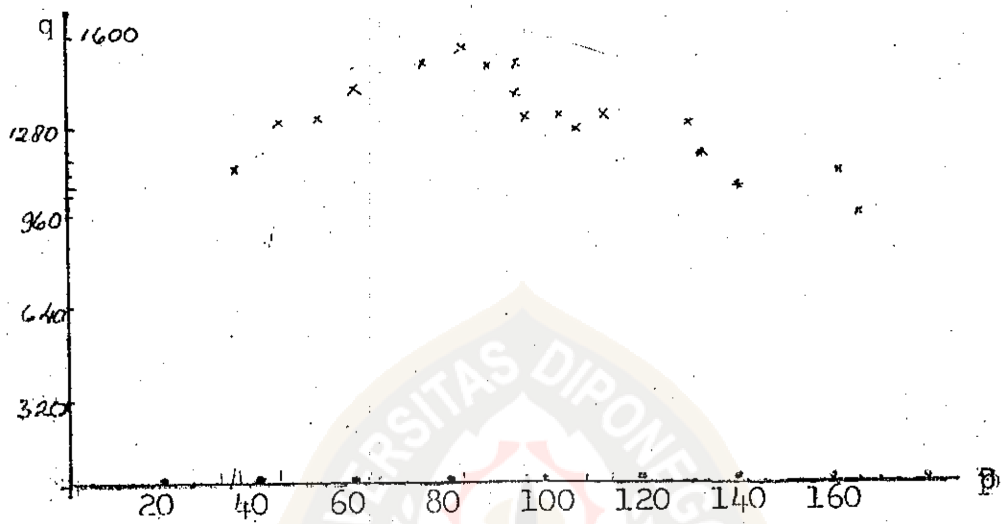


Gambar 2.3.5 : Diagram dasar lalu lintas jalan raya



Gambar 2.3.6 : dq/dp berkurang seiring dengan meningkatnya p.

Dari data terowongan Lincoln menunjukkan bahwa arus lalu lintas maksimum dari sekitar 1558 kendaraan tiap jam, yang timbul pada kepadatan 82 tiap mil dan bergerak dengan kecepatan sekitar 19 mil/jam. Dari data terowongan Lincoln gambar 2.3.7 dapat disimpulkan bahwa harga arus maksimum yang terjadi teramati.

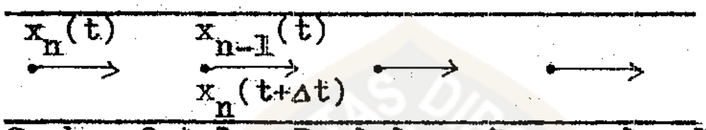


Gambar 2.3.7 : Hubungan arus-kepadatan dari data terowongan Lincoln.

Jika kepadatan hampir mencapai nol, maka lalu lintas biasanya bergerak dalam kecepatan maksimum u_{max} . Bahkan bersamaan dengan meningkatnya kepadatan, kecepatan hampir tidak berubah yaitu u_{max} . Jadi untuk kepadatan kecil, arus q dapat diperkirakan dengan $u_{max}.p$, yang meningkat secara linier terhadap kepadatan.
Untuk memperbaiki effesiensi lalu lintas, lalu lintas seharusnya dipaksa sedemikian rupa agar bergerak pada kepadatan (dan kecepatan) yang berhubungkan dengan arus maksimum. Untuk menggambarkan penerapan dari konsep ini , pandanglah suatu keadaan di mana banyak kendaraan menunggu untuk masuk sebuah terowongan. Anggaplah bahwa kendaraan seperti biasanya terjadi, bergerak dengan kecepatan lebih rendah dari pada kecepatan yang menyebabkan arus maksimum (lebih banyak kendaraan tiap kilometer/jalur dari pada seharusnya effektip). Dengan adanya suatu sinyal (isarat) yang bertugas memberhentikan dan membiarkan jalan (dalam suatu interval menghasilkan kepadatan yang berhubungan dengan arus maksimum) akan menghasilkan arus yang meningkat.

II.4 Model iringan kendaraan yang tetap

Pandanglah kendaraan ke n di jalan raya, yaitu $x_n(t)$. Seperti di bagian yang lalu, dapat dianggap kendaraan-kendaraan itu tidak dapat saling mendahului (ini merupakan anggapan yang agak tergesa-gesa). Sekarang terima saja bahwa masing-masing gerakan kendaraan hanya tergantung pada kendaraan yang ada di depannya. Teori-teori tentang hal semacam disebut " model-model iringan kendaraan yang tetap ".
Dalam model semacam itu, lihat gambar 2.4.1 ;



Gambar 2.4.1 : Posisi masing-masing kendaraan yang merupakan fungsi dari waktu.

Kecepatan kendaraan ke n :

$$u = \frac{\Delta x_n}{\Delta t} = \frac{x_n(t+\Delta t) - x_n(t)}{\Delta t}$$

dan ambil limitnya untuk $\Delta t \longrightarrow 0$, maka :

$$u = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x_n(t+\Delta t) - x_n(t)}{\Delta t} = \frac{dx_n(t)}{dt},$$

sehingga percepatan/perlambatan kendaraan ke n yang merupakan perubahan kecepatan antara waktu t dan $t+\Delta t$ untuk Δt kecil/mendekati nol, maka percepatan/perlambatan a adalah

$$a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{u(t+\Delta t) - u(t)}{\Delta t} = \frac{\dfrac{dx_n(t+\Delta t)}{dt} - \dfrac{dx_n(t)}{dt}}{\Delta t} \qquad *)$$

dan ambil limitnya untuk $\Delta t \longrightarrow 0$, maka :

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{u(t+\Delta t) - u(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\dfrac{dx_n(t+\Delta t)}{dt} - \dfrac{dx_n(t)}{dt}}{\Delta t}$$

$$a = \frac{du}{dt} = \frac{d}{dt} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x_n(t+\Delta t) - x_n(t)}{\Delta t} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx_n(t)}{dt}\right).$$

Karena jika dianggap pada posisi $x_n(t+\Delta t) \approx x_{n-1}(t)$, maka dari persamaan *) dapat diturunkan suatu persamaan untuk percepatan/perlambatan a :

$$a = \frac{du}{dt} = \frac{d^2x_n}{dt^2} = \frac{1}{\Delta t}\left(\frac{dx_{n-1}(t)}{dt} - \frac{dx_n(t)}{dt}\right) \quad \text{atau}$$

$$a = \frac{d^2x_n(t)}{dt^2} = -A\left[\frac{dx_n(t)}{dt} - \frac{dx_{n-1}(t)}{dt}\right] \qquad (11)$$

untuk $A = 1/\Delta t$, yang merupakan kepekaan para pengemudi di dalam mengemudikan kendaraannya.

Jika kendaraan yang mengikuti berjalan lebih cepat dari pada kendaraan yang di depannya, maka kendaraan yang diikuti akan memperlambat kecepatannya (jadi $a > 0$). Semakin besar kecepatan relatifnya (bagian kanan dari persamaan 11), semakin besar pula kendaraan di belakang mempercepat atau memperlambat jalannya. Namun demikian persamaan (11) menyatakan bahwa percepatan/perlambatan itu terjadi secara tiba-tiba. Untuk itu dicoba untuk memberikan kelonggaran waktu sebelum seorang pengemudi mengadakan reaksi untuk merubah kecepatan relatifnya.
Proses ini dibuat model dengan menjelaskan percepatan pada waktu yang agak belakang (penundaan waktu) :

$$\frac{d^2x_n(t+T)}{dt^2} = -A\left[\frac{dx_n(t)}{dt} - \frac{dx_{n-1}(t)}{dt}\right] \qquad (12)$$

di mana T adalah waktu reaksi. Secara matematika, persamaan (12) mewakili suatu sistim Persamaan Differensial Biasa dengan penundaan waktu, yang disebut sebagai sistim : Persamaan Differensial Tertunda.
Dengan mengintegralkan persamaan (12) dihasilkan :

$$\frac{dx_n(t+T)}{dt} = -A\left[x_n(t) - x_{n-1}(t)\right] + d_n$$

suatu persamaan yang menghubungkan antara kecepatan kendaraan dengan jarak antara kendaraan satu dengan lainnya dianggap semuanya sama, jadi $d_n = d$ dan :

$$u = \frac{dx_n(t+T)}{dt} = -A\left[x_n(t) - x_{n-1}(t)\right] + d\,.$$

Karena : $x_{n-1}(t) - x_n(t) = 1/p$, maka :

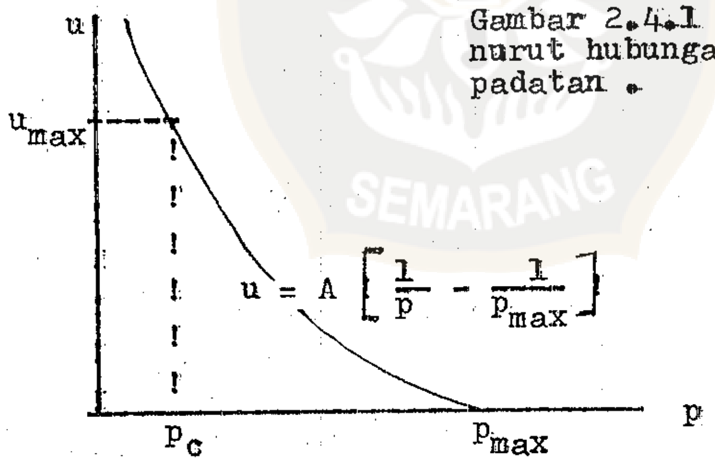
$u = A/p + d$, dan dipilih konstanta sembarang d, sedemikian hingga kepadatannya maximum, yaitu $p = p_{max}$ dan $u(p_{max}) = 0$. Sehingga :

$$u = 0 = \frac{A}{p_{max}} + d \Longrightarrow d = -\frac{A}{p_{max}}$$

Jadi hubungan kecepatan-kepadatan ditunjukkan oleh persamaan :

$$u = A \left[\frac{1}{p} - \frac{1}{p_{max}} \right] \qquad (13)$$

yang dilukiskan dalam gambar 2.4.1.
Persamaan (13) kelihatannya bisa diterima untuk kepadatan yang besar, misalkan $p = p_{max}$. Namun demikian persamaan itu hanya dapat diterima untuk meramalkan kecepatan yang tidak terhingga untuk kepadatan nol :



Gambar 2.4.1 : Kedudukan menurut hubungan kecepatan-kepadatan .

Masalah tersebut bisa diatasi dengan mengatakan bahwa model ini tidak berlaku untuk kepadatan yang kecil dengan beberapa alasan sebagai berikut :

Untuk kepadatan yang kecil, maka perubahan kecepatan kendaraan tidak tergantung oleh kendaraan di depannya Melainkan batas kecepatan kendaraan pada kepadatan yang lebih kecil .

Jadi dapat ditarik kesimpulan bahwa persamaan (13) hanya berlaku untuk kepadatan yang besar. Untuk kepadatan yang kecil mungkin u hanya dibatasi oleh batas kecepatan : $u = u_{max}$, dan dipilih kepadatan kritis p_c sedemikian hingga kecepatan merupakan fungsi kontinue dari kepadatan, seperti yang terlihat dalam gambar 2.4.1 .

Jadi kecepatan u :

$$u = \begin{cases} u_{max} & p < p_c \\ A\left[\frac{1}{p} - \frac{1}{p_{max}}\right] & p > p_c \end{cases}$$

dan arus $q = p.\, u(p)$:

$$q = \begin{cases} p.\, u_{max} & p < p_c \\ p.\, A\left[\frac{1}{p} - \frac{1}{p_{max}}\right] & p > p_c \end{cases}$$

Untuk mencari harga A, pertimbangkan dulu dua orang pengemudi dengan masing-masing mengendarai kendaraannya dalam kecepatan 32 km/jam lebih cepat dari pada kendaraan yang ada di depannya. Pengemudi pertama berada 160 meter di belakang suatu kendaraan di depannya, dan pengemudi ke dua berada 8 meter di belakang kendaraan lain yang berada di depannya. Pada umumnya telah diketahui bahwa kedua pengemudi itu akan memperlambat kendaraannya dengan cara berbeda. Percepatan atau perlambatan yang dilakukan pengemudi juga tergantung pada jaraknya dengan kendaraan yang berada di depannya. Semakin dekat seorang pengemudi mengendarai kendaraannya dengan kendaraan yang di depannya, semakin keras reaksinya terhadap kecepatan relatif yang diamati.
Jadi cara yang termudah untuk membuat model semacam ini adalah dengan mengambil kepekaan yang merupakan kebalikkan dari pada jaraknya ,

$$A = \frac{c}{x_{n-1}(t) - x_n(t)} ,$$

substitusikan ke persamaan (12) diperoleh :

$$\frac{d^2x_n(t+T)}{dt^2} = c\, \frac{\frac{dx_n}{dt} - \frac{dx_{n-1}(t)}{dt}}{x_n(t) - x_{n-1}(t)} .$$

Dengan urutan cara pengerjaan di atas diperoleh :

$$\frac{dx_n(t+T)}{dt} = c \ln \left[x_n(t) - x_{n-1}(t) \right] + d$$

$$u(p) = -c \ln p + d \text{, di mana } d = c \ln p_{max}$$

$$u(p) = -c (\ln p - \ln p_{max})$$

$$u(p) = -c \ln \frac{p}{p_{max}} \qquad \text{dan}$$

$$q = p.u(p) = -cp \ln \frac{p}{p_{max}}$$

$$\frac{dq}{dp} = -c \left[\ln \frac{p}{p_{max}} + 1 \right]$$

Jika $\frac{dq}{dp} = 0$, maka arus lalu lintas maksimum terjadi pada :

$$p = \frac{p_{max}}{e} \text{ , dan kecepatannya sebesar :}$$

$$u\left(\frac{p_{max}}{e} \right) = c \text{ .}$$

Oleh karena itu arusnya akan sebesar :

$$q = p.u = \frac{p_{max}}{e}.c = k\, p_{max} \text{ .} \qquad (14)$$

Contoh-contoh lain dari teori-teori pada iringan kendaraan yang mirip telah dirumuskan oleh para ahli lalu lintas, yang banyak membantu untuk menerangkan hubungan antara aksi individu dari setiap pengemudi dan sifat-sifat umum para pengemudi yang dijelaskan oleh kurva kecepatan-kepadatan.