

BAB II
ANUITAS JIWA YANG BERUBAH DAN
PREMI YANG BERUBAH

I. ANUITAS JIWA YANG BERUBAH SATU KALI.

Dalam prakteknya anuitas jiwa ada yang berubah, yaitu anuitas jiwa yang berubah satu kali, anuitas jiwa yang berubah tahunan dan anuitas jiwa yang dalam suatu jangka waktu berubah dan pada jangka waktu yang lain tetap.

Disini akan dibicarakan anuitas jiwa due yang berubah sekali. Anuitas jiwa biasa yang berubah sekali dalam prakteknya ada tetapi jarang dipakai.

Premi tunggal netto dari anuitas yang berubah, anuitas jiwa yang berubah atau pertanggungan yang berubah yaitu v dan dipergunakan di depan a , atau A kedua huruf ini berada didalam tanda kurung kemudian diikuti dengan waktu dan umur. Premi tunggal netto dari anuitas jiwa due yang berubah selama n tahun dari jiwa (x) diberikan oleh $(va_{x:n})$, lambang ini tidak menunjukkan besarnya pembayaran dan juga tidak menunjukkan cara pengantiannya. Ini adalah kebalikan dari lambang $(Da)_{\overline{n}|}$ dan $(Ia)_{\overline{n}|}$ dimana yang pertama berarti pembayaran terkecil sebesar 1 dan yang kedua kenaikan tahunan atau penurunan tahunan sebesar 1.

Disamping huruf v juga ada huruf v dimana

$$v = A_{\overline{n}|} \qquad v = A_{\overline{n}|}$$

Pemakaian v tidak dipakai disini.

$A_{\overline{n}|}$ adalah faktor diskonto dari perhitungan bunga yang penting untuk pertanggungan yang dipertanggunghkan.

Lambang $A_{x:n}$ adalah faktor diskonto untuk premi tunggal netto dari pertanggungan pada waktu masih hidup.

Premi tunggal netto dari anuitas jiwa due selama n

tahun dimana pembayaran pada m tahun pertama adalah dua kali besarnya dari sisanya $(n-m)$ tahun.

Lambangnyanya adalah $(va)_{x:\overline{n}|}$ dan jika pembayaran pertama sebesar 2 maka didapatlah :

$$(va)_{x:\overline{n}|} = 2A_{x:\overline{1}|} + 2A_{x:\overline{2}|} + \dots + 2A_{x:\overline{m-1}|} + A_{x:\overline{m}|} + \dots + A_{x:\overline{n-1}|}$$

juga

$$(va)_{x:\overline{n}|} = 2a_{x:\overline{m}|} + a_{x:\overline{n-m}|} = a_{x:\overline{m}|} + a_{x:\overline{n}|}$$

Jika pembayaran pada tahun m tahun pertama adalah dua kali lebih kecil dari sisanya $(n-m)$ tahun maka

$$(va)_{x:\overline{n}|} = a_{x:\overline{m}|} + 2a_{x:\overline{n-m}|} = 2a_{x:\overline{m}|} - a_{x:\overline{m}|}$$

Pada peristiwa pertama anuitas jiwa sebesar 2 setelah m tahun turun menjadi sebesar 1, pada peristiwa kedua anuitas jiwa sebesar 1 setelah m tahun naik menjadi sebesar 2.

Jika bunga pada m tahun yang pertama sebesar p lebih besar atau lebih kecil dari sisanya $(n-m)$ tahun maka premi tunggal nettonya adalah :

$$(va)_{x:\overline{n}|} = a_{x:\overline{n}|} \pm pa_{x:\overline{m}|}$$

Pada peristiwa pertama adalah anuitas $1+p$ dimana sesudah m tahun turun hingga 1, pada peristiwa kedua adalah anuitas $1-p$ dimana sesudah m tahun naik menjadi 1.

II. PREMI YANG BERUBAH SATU KALI.

Terdapatlah suatu bentuk premi dari pertanggungan yang membentuk anuitas jiwa due dimana tidak dibayar oleh penanggung tetapi kepada pananggung, maka disini akan dibiarkan premi yang berubah satu kali.

Peristiwa dimana premi hanya turun satu kali bentuknya adalah sebagai berikut tertanggung ingin mengganti pembayaran premi tahunan P yang selalu sama selama n tahun dengan pembayaran sekali yang ditetapkan oleh tertanggung sendiri dengan jumlah yang ^{lebih} besar yaitu B kemudian diikuti dengan premi tahunan p selama $(n-1)$ tahun yang dengan sendirinya lebih kecil dari P .

p didapat dari :

$$B + p a_{x\overline{n-1}|} = P a_{x\overline{n}|}$$

Sehingga

$$p = \frac{P a_{x\overline{n}|} - B}{a_{x\overline{n-1}|}$$

Peristiwa dimana premi hanya naik satu kali lain dengan peristiwa diatas .

Penanggung ingin mengganti pembayaran premi tahunan P yang selalu sama selama n tahun dengan premi p yang selalu sama selama m tahun yang lebih kecil dari P kemudian diikuti dengan premi $'P$ yang sama selama $(n-m)$ tahun yang dengan sendirinya lebih besar dari P .

Disini $n > 1$.

$'P$ didapat dari

$$p a_{x\overline{m}|} + 'P a_{x\overline{n-m}|} = P a_{x\overline{n}|}$$

$$p = \frac{Pa_{x:m} - pa_{x:m}}{a_{x:m} - a_{x:m}}$$

Jika penanggung mengabaikan provisi dan biaya yang telah dikeluarkan maka misalnya ada seorang tertanggung yang menutup salah satu jenis pertanggungan kematian dengan pembayaran premi yang direndahkan selama 5 tahun pertama maka p itu tidak boleh lebih rendah dari premi netto untuk pertanggungan kematian selama 5 tahun.

Jika p dapat dipilih sekehendak hati maka tertanggung akan memilih pertanggungan kematian dengan premi serendah-rendahnya dan setelah beberapa tahun tertanggung akan menghentikan pertanggungannya.

Disini penanggung akan sangat rugi karena dia tidak akan mendapat provisi disamping itu biaya yang telah dikeluarkan tidak tertutup. Jadi p tidak dapat dipilih serendah sekehendak hati tertanggung.

III. ANUITAS JIWA DUE TERBATAS DENGAN PENURUNAN TERATUR.

Yang dimaksud dengan anuitas jiwa yang berubah teratur yaitu anuitas jiwa dimana pembayaran untuk tiap waktu pembayaran berubah dengan suatu jumlah yang sama dengan pembayaran terkecil.

Perubahan yang teratur dapat diartikan sebagai penurunan teratur atau kenaikan teratur.

Suatu anuitas jiwa dengan penurunan selama n tahun adalah suatu anuitas jiwa yang dimulai dengan 1 setiap tahun turun

sebesar 1 dan berakhir sebesar 1 . Suatu anuitas jiwa dengan kenaikan selama n tahun adalah su-

atu anuitas jiwa yang dimulai 1 , setiap tahun naik sebesar

Disini akan dibicarakan anuitas jiwa dengan perubahan segera.

Rumus dari lambang anuitas dapat diganti dengan lambang anuitas jiwa yang berkorespondensi jika lambang nilai tunai pembayaran tertentu segera juga diganti dengan lambang premi tunggal netto dari pertanggungan pada waktu hidup.

$$(\overline{D}a)_{x:\overline{4}|} = \sum_{b=1}^4 a_{x:b|} = 4A_{x:\overline{1}|} + 3A_{x:\overline{2}|} + 2A_{x:\overline{3}|} + A_{x:\overline{4}|}$$

Dan juga digabungkan dengan

$$(\overline{D}a)_{\overline{n}|} = \sum_{b=1}^n a_{b|}$$

$$(\overline{D}a)_{\overline{n}|} = nA_{\overline{1}|} + (n-1)A_{\overline{2}|} + \dots + 2A_{\overline{n-2}|} + A_{\overline{n-1}|}$$

$$(\overline{D}a)_{\overline{1}|} = a_{\overline{1}|} = A_{\overline{1}|} = 1$$

$$(\overline{D}a)_{\overline{n}|} = (\overline{D}a)_{\overline{n-1}|} + a_{\overline{n}|}$$

Menjadi

$$(45) \quad (\overline{D}a)_{x:\overline{n}|} = \sum_{b=1}^n a_{x:b|}$$

$$(46) \quad (\overline{D}a)_{x:\overline{n}|} = nA_{x:\overline{1}|} + (n-1)A_{x:\overline{2}|} + \dots + 2A_{x:\overline{n-2}|} + A_{x:\overline{n-1}|}$$

$$(47) \quad (\overline{D}a)_{x:\overline{1}|} = a_{x:\overline{1}|} = A_{x:\overline{1}|} = 1$$

$$(48) \quad (Da)_{x:\overline{n}|} = (Da)_{x:\overline{n-1}|} + a_{x:\overline{n}|}$$

Tidak ada rumus yang sesuai dengan rumus anuitas $(Da)_{x:\overline{n}|} = \frac{n-a_n}{d}$

Premi tunggal dari anuitas dengan penurunan dapat diambil dari rumus

$$a_{\overline{n}|} = \frac{1 - A_{\overline{n}|}}{d}$$

Yang dihasilkan oleh

$$A_{\overline{n}|} = 1 - da_{\overline{n}|}$$

Dan rumus ini tidak dapat dipakai jika berubah dari pembayaran tetap ke pembayaran pada waktu hidup.

$$A_{x:\overline{n}|} \neq 1 - da_{x:\overline{n}|}$$

Karena telah dikatakan

$$A_{x:\overline{n}|} = 1 - da_{x:\overline{n}|}$$

IV. ANUITAS JIWA TERBATAS DENGAN KENAIKAN TERATUR.

Lambang anuitas dapat diganti dengan lambang anuitas jiwa yang berkorespondensi jika lambang untuk nilai tunai dari pembayaran tetap juga diganti dengan lambang untuk premi tunggal netto dari pertanggungan pada waktu hidup.

Contohnya yaitu :

$$(Ia)_{x:\overline{4}|} = 5a_{x:\overline{4}|} \quad (Da)_{x:\overline{4}|} = A_{x:\overline{4}|}^1 + 2A_{x:\overline{3}|}^1 + 3A_{x:\overline{2}|}^1 + 4A_{x:\overline{1}|}^1$$

Dan yang sesuai dengan :

$$(Ia)_{\overline{n}|} = (n+1)a_{\overline{n}|} - (Da)_{\overline{n}|}$$

Dan

$$(Ia)_{\overline{n}|} = A_{\overline{0}|} + 2A_{\overline{1}|} + \dots + (n-1)A_{\overline{n-2}|} + nA_{\overline{n-1}|}$$

Yaitu

(49)
$$(Ia)_{x\overline{n}|} = (n+1)a_{x\overline{n}|} - Da_{x\overline{n}|}$$

Dan (50)

$$(Ia)_{x\overline{n}|} = A_{x\overline{0}|} + 2A_{x\overline{1}|} + \dots + (n-1)A_{x\overline{n-2}|} + nA_{x\overline{n-1}|}$$

Tidak ada rumus yang sesuai dengan rumus anuitas

$$(Ia)_{\overline{n}|} = \frac{a_{\overline{n}|} - nA_{\overline{n}|}}{d}$$

Anuitas dengan kenaikan dapat dianggap sebagai jumlah dari anuitas-anuitas yang dipertanggungkan secara sama dimana pertanggungkannya setiap tahun berkurang setahun dan waktunya terus bertambah setahun.

Hal diatas berlaku jika pembayaran tergantung dari hidup (x) yang sesuai dengan

$$(Ia)_{\overline{n}|} = \sum_{b=1}^n n-b|a_{\overline{b}|} = \sum_{b=0}^{n-1} b|a_{\overline{n-b}|}$$

Yaitu

(51)
$$Ia_{x\overline{n}|} = \sum_{b=1}^n n-b|a_{x\overline{b}|} = \sum_{b=0}^{n-1} b|a_{x\overline{n-b}|}$$

Tetapi tidak ada tabel premi tunggal netto untuk anuitas jiwa terbatas yang dipertanggungkan, jadi rumus ini tidak dapat untuk menghitung $(Ia)_{x\overline{n}|}$

V. ANUITAS JIWA DUE SEUMUR HIDUP DENGAN PERUBAHAN TERATUR.

Seperti tarip lengkap dari $a_{x\overline{n}|}$ pada diagonalnya dengan

sendirinya sudah terdapat nilai dari a_x sehingga pada tarip

lengkap dari $(Da)_{x:\overline{n}}$ pada diagonalnya dengan sendirinya sudah terdapat nilai dari $(Da)_x$

Dan pada tarip lengkap dari $(Ia)_{x:\overline{n}}$ pada diagonalnya dengan sendirinya sudah terdapat nilai $(Ia)_x$

Yang sesuai dengan rumus

$$a_{x:\overline{\omega-x+1}} = a_x$$

Untuk bunga dua yang berubah adalah

$$(52) \quad (Da)_{x:\overline{\omega-x+1}} = (Da)_x \quad (Ia)_{x:\overline{\omega-x+1}} = (Ia)_x$$

Disini waktunya ditarik sepanjang mungkin hingga akhir dari tabel kematian dan panjangnya waktu dinyatakan dengan (.....) dan dari (45) dan (46) dapat dihasilkan rumus untuk anuitas jiwa seumur hidup.

$$(53) \quad (Da)_x = \sum_{b=1}^{\infty} a_x v^b$$

$$(54) \quad (Da)_x = (\omega-x+1)A_{x:\overline{1}} + (\omega-x)A_{x:\overline{2}} + (\omega-x-1)A_{x:\overline{3}} + \dots$$

Demikian pula dari (49) dan (50) didapat pula rumus untuk anuitas jiwa seumur hidup dengan kenaikan.

$$(55) \quad (Ia)_x = (\omega-x+2)a_x - (Da)_x$$

$$(56) \quad (Ia)_x = A_{x:\overline{1}} + 2A_{x:\overline{2}} + 3A_{x:\overline{3}} + \dots$$

yang berubah dan dapat juga merupakan anuitas jiwa yang tetap tetapi anuitas jiwa yang berubah jarang ada.

Disamping itu ada pula bunga yang berubah tak teratur contohnya suatu bunga seumur hidup pada waktu n tahun pertama lebih tinggi Rp. g atau lebih rendah Rp. g dari tahun berikutnya.

Jadi premi tunggal netto dari bunga seumur hidup akan ditambah atau dikurangi oleh $ga_{x:\overline{n}}$

Yang terpenting pada anuitas jiwa biasa dengan perubahan teratur adalah kesamaan antara pertanggungan kematian yang berubah dan anuitas jiwa yang berubah yang lebih jelas lagi pada anuitas jiwa biasa dan anuitas jiwa due.

Anuitas jiwa biasa tidak dijelaskan tetapi rumus-rumus anuitas jiwa biasa dapat diambil dari anuitas jiwa due dengan perubahan sebab anuitas jiwa biasa sama dengan anuitas jiwa due yang dipertanggihkan setahun.

Disamping rumus

$$a_{x:\overline{n}} = {}_1|a_{x:\overline{n}} = A_{x:\overline{n}} a_{x+1:\overline{n}}$$

$$a_{x-1|} a_x = A_{x-1|} a_{x+1}$$

Ada juga

$$(57) \quad (\overline{D}a)_{x:\overline{n}} = {}_1|(\overline{D}a)_{x:\overline{n}} = A_{x:\overline{n}} (\overline{D}a)_{x+1:\overline{n}}$$

$$(58) \quad (\overline{D}a)_x = {}_1|(\overline{D}a)_x = A_{x-1|} (\overline{D}a)_{x+1}$$

Demikian juga

$$(59) \quad (\overline{I}a)_{x:\overline{n}} = {}_1|(\overline{I}a)_{x:\overline{n}} = A_{x:\overline{n}} (\overline{I}a)_{x+1:\overline{n}}$$

$$(60) \quad (Ia)_{x+1} = v(Ia)_x = A_{x+1}^1 (Ia)_{x+1}$$

Dari rumus yang mengandung premi tunggal netto anuitas jiwa due, tetap atau berubah dan premi tunggal netto pertanggungan pada waktu hidup akan didapat rumus yang berkorespondensi untuk anuitas jiwa biasa dengan mengganti setiap x dengan $x+1$ kemudian dikalikan A_{x+1}^1

Jadi akan didapatkan bunga due yang dipertanggunghkan setahun yang sama dengan bunga biasa.

Dan dengan hasil perkalian dari premi tunggal netto-premi tunggal netto pertanggungan pada waktu hidup dimana dapat dipakai rumus

$$(61) \quad A_{x+1}^1 A_{x+1}^1 = A_{x+1}^1$$

Maka dari ini dapat ditemukan

$$(62) \quad (Da)_{x:n} = \sum_{b=1}^n a_{x+b}$$

(63)

$$(Da)_{x:n} = nA_{x+1}^1 + (n-1)A_{x+2}^1 + \dots + A_{x+n-1}^1 + A_{x+n}^1$$

$$(64) \quad (Da)_{x+1} = a_{x+1} - A_{x+1}^1$$

$$(65) \quad (Da)_{x:n} = (Da)_{x:n-1} + a_{x+n}$$

Jika ada tabel $(Da)_{x:n}$ maka dapat dengan mudah dipakai untuk menghitung perhitungan premi tetapi tanpa inipun perhitungan premi dapat dicari yaitu dengan rumus