

LAMPIRAN 1

PERSAMAAN DIFUSI

Hukum Fick II

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (1)$$

Persamaan ini dalam tiga dimensi berbentuk:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + D \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (2)$$

Untuk unit silinder, dengan koordinat $x = r \cos \theta$

$$y = r \sin \theta$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{D}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(r \frac{\partial C}{\partial z} \right) \right] \quad (3)$$

Sedangkan dalam unit silinder tak berhingga, yaitu dengan asumsi panjang z tak berhingga dan perubahan konsentrasi terjadi pada arah r , maka

$$\frac{\partial C}{\partial \theta} = 0 \quad \text{dan} \quad \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} = 0$$

Persamaan 3 menjadi

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{D}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C}{\partial r} \right) \right] \quad (4)$$

Atau dalam bentuk

$$\left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C}{\partial r} \right) \right] - \frac{1}{D} \frac{\partial C}{\partial t} = 0 \quad (5)$$

Persamaan 5 dipecahkan melalui pemisahan variabel yang berbentuk sebagai berikut:

$$C = U e^{-\frac{D \alpha^2 t}{r^2}} \quad (6)$$

Sehingga dari hasil pemisahan variabel, persamaan 5 menjadi

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + U \alpha^2 = 0 \quad (7)$$

Bentuk ini identik dengan fungsi Bessel, yaitu:

$$y'' + \frac{1-2a}{x} y' + \left[(bcx^{c-1})^2 + \frac{a^2 - p^2 c^2}{x^2} \right] y = 0$$

Pemecahan bentuk ini adalah

$$y = x^a J_p (bx^c) \quad \text{atau} \quad y = Ax^a J_p (bx^c) + Bx^a J_p (bx^c)$$

Pemecahan untuk persamaan 7 adalah

$$a = 0, \quad c = 1, \quad b = \alpha \quad \text{dan} \quad p = 0$$

Sehingga $U = Z_0(\alpha r)$ atau $U = A J_0(\alpha r) + B J_0'(\alpha r)$ (8)

\downarrow \downarrow
 Orde nol jenis kedua
 Orde nol jenis pertama

Pada $U = 0$, maka $J_0'(0)$ yaitu fungsi Bessel orde nol jenis kedua bernilai tak berhingga, maka koefisien B harus bernilai nol sehingga

$$U = A J_0(\alpha r) \tag{9}$$

Fungsi ini jika dimasukkan ke dalam persamaan 6, maka persamaan tersebut menjadi,

$$C = A J_0(\alpha r) e^{-\frac{D\alpha^2 t}{r^2}} \tag{10}$$

$C = 0$ dipenuhi jika $r = 1, t = 0$ dan $J_0(\alpha r) = 0$

Nilai-nilai yang menyebabkan $J_0(\alpha r) = 0$ disebut dengan akar fungsi Bessel orde nol jenis pertama.

Empat deret pertama akar fungsi tersebut adalah sebagai berikut:

$$\alpha_1 = \frac{2,40483}{r}, \alpha_2 = \frac{5,52009}{r}, \alpha_3 = \frac{8,65373}{r}, \alpha_4 = \frac{11,79153}{r}$$

Jika suatu zat terlarut berdifusi pada medium silinder yang mempunyai radius a dan dengan kondisi batas sebagai berikut: $C_1 = 0$ pada $r = a$ untuk semua nilai t

$$C = f(r) \text{ untuk } a < r < 0 \text{ pada } t = 0$$

C_1 adalah konsentrasi zat terlarut dipermukaan, yang dianggap tidak berubah selama terjadi proses difusi, maka secara umum penyelesaian fungsi Bessel pada kondisi ini adalah:

$$C = \frac{2}{a^2} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-D\alpha_n^2 t} \int_0^a r f(r) \frac{J_0(\alpha_n r) dr}{[J_0'(\alpha_n a)]^2} J_0(\alpha_n r) \tag{11}$$

Dengan $f(r) = C_0$, maka persamaan (11) menjadi,

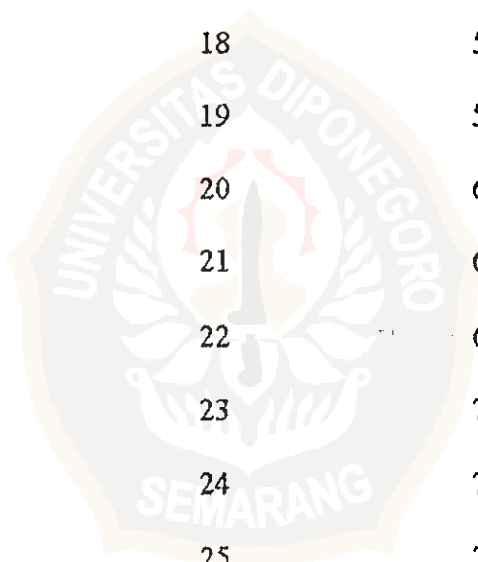
$$C = -\frac{2C_0}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n} e^{-D\alpha_n^2 t} \frac{J_0(\alpha_n r)}{J_0'(\alpha_n a)} \tag{12}$$

Konsentrasi rata-rata pada waktu t diperoleh dengan mengintegrasikan persamaan 12 dari $r = 0$ sampai dengan $r = a$ dibagi luas penampangnya, sehingga didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$C = \frac{4C_0}{a^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^2} e^{-D\alpha_n^2 t} \tag{13}$$

LAMPIRAN 1
 Akar fungsi Bessel ($\alpha_1 - \alpha_{25}$)

n	α_n / a	n	α_n / a
1	2,4048	13	40,0584
2	5,5201	14	43,1998
3	8,6540	15	46,3412
4	11,7920	16	49,2846
5	14,9310	17	52,6241
6	18,1710	18	55,7655
7	21,2120	19	58,9070
8	24,3520	20	62,0485
9	27,4930	21	65,1900
10	30,6350	22	68,3315
11	33,7758	23	71,4730
12	36,9171	24	74,6145
		25	77,7560



LAMPIRAN 2

PROGRAM TURBO PASCAL UNTUK PERHITUNGAN KOEFISIEN DIFUSI

```

Program Penentuan_Deff;
Uses Crt;
Const batas = 1e-13;

Var r, f, a, v, tengah, Akhir, Awal :extended ;
    temp, t, Co, d, Ct :extended;
    keluar : boolean;
    iter, I : longint;
    imp : text;
    jawab :char;

Function tanda(x:extended):integer;
begin
    if x > 0 then tanda:= 1;
    if x < 0 then tanda:=-1;
    if x = 0 then tanda:= 0;
end;

Procedure Membaca_Data;
Begin
    Clrscr;
    v:=0.0010;
    temp:= t; Write('nilai t ='); Readln(temp);writeln; t :=temp;
    temp:=Ct; Write('nilai Ct ='); Readln(temp);writeln; Ct :=temp;
    temp:=Co; Write('nilai Co ='); Readln(temp);writeln; Co := temp;
    a := ( Ct )/( Co );
end;

Function g(Deff:extended):extended;
Var r : extended;
    tn : extended;
    'bessel: real;
begin
    r := 0;
    tn:= 2.4048;
    I := 1;
    repeat
        d := (1/sqr(tn))*exp((( -deff ) *sqr(tn) *t) / (2.3032*sqr(v))));
        r := r + d;
        tn:= tn+3.140348718;
        I := I + 1;
    until d <= 10E-100;
    f := r;
    r := 4 * r;
    g := abs(a) - r;
end;

Procedure Membaca_Nilai_Awal;
Var temp : real;
begin
    repeat
        writeln(' g-awal =', g(Awal):12:3);
        writeln('putaran =',I);

```

```

        writeln('nilai      =', d);
        writeln;
        writeln('      g-akhir =', g(Akhir):12:3);
        writeln('putaran    =', I);
        writeln('Nilai      =', d);
        writeln;
        until tanda(g(Awal)) <> (g(Akhir));
    End;

```

{Program Induk}

Begin

```

    clrscr;
    (*write(' Mau memasukan data');readln(jawab);
    if (jawab='n') or (jawab='N') then

```

```

        goto keluar:
    end*)

```

repeat

```

    Membaca_Data;
    Awal := 0.00000001; Akhir := 0.000001;

```

Membaca_Nilai_Awal;

keluar := false;

iter := 0;

writeln('awal =',Awal:12:10, ' ', 'Akhir =', Akhir:12:10);

writeln('g(Aw=',g(Awal):12:10, ' ', 'g(Ak) =', g(Akhir):12:10);

writeln('nilai r = ', r:12:11);

writeln('nilai f =', f:12:11);

repeat

inc(iter);

tengah := (Awal+Akhir)/2;

writeln(iter:5, tengah:16:11);

if tanda(g(tengah)) = tanda(g(Awal)) then

Awal := tengah

else

Akhir := tengah;

if tanda(g(tengah)) = 0 then keluar:=true;

until (abs(Akhir-Awal) < batas) or keluar;

assigncrt (imp);

rewrite (imp);

writeln(imp, ' ',t:2:0, ' ',Ct:6:4, ' ',Co:6:4, ' ',tengah:12:11);

writeln('Nilai Deff =', tengah);

Writeln('Awal =', Awal:12:10, ' ', ' Akhir =', Akhir:12:10);

Writeln('g(Aw) =',g(Awal):12:10, ' ', 'g(Ak) =',g(Akhir):12:10);

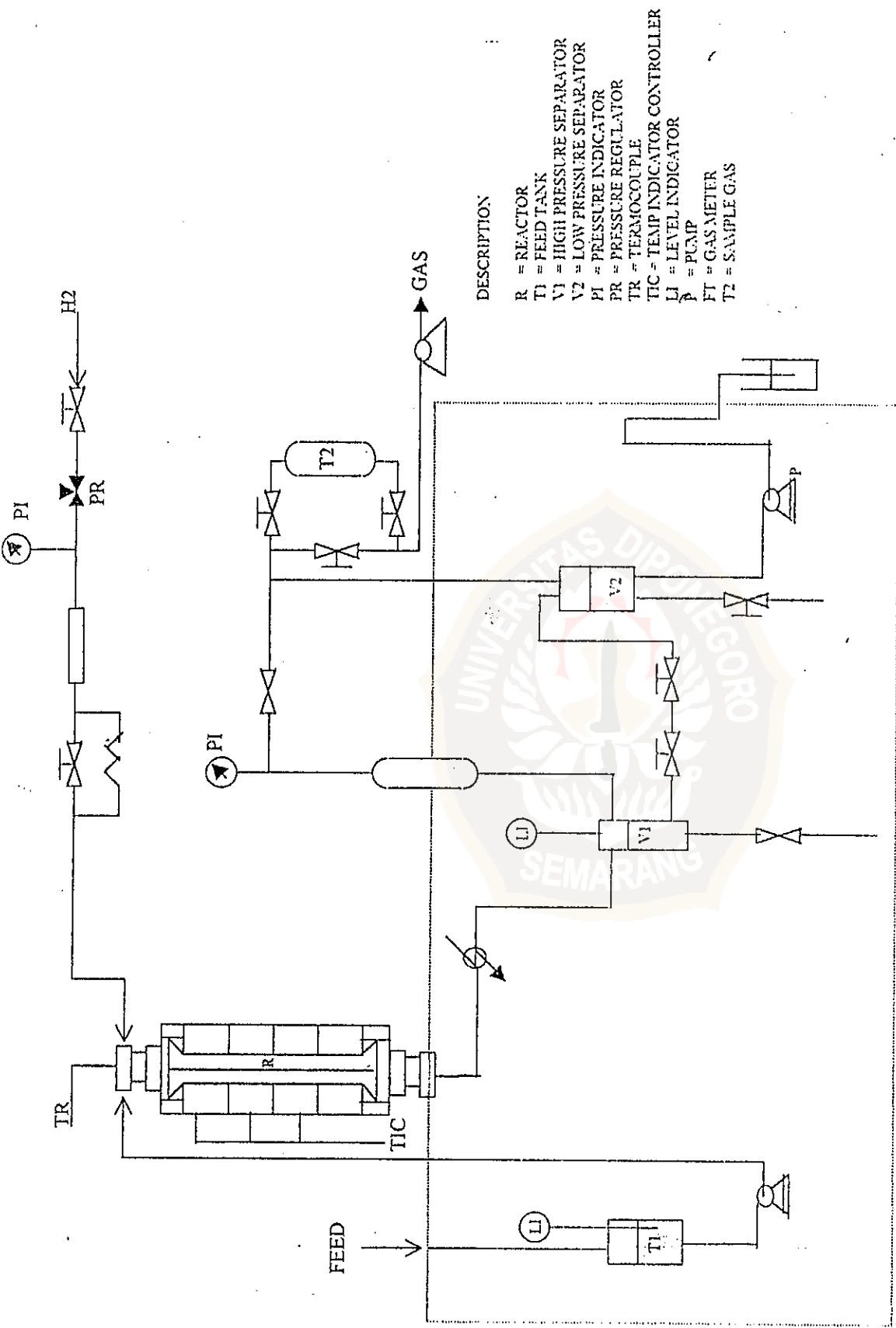
writeln('nilai r =',r:12:11);

writeln('nilai f =',f:12:11);

readln;

until false;

end.



Lampiran 3. Skema Catastest Unit

LAMPIRAN 4

Perhitungan teoritis konsentrasi garam $(\text{NH}_4)_6\text{Mo}_7\text{O}_{24}\cdot 4\text{H}_2\text{O}$

- Katalis dengan $\text{MoO}_3 = 15\%$ (1,5 gram MoO_3 dalam 10 gram $\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3$)

- Volume pori $\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3 = 0,634$ cc/gram

$$= 6,34 \text{ cc}/10 \text{ gram}$$

- Berat garam $(\text{NH}_4)_6\text{Mo}_7\text{O}_{24}\cdot 4\text{H}_2\text{O}$ yang sesuai dengan 15 % MoO_3 adalah (X)

$$P = \frac{\text{BA Mo}}{\text{BM MoO}_3} \times 1,5 \text{ gram}$$

$$X = \frac{(\text{NH}_4)_6\text{Mo}_7\text{O}_{24}\cdot 4\text{H}_2\text{O}}{7 \times \text{BM Mo}} \times P \text{ gram}$$

$$= \frac{1235,8}{7 \times 95,94} \times 0,99979 \text{ gram}$$

$$= 1,83975 \text{ gram}$$

- Sesuai dengan volume pori 10 gram $\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3$, maka konsentrasi garam adalah

$$M = \frac{X}{\text{BM } (\text{NH}_4)_6\text{Mo}_7\text{O}_{24}\cdot 4\text{H}_2\text{O}} \times \frac{1000}{\text{Volume pori untuk 10 gram}}$$

$$= \frac{1,83975 \text{ gr}}{1235,8} \times \frac{1000 \text{ cc}}{6,34 \text{ cc}}$$

$$= 0,2348 \text{ mol/liter}$$

- Jika dibuat dalam 100 cc, maka berat garam $(\text{NH}_4)_6\text{Mo}_7\text{O}_{24}\cdot 4\text{H}_2\text{O}$ yang harus ditimbang adalah

$$\text{Berat garam}/100\text{ml} = \frac{100}{1000} \times 0,2348 \times 1235,8$$

$$= 29,016 \text{ gram}$$

LAMPIRAN 5

Perhitungan teoritis konsentrasi garam $\text{Co}(\text{NO}_3)_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$

- Katalis dengan $\text{CoO} = 4,2\%$ (0,42 gram CoO dalam 10 gram $\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3$)

- Volume pori $\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3 = 0,634$ cc/gram

$$= 6,34 \text{ cc}/100 \text{ gram}$$

- Berat garam $\text{Co}(\text{NO}_3)_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ yang sesuai dengan 4,2 % CoO adalah (X)

$$\begin{aligned} X &= \frac{\text{BM } \text{Co}(\text{NO}_3)_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}}{\text{BM } \text{CoO}} \times 0,42 \text{ gram} \\ &= \frac{290,95}{74,93} \times 0,42 \text{ gram} \\ &= 1,63084 \text{ gram} \end{aligned}$$

- Sesuai dengan volume pori 10 gram $\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3$, maka konsentrasi garam adalah

$$\begin{aligned} M &= \frac{X}{\text{BM } \text{Co}(\text{NO}_3)_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}} \times \frac{1000}{\text{Volume pori untuk 10 gram}} \\ &= \frac{1,63084 \text{ gr}}{290,95 \text{ gr}} \times \frac{1000 \text{ cc}}{6,34 \text{ cc}} \\ &= 0,8841 \text{ mol/liter} \end{aligned}$$

- Jika dibuat dalam 100 cc, maka berat garam $\text{Co}(\text{NO}_3)_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ yang harus ditimbang adalah

$$\begin{aligned} \text{Berat garam}/100\text{ml} &= \frac{100}{1000} \times 0,8841 \times 290,95 \\ &= 25,7228 \text{ gram} \end{aligned}$$