

LAMPIRAN A

TEORI ELASTISITAS

Hampir setiap benda mempunyai kemampuan untuk mempertahankan keadaan asalnya dari setiap perubahan bentuk (*deformasi*) yang terjadi karena gaya-gaya luar yang bekerja terhadap benda tersebut. Kemampuan benda tersebut dinamakan sifat elastisitas benda (Riyono, 1995). Benda dikatakan mempunyai sifat elastis bila benda tersebut meregang pada saat dikenai tegangan (*stress*) dan kembali seperti semula bila tegangan dihilangkan.

A.1. Tegangan

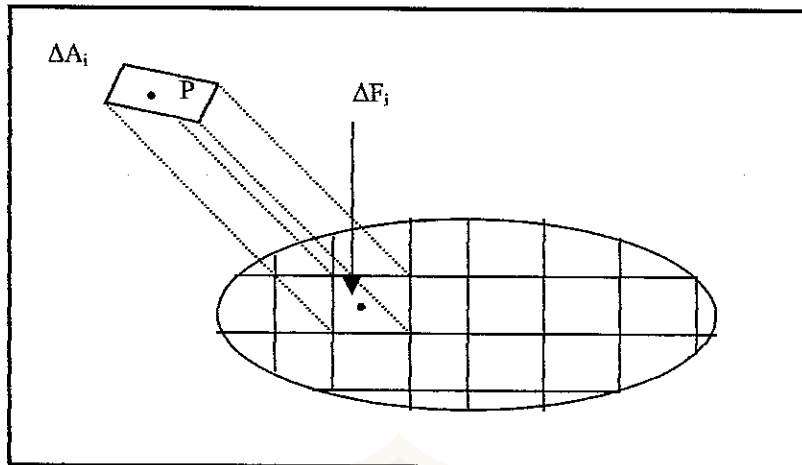
Tegangan (*stress*) di suatu permukaan didefinisikan sebagai besarnya gaya dibagi dengan luas permukaan (Riyono, 1995).

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (\text{A.1})$$

dengan σ adalah tegangan yang bekerja pada benda (N/m^2), F adalah gaya yang bekerja pada benda (N), A adalah luas permukaan yang dikenai oleh gaya (m^2). Bila permukaan A dibagi menjadi sebanyak mungkin sub-luas (ΔA) dengan ΔF (bagian kecil dari F total) bekerja pada benda. Maka gaya ΔF dapat berubah dari sub-luas satu ke sub-luas yang lain. Jika diambil sebuah sub-luas tertentu i tempat sebuah titik P berada (gambar A.1), tegangan dititik P dapat didefinisikan sebagai nilai limit dari $\Delta F_i/\Delta A_i$ dengan ketentuan ΔA_i menuju nol.

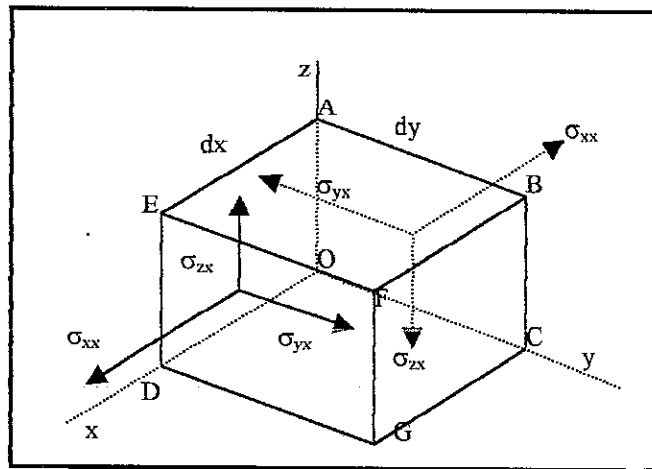
$$\sigma = \lim_{\Delta A_i \rightarrow 0} \frac{\Delta F_i}{\Delta A_i} \quad (\text{A.2})$$

Persamaan (A.2) di atas menyatakan definisi tegangan lokal, dengan demikian persamaan (A.1) dapat dipahami sebagai tegangan rata – rata (Riyono, 1995).



Gambar A.1 Tegangan lokal (Riyono, 1995)

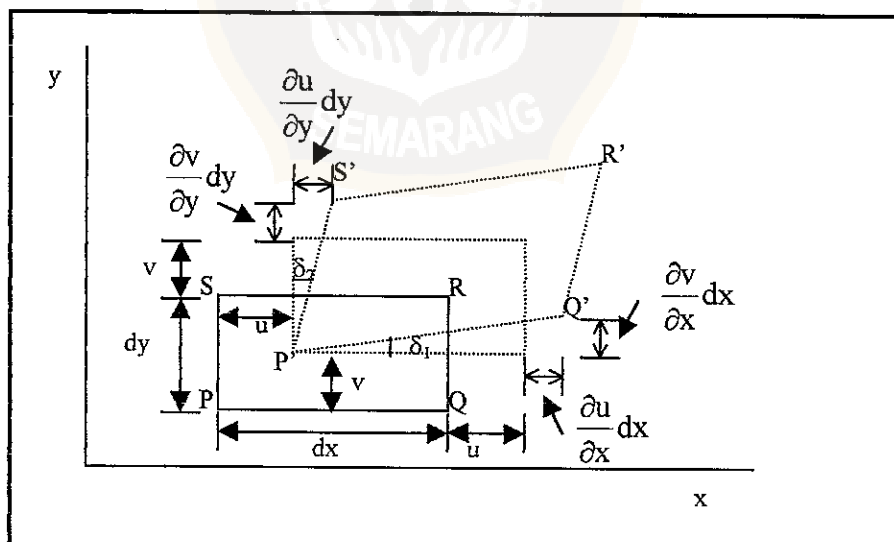
Tegangan dapat dibagi menjadi dua macam, yaitu tegangan normal (*normal stress*) dan tegangan geser (*shearing stress*). Tegangan normal adalah tegangan yang arah gayanya tegak lurus dengan luas permukaan benda. Sedangkan tegangan geser adalah tegangan yang gayanya mempunyai arah tangensial terhadap permukaan benda (Sheriff *et al*, 1995). Pada gambar A.2, σ_{yx} merupakan tegangan geser yang bekerja pada bidang sejajar dengan permukaan sumbu y dan tegak lurus dengan permukaan sumbu x . Sedangkan σ_{xx} merupakan tegangan normal yang bekerja pada bidang tegak lurus sumbu x .



Gambar A.2 Komponen tegangan pada bidang yang tegak lurus dengan sumbu x (Sheriff *et al*, 1995)

A.2. Regangan

Ketika benda dikenai tegangan, maka akan terjadi perubahan bentuk dan dimensi pada benda tersebut. Perubahan ini dinamakan sebagai regangan (*strain*) (Sheriff *et al*, 1995).



Gambar A.3 Analisa regangan secara 2 dimensi (Sheriff *et al*, 1995)

Regangan dapat dibagi menjadi 2 macam yaitu regangan normal (*normal strain*) dan regangan geser (*shearing strain*). Regangan normal adalah regangan yang diakibatkan oleh tegangan normal. Pada gambar A.3 $\frac{\partial u}{\partial x}$ dan $\frac{\partial v}{\partial y}$

merupakan regangan normal yang relatif bertambah pada arah sumbu x dan sumbu y. Sedangkan regangan geser adalah regangan yang disebabkan oleh tegangan geser. Regangan geser pada gambar A.3 dapat ditunjukkan oleh

$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$ yang relatif berkurang pada saat tegangan bekerja pada benda. Regangan

geser $\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$ dilambangkan dengan ε_{xy} . Jumlah $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$ yang

berhubungan dengan rotasi benda pada sumbu z, dan tidak menyebabkan perubahan bentuk dan ukuran benda dilambangkan dengan θ_z .

Dalam bentuk tiga dimensi (u, v, w) merupakan komponen perpindahan pada titik $p(x, y, z)$. Secara umum regangan dapat dituliskan sebagai berikut (Sheriff *et al*, 1995):

$$\text{Regangan normal } \left. \begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.3})$$

Regangan geser

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \\ \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \\ \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.4})$$

Komponen rotasi benda pada ketiga sumbu adalah:

$$\left. \begin{aligned} \theta_x &= \frac{\partial w / \partial y - \partial v / \partial z}{2} \\ \theta_y &= \frac{\partial u / \partial z - \partial w / \partial x}{2} \\ \theta_z &= \frac{\partial v / \partial x - \partial u / \partial y}{2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.5})$$

Dalam bentuk vektor persamaan (A.5) dapat dituliskan sebagai berikut (Sheriff *et al*, 1995):

$$\Theta = \theta_x \mathbf{i} + \theta_y \mathbf{j} + \theta_z \mathbf{k} = \frac{\nabla \times \zeta}{2} \quad (\text{A.6})$$

dengan $\zeta = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k}$ merupakan vektor perpindahan pada titik $p(x,y)$, dan \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} adalah vektor unit pada arah x , y , dan z . Perubahan dimensi akibat regangan normal mengakibatkan perubahan volume. Perubahan volume per unit volume dinamakan dilatasi (*dilatation*), yang dilambangkan dengan Δ (Sheriff *et al*, 1995).

$$\Delta = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \nabla \cdot \zeta \quad (\text{A.7})$$

A.3. Hukum Hooke

Hukum Hooke menjelaskan hubungan antara tegangan dan regangan untuk medium elastik linier yang homogen dan isotropik.

Hukum Hooke dapat dituliskan sebagai berikut (Sheriff *et al*, 1995) :

$$\sigma_{ii} = \lambda \Delta + 2\mu \varepsilon_{ii} \quad (i=x, y, z) \quad (\text{A.8})$$

$$\sigma_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (i, j = x, y, z; i \neq j) \quad (\text{A.9})$$

Dalam bentuk matrik dapat dituliskan, $\sigma = C\varepsilon$ (Sheriff *et al*, 1995):

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

dengan λ adalah konstanta lame, dan μ adalah modulus geser (N/m^2).

A.4. Konstanta Elastis

Dengan menggunakan hukum Hooke dapat diperoleh beberapa macam konstanta elastis. Konstanta elastis tersebut adalah sebagai berikut (Sheriff *et al*, 1995):

A.4.1. Modulus Young

Modulus young merupakan rasio antara tegangan normal dengan kontraksi lateral yang disebabkan.

$$E = \frac{\sigma_{xx}}{\varepsilon_{xx}} \quad (\text{A.11})$$

Dengan mensubstitusi $\sigma_{xx} = \lambda\Delta + 2\mu\varepsilon_{xx}$ maka persamaan (A.11) dapat ditulis sebagai berikut (Sheriff *et al*, 1995):

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{(\mu + \lambda)} \quad (\text{A.12})$$

A.4.2. Rasio Poisson

Rasio poisson merupakan rasio antara perpanjangan longitudinal dengan lateral.

$$\nu = \frac{-\varepsilon_{yy}}{\varepsilon_{xx}} = \frac{-\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}} \quad (\text{A.13})$$

Dengan mensubstitusi persamaan (A.8) untuk $\sigma_{xx} \neq 0$, dan $\sigma_{yy} = \sigma_{zz}$ maka persamaan (A.13) dapat dituliskan sebagai berikut (Sheriff *et al*, 1995):

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\mu + \lambda)} \quad (\text{A.14})$$

A.4.3. Modulus Buik

Modulus buik merupakan rasio antara tekanan aksial dengan deformasi volume yang dihasilkan.

$$k = \frac{-P}{\Delta} \quad (\text{A.15})$$

Dengan mensubstitusi persamaan (A.8) untuk $-P = \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz}$ maka persamaan (A.15) dapat dituliskan sebagai berikut (Sheriff *et al*, 1995):

$$k = \frac{1}{3}(3\lambda + 2\mu) \quad (\text{A.16})$$

A.4.4. Modulus Geser

Modulus geser merupakan rasio antara komponen tegangan geser dengan regangan geser yang dihasilkannya. Modulus geser bila dihubungkan dengan rapat massa (ρ) dan V_s dapat dituliskan sebagai berikut (Sheriff *et al*, 1995):

$$\mu = \rho V_s^2 \quad (\text{A.17})$$

A.4.5. Kompresibilitas

Kompresibilitas adalah kebalikan dari modulus bulk, yaitu (Sheriff *et al*, 1995):

$$c = \frac{1}{k} = \frac{3}{3\lambda + 2\mu} \quad (\text{A.18})$$



LAMPIRAN B

PERSAMAAN GELOMBANG ELASTIS

Gelombang akustik pada dasarnya merupakan gelombang elastis yang menjalar melalui medium lapisan–lapisan bumi yang homogen dan isotropik. Untuk menurunkan persamaan gelombang elastis, bumi diasumsikan sebagai medium elastis sempurna yang terdiri dari lapisan–lapisan yang homogen dan isotropik. Pada gambar A.2 total gaya pada arah sumbu x adalah $\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z}$. Menurut hukum Newton yang kedua, gaya merupakan massa dikali percepatan, maka diperoleh persamaan gerak pada sumbu x (Sheriff *et al*, 1995):

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \quad (\text{B.1})$$

Dengan ρ adalah densitas (Kg/m^3). Persamaan di atas berlaku juga untuk sumbu y dan sumbu z.

Persamaan (B.1) masih terdapat komponen perpindahan stress. Dengan menggunakan hukum Hooke maka dapat diperoleh persamaan (B.1) yang hanya berisi komponen perpindahan, menggunakan persamaan (A.3), (A.4), (A.7), (A.8), dan (A.9), maka diperoleh (Sheriff *et al*, 1995):

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \\ &= \lambda \frac{\partial \Delta}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial \epsilon_{xx}}{\partial x} + \mu \frac{\partial \epsilon_{xy}}{\partial y} + \mu \frac{\partial \epsilon_{xz}}{\partial z} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \lambda \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \left[2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \right] \\
&= \lambda \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\
\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u \tag{B.2}
\end{aligned}$$

dimana $\nabla^2 u$ adalah *Laplacian* dari $u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$. Dengan cara yang sama

dapat ditulis persamaan untuk v dan w :

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial y} + \mu \nabla^2 v \tag{B.3}$$

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial z} + \mu \nabla^2 w \tag{B.4}$$

Untuk mendapatkan persamaan gelombang, ketiga persamaan di atas di differensialkan terhadap x, y, z , dan dijumlahkan bersama :

$$\begin{aligned}
\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 \Delta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Delta}{\partial z^2} \right) \\
&\quad + \mu \nabla^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)
\end{aligned}$$

sehingga diperoleh,

$$\rho \frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla^2 \Delta$$

$$\text{atau } \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2} = \nabla^2 \Delta \quad \left. \vphantom{\frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2} = \nabla^2 \Delta} \right\} \quad \text{(B.5)}$$

dengan $\alpha^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho$

Dari persamaan (B.5) dapat diperoleh kecepatan gelombang P (V_p) sebagai berikut:

$$V_p = \alpha = \left(\frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \right)^{1/2} \quad \text{(B.6)}$$

Dengan mensubstitusikan turunan persamaan (B.3) terhadap z dan turunan persamaan (B.4) terhadap y , maka diperoleh:

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \mu \nabla^2 \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

atau $\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} = \nabla^2 \theta_x \quad \left. \vphantom{\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} = \nabla^2 \theta_x} \right\} \quad \text{(B.7)}$

dengan $\beta^2 = \mu/\rho$

Dari persamaan (B.7) dapat diperoleh kecepatan gelombang S (V_s) sebagai berikut:

$$V_s = \beta = \left(\frac{\mu}{\rho} \right)^{1/2} \quad \text{(B.8)}$$

Persamaan (B.5) dan (B.7) merupakan persamaan gelombang dalam bentuk skalar, yang dapat ditulis dalam bentuk umum (Sheriff *et al*, 1995):

$$\frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \nabla^2 \psi \quad \text{(B.9)}$$

dengan V adalah konstan.



LAMPIRAN C

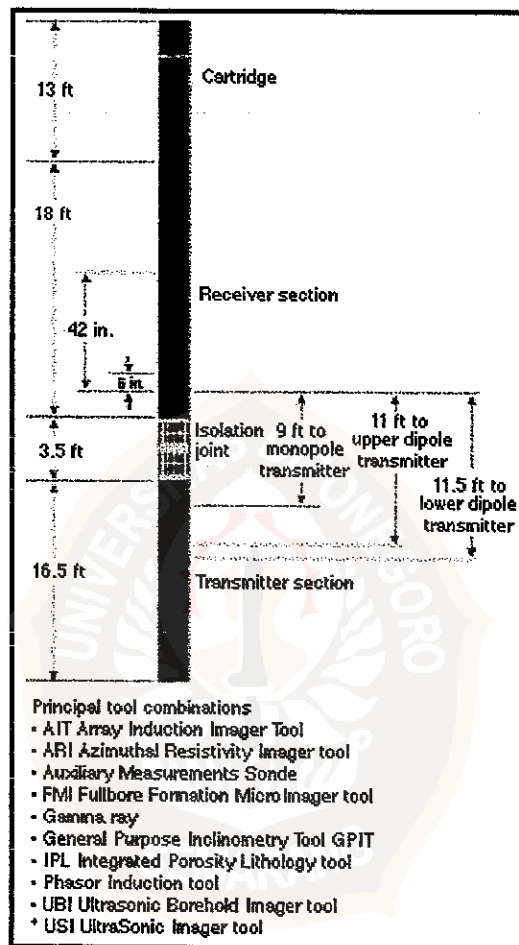
LOGGING AKUSTIK DSI (*Dipole Shear Sonic Imager*)

Logging akustik DSI adalah logging akustik yang merupakan pengembangan logging akustik digital SDT (*Sonic Digital Tool*). Kelebihan logging akustik DSI dibandingkan dengan SDT adalah pada formasi lemah (*slow formation*) gelombang S tidak dapat terdeteksi dengan logging SDT yang mempunyai sumber tunggal (*monopole*), dengan menggunakan logging akustik DSI yang mempunyai kutub ganda (*dipole*) maka gelombang S yang merambat sepanjang dinding sumur formasi keras maupun formasi lemah dapat teramati (Harsono, 1997).

Logging akustik DSI terdiri dari tiga pemancar (*transmitter*) dan delapan stasion penerima (*receiver*) (gambar C.1) (Anonim, 1995). Pemancar terdiri dari satu pemancar tunggal (*monopole*) dan dua pemancar ganda (*dipole*). Frekuensi lemah pada pemancar tunggal (*monopole*) digunakan untuk merangsang timbulnya gelombang Stoneley (*stoneley wave*), sedangkan frekuensi tinggi pada pemancar tunggal (*monopole*) digunakan untuk merangsang timbulnya gelombang P dan gelombang S. Frekuensi lemah pada setiap pemancar ganda (*dipole*) digunakan untuk merangsang timbulnya gelombang S. Untuk formasi yang sangat lemah (*very slow formation*) dan pada lubang sumur dengan perbedaan diameter yang besar digunakan frekuensi lemah dibawah 1 kHz pada setiap pemancar ganda (*dipole*) (Anonim, 1995).

Rangkaian stasion penerima (*receiver*) terdiri dari delapan stasion penerima dimana jarak antara stasion penerima adalah 6 inci. Setiap stasion

penerima terdiri dari dua *hydrophone*, satu *hydrophone* terletak segaris dengan pemancar ganda (*dipole*) bagian atas, sedangkan yang lainnya terletak segaris dengan pemancar ganda (*dipole*) bagian bawah (Anonim, 1995).



Gambar C.1 Logging akustik DSI (Anonim, 1995)

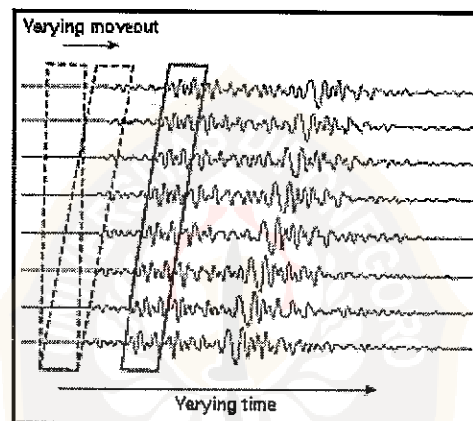
Tabel C.1 Spesifikasi alat *logging* akustik DSI (Anonim, 1995)

Temperature rating	350°F [175°C]
Pressure rating	20,000 psi [138 MPa]
Tool diameter	3 ⁵ / ₈ in. [9.2 cm]
Minimum hole size	5 ¹ / ₂ in. [13.9 cm]
Maximum hole size	21 in. [53.3 cm]
Tool length	51 ft [15.5 m]
Maximum logging speed	
One eight-wave form set (single mode)	3600 ft/hr
All six modes simultaneously, without 6-in. Δt	1000 ft/hr
All six modes simultaneously, with 6-in. Δt	900 ft/hr
Digitizer precision	12 bits
Digitizer sampling interval limits	Variable from 10 to 32,700 μ sec per sample
Digitized waveform duration limits	Up to 15,000 samples/ all waveforms
Acoustic bandwidth	
Dipole and Stoneley	80 Hz to 5 kHz
High-frequency monopole	8 to 30 kHz
Combina bility	All MAXIS tools, any resistivity tool

LAMPIRAN D

METODA SLOWNESS TIME COHERENCE (STC)

Sinyal gelombang dari semua penerima DSI diolah dengan menggunakan teknik pengolahan gelombang penuh yang dinamakan STC (*Slowness Time Coherence*). Dengan menggunakan teknik STC *koherensi* sinyal-sinyal datang di tiap-tiap penerima diukur dan waktu perambatan interval dihitung (gambar D.1) (Anonim, 1995).



Gambar D.1 Penghitungan *koherensi* dengan metoda STC (Anonim, 1995)

Koherensi dari gelombang yang diterima dapat dihitung sebagai berikut (Anonim, 1992):

$$p(S, T) = \sqrt{\frac{1 E_c(S, T)}{n E_i(S, T)}} \quad (D.1)$$

dengan $p(S, T)$ adalah *koherensi* sebagai fungsi *Slowness* ($\mu\text{s}/\text{ft}$) dan *Time* (s).

Energi *coherent* (E_c) dapat dituliskan sebagai berikut (Anonim, 1992):

$$E_c(S, T) = \int_{t=0}^{T_w} \left[\sum_{i=1}^n x_i [t - [T + S(z_i - z_1)]] \right]^2 .dt \quad (D.2)$$

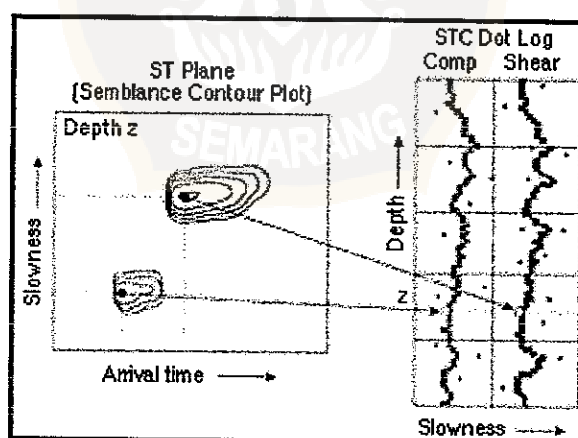
dan energi yang *incoherent* (E_i) dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$E_i(S, T) = \sum_{i=1}^n \int_{t=0}^{T_w} \{ \xi_i [t - [T + S(z_i - z_1)]] \}^2 .dt \quad (D.3)$$

dengan n adalah nomor *receiver*, T_w adalah *time window*, $\xi_i(t)$ adalah gelombang yang terekam oleh *receiver* pada kedalaman z_i .

Hasil pengukuran *koherensi* ini akan mempunyai nilai antara 0 sampai 1. Bila gelombang yang dihasilkan bagus maka nilai *koherensi* akan mendekati atau sama dengan 1, dan bila gelombang yang dihasilkan jelek maka nilai *koherensi* sangat kecil (Anonim, 1992).

Metoda STC ini menghasilkan pola *koherensi*. Dengan menghubungkan nilai-nilai *koherensi* yang tinggi untuk setiap wilayah hasil dari pola *koherensi* maka akan diperoleh kurva log yang dapat digunakan untuk interpretasi suatu sumur bor (gambar D.2) (Anonim, 1995).



Gambar D.2 Pola *koherensi* hasil metoda STC (Anonim, 1995)