

L-1 Pembuktian persamaan 2.2

Menggunakan teori operator, persamaan fungsi eigen momentum angular orbital dinyatakan dengan persamaan

$$L^2\psi(r,\theta,\phi) = \beta\hbar^2\psi(r,\theta,\phi) \quad (\text{L-1.1})$$

dengan $\psi(r,\theta,\phi)$ adalah fungsi gelombang persamaan schrodinger yang gayut posisi dan sudut. Mengingat momentum angular orbital $\mathbf{L}$ adalah besaran fisis yang bergantung hanya pada fungsi sudut menyebabkan persamaan fungsi eigennya termodifikasi menjadi

$$-\hbar^2 \left[\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial\phi^2} \right] \psi(\theta,\phi) = \beta\hbar^2 \psi(\theta,\phi) \quad (\text{L-1.2})$$

Fungsi gelombang schrodinger yang bergayut sudut mempunyai persamaan

$$Y(\theta,\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} P(\theta) e^{im\phi} \quad (\text{L-1.3})$$

dan operator momentum sudut

$$\hat{L}_z Y(\theta,\phi) = -i\hbar \frac{\partial}{\partial\phi} Y(\theta,\phi) \quad (\text{L-1.4})$$

maka dapat dinyatakan nilai momentum sudut dengan arah z adalah

$$L_z = m\hbar \quad (\text{L-1.5})$$

Sedangkan dengan mendeferensialkan dua kali fungsi L-1.3 terhadap komponen ϕ sehingga didapatkan formulasi

$$\frac{\partial^2}{\partial\phi^2} Y(\theta,\phi) = -m^2 Y(\theta,\phi) \quad (\text{L-1.6})$$

Sehingga persamaan fungsi eigen akan berubah menjadi

$$\left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \phi} \right) - \frac{m^2}{\sin^2 \theta} \right] Y(\theta, \phi) = -\beta Y(\theta, \phi) \quad (\text{L-1.7})$$

Karena fungsi eigen hanya bergantung pada θ , maka fungsi gelombang schroedinger yang dipakai hanya bergantung pada fungsi θ yaitu $P(\theta)$ sehingga persamaan L-1.7 akan berubah menjadi

$$\left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d}{d\theta} \right) - \frac{m^2}{\sin^2 \theta} + \beta \right] P(\theta) = 0 \quad (\text{L-1.8})$$

Bila diasumsikan $w = \cos \theta$, maka turunan w terhadap θ didapatkan

$$\frac{d}{d\theta} = \frac{dw}{d\theta} \frac{d}{dw} = -\sin \theta \frac{d}{dw} \quad (\text{L-1.9})$$

sehingga persamaan L-1.8 akan berubah menjadi

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{\sin \theta} \left(-\sin \theta \frac{d}{dw} \right) \left(-\sin^2 \theta \frac{d}{dw} \right) - \frac{m^2}{\sin^2 \theta} + \beta \right] P(\theta) = 0 \\ & \left[\frac{d}{dw} (1 - w^2) \frac{d}{dw} - \frac{m^2}{1 - w^2} + \beta \right] P(\theta) = 0 \\ & (1 - w^2) \frac{d^2 P(\theta)}{dw^2} - 2w \frac{dP(\theta)}{dw} + \left(\beta - \frac{m^2}{1 - w^2} \right) P(\theta) = 0 \end{aligned} \quad (\text{L-1.10})$$

Melihat persamaan L-1.10 diatas, persamaannya adalah berupa persamaan legedre sekawan dengan $\beta = \ell(\ell + 1)$, sehingga didapatkan nilai eigen dari momentum angular L yaitu

$$L^2 \psi(r, \theta, \phi) = \ell(\ell + 1) \hbar^2 \psi(r, \theta, \phi)$$

$$|L| = \sqrt{\ell(\ell+1)} \hbar \quad (L-1.11)$$

Karena momentum angular spin **S** sifatnya identik seperti momentum angular **L**, maka nilai eigen momentum angular total yang merupakan jumlahan momentum angular **L** dan momentum angular spin **S** dapat dinyatakan dengan

$$I = \sqrt{I(I+1)} \hbar \quad \text{dan} \\ I_z = m \hbar \quad (L-1.12)$$



L-2 . Pembuktian persamaan 2.18

Memandang vektor magnetisasi $\mathbf{M}_0$

$$\mathbf{M}_0 = M_x \hat{x} + M_y \hat{y} + M_z \hat{z} \quad (\text{L-2.1})$$

dengan mendiferensialkan persamaan L-2.1 terhadap waktu didapat formulasi dalam koordinat kartesian

$$\frac{d\mathbf{M}_0}{dt} = \left(\frac{\partial M_x}{\partial t} \hat{x} + \frac{\partial M_y}{\partial t} \hat{y} + \frac{\partial M_z}{\partial t} \hat{z} \right) + \left(\frac{\partial \hat{x}}{\partial t} M_x + \frac{\partial \hat{y}}{\partial t} M_y + \frac{\partial \hat{z}}{\partial t} M_z \right) \quad (\text{L-2.2})$$

dengan operasi vektor $\partial \omega / \partial t = \omega \times \mathbf{r}$, maka persamaan L-2.2 menjadi

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{M}_0}{dt} &= \frac{\partial \mathbf{M}_0}{\partial t} + \omega \times \mathbf{M}_0 \\ \frac{\partial \mathbf{M}_0}{\partial t} &= \frac{d\mathbf{M}_0}{dt} - \omega \times \mathbf{M}_0 \end{aligned} \quad (\text{L-2.3})$$

dengan

$$\frac{d\mathbf{M}_0}{dt} = \gamma \mathbf{M}_0 \times \mathbf{B}_0 \quad (\text{L-2.4})$$

sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{M}_0}{\partial t} &= \gamma \mathbf{M}_0 \times \mathbf{B}_0 - \omega \times \mathbf{M}_0 \\ \frac{\partial \mathbf{M}_0}{\partial t} &= \gamma \mathbf{M}_0 \times \mathbf{B}_0 + \mathbf{M}_0 \times \omega \end{aligned} \quad (\text{L-2.5})$$

L-3. PEMBUKTIAN PERSAMAAN 2.20

Dengan adanya pulsa RF yang merupakan gelombang elektromagnetik dengan komponen $\mathbf{B}'(t)$ yang gayut waktu. Secara umum dinyatakan

$$\mathbf{B}'(t) = B_1(A \sin \omega t + B \cos \omega t) = B_1 e^{\pm i\omega t} \quad (\text{L-3.1})$$

Maka Hamiltonian gangguannya $H'(t)$ dapat dituliskan

$$\begin{aligned} H'(t) &= -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}'(t) \\ &= -(\mu_x + \mu_y) \cdot B'(t) \\ &= -g(I_x + I_y) \cdot B_1 e^{\pm i\omega t} \mu_B \end{aligned} \quad (\text{L-3.2})$$

Momen dipol dalam medan magnet $\mathbf{B}_0$ berpresisi terhadap frekuensi larmor, sehingga pada keadaan ini momen dipol akan tampak tetap. Tetapi medan $\mathbf{B}'(t)$ yang kelihatan berputar pada bidang x-y dan bila kita mengambil arah tetap adalah x, maka Hamiltonian gangguannya adalah

$$\begin{aligned} H'(t) &= -g I_x B_1 e^{\pm i\omega t} e^{\pm i\omega_0 t} \mu_N \\ H'(t) &= -\frac{g}{2} [(I_x + iI_y) + (I_x - iI_y)] B_0 e^{\pm i(\omega_0 t - \omega t)} \mu_N \end{aligned} \quad (\text{L-3.3})$$

Selanjutnya dapat diturunkan kebolehjadian transisi atomik

$$\begin{aligned} P &= \frac{2\pi}{\hbar} |\langle k | H' | m \rangle|^2 \\ &= \frac{\mu_N 2\pi}{\hbar} \left| \langle I, m | -\frac{g}{2} [(I_x + iI_y) + (I_x - iI_y)] B_0 e^{\pm i(\omega_0 t - \omega t)} | I, m \rangle \right| \end{aligned} \quad (\text{L-3.4})$$

bila

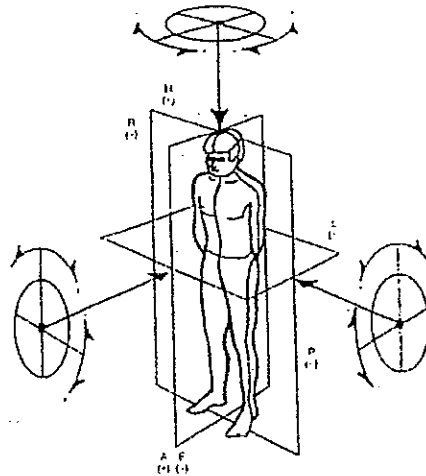
$$\begin{aligned} \langle I, m | I_x + iI_y | I, m \rangle &= \sqrt{(I-m)(j+m+1)} \delta_m = m+1 \\ \langle I, m | I_x - iI_y | I, m \rangle &= \sqrt{(I+m)(j-m+1)} \delta_m = m-1 \end{aligned} \quad (\text{L-3.5})$$

sehingga diperoleh kebolehjadian transisi atomik dinyatakan

$$\begin{aligned} P_{m \rightarrow m'} &= \frac{\mu_N}{\hbar} \pi g^2 B_0^2 [(I - m)(I + m + 1)] e^{\pm i(\omega_0 - \omega)t} \delta_{m'} = m + 1 \\ P_{m' \rightarrow m} &= \frac{\mu_N}{\hbar} \pi g^2 B_0^2 [(I - m)(I + m + 1)] e^{\pm i(\omega_0 - \omega)t} \delta_{m'} = m - 1 \end{aligned} \quad (L-3.6)$$



L-4. POLA POTONGAN PENCITRAAN MRI

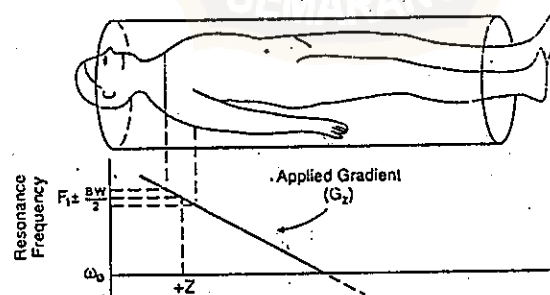


Gambar L-1.a Pola potongan irisan pencitraan MRI (Anonim, 1991)

Keterangan :

R-L adalah potongan axial, H-F adalah potongan coronal, A-P adalah potongan sagital

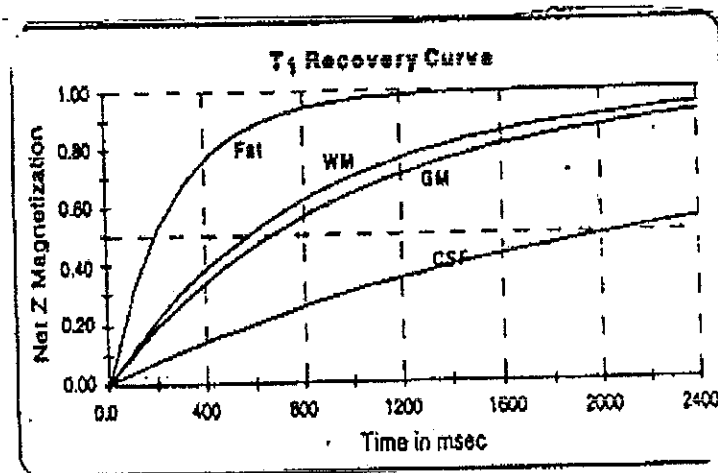
Slice Selection *Slice Thickness - Gradient*



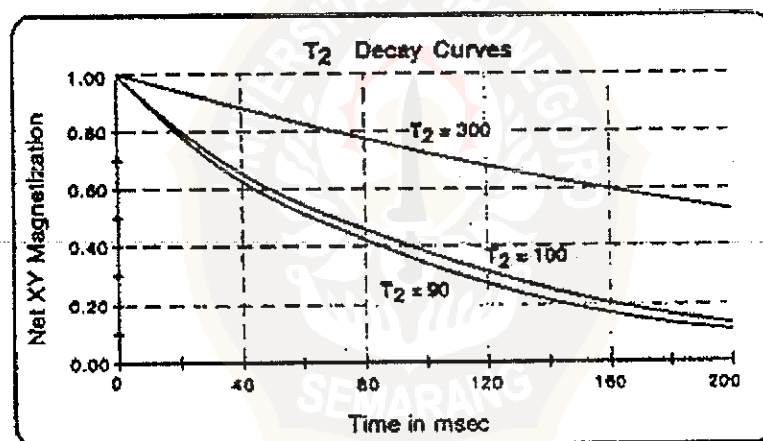
Gambar L-1.b Tebal irisan potongan pencitraan MRI

L-5. KURVA MAGNETISASI

L-5.1 Kurva magnetisasi longitudinal



L-5.2 Kurva magnetisasi transversal



Gambar L-2 Kurva T₁ dan T₂ (NessAiver, 1996)

SURAT KETERANGAN PENELITIAN

Bersama surat ini menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa :

Nama : Supriyanto

Nim : J2D 097 195

Jurusan : FISIKA

Telah melakukan penelitian di bagian MRI-PT Adhimedika Dharma RSUPN Dr. Cipto Mangunkusumo, Jakarta pada tanggal 4 - 18 November 2000 dengan data terlampir.

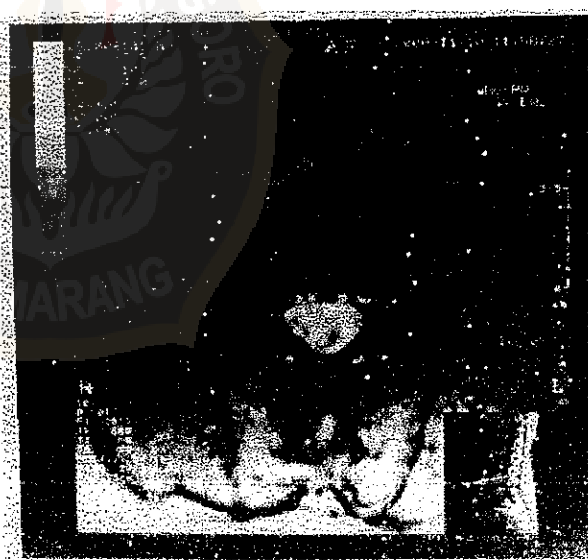
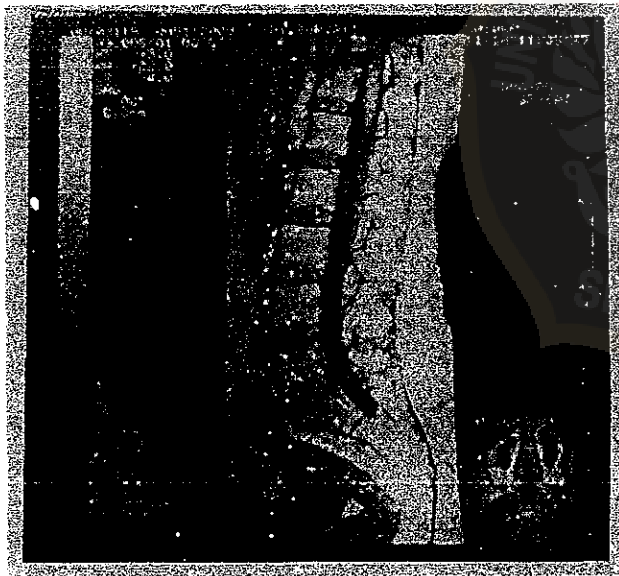
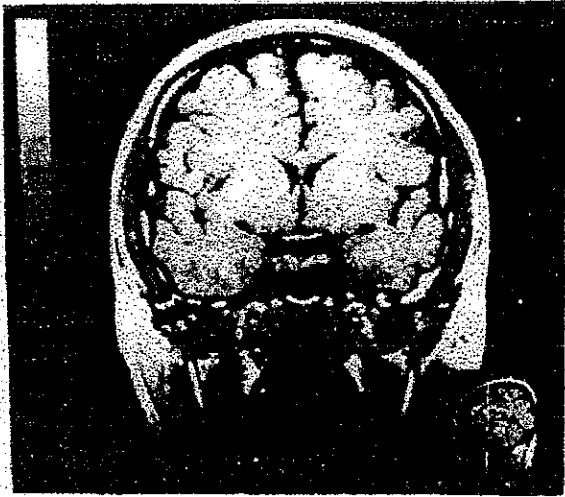
Demikian keterangan yang diberikan untuk dipergunakan seperlunya.

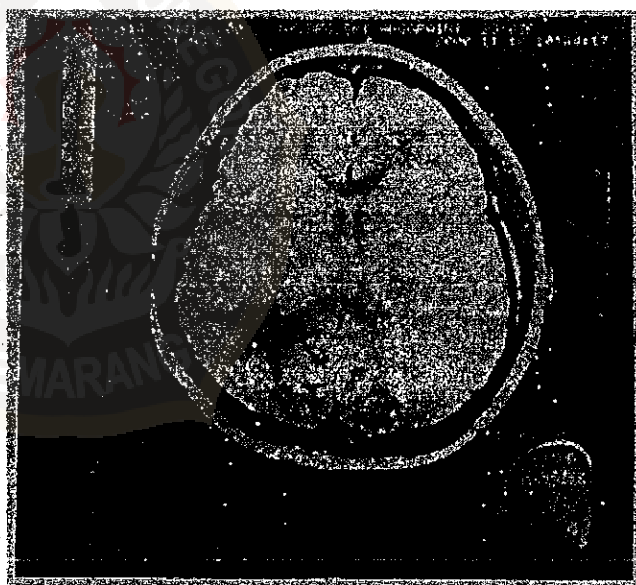
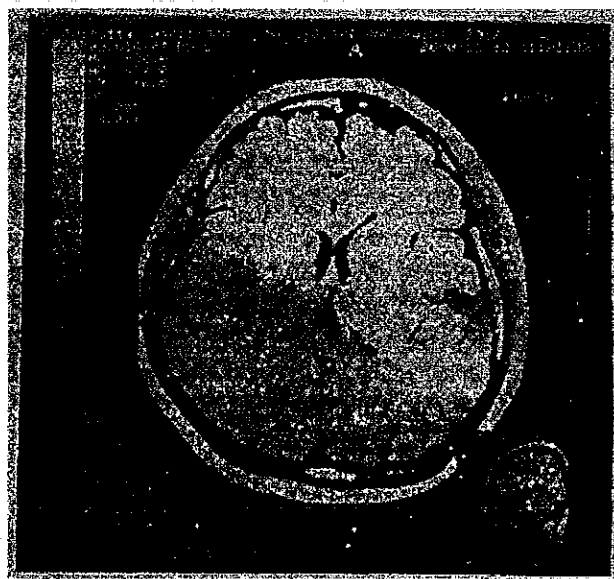
Jakarta, April 2001

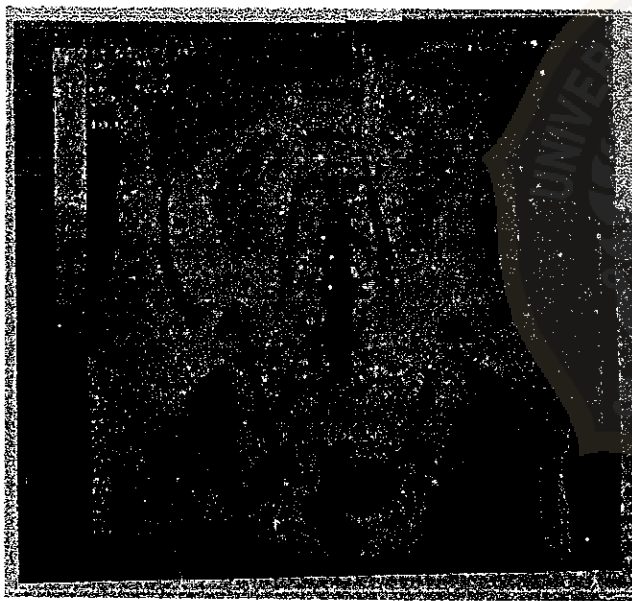
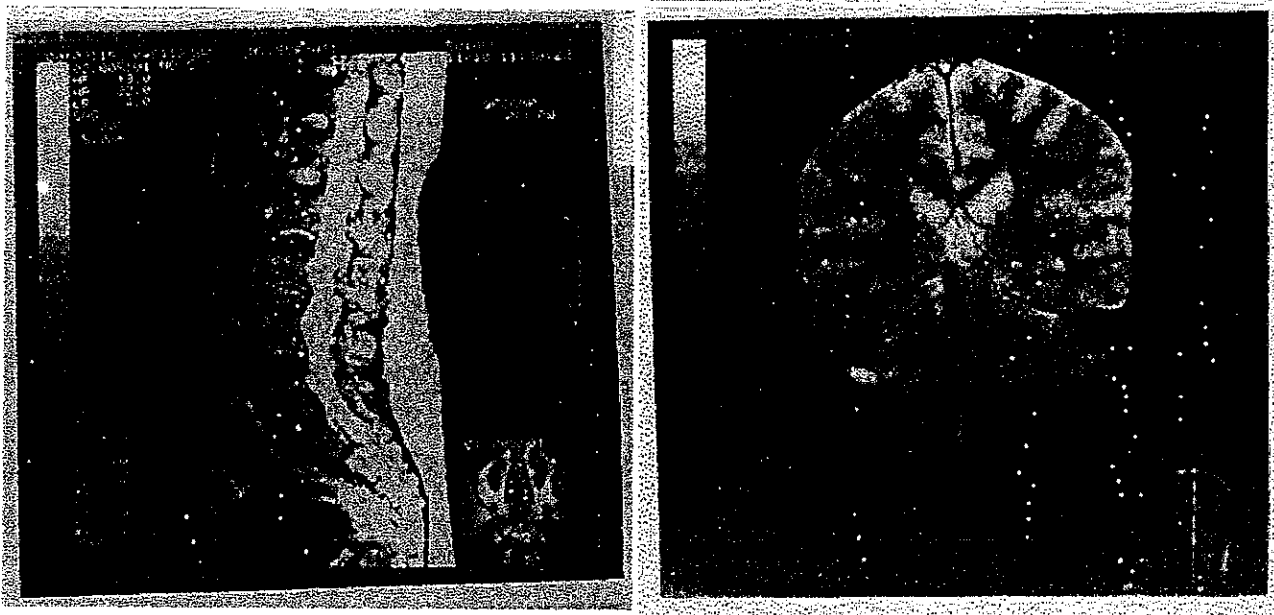
Kepala Ruang Bagian MRI-PT. Adhimedika Dharma
RSUPN Dr. Cipto Mangunkusumo, Jakarta.

RT. ADHIMEDIKA DHARMA

Sariman Ariemarto
NIP. 140 067 017

L-6 HASIL PENELITIAN





Gambar L-3 Hasil – hasil penelitian

L- 7 . GAMBAR PELENGKAP (Osborn, 1992)

1. Potongan axial organ kepala dengan pembobotan T1.
Menunjukkan kondisi tumor yang hipointens dibandingkan dengan jaringan normal biasanya, pada TR 800 ms dan TE 20 ms



Gambar L-4 Gambar pelengkap potongan axial organ kepala dengan pembobotan T1

2. Potongan axial organ kepala dengan pembobotan T2
Menunjukkan tumor kelihatan hiperintens dibandingkan jaringan lainnya, pada TR 3000 ms dan TE 70 ms.



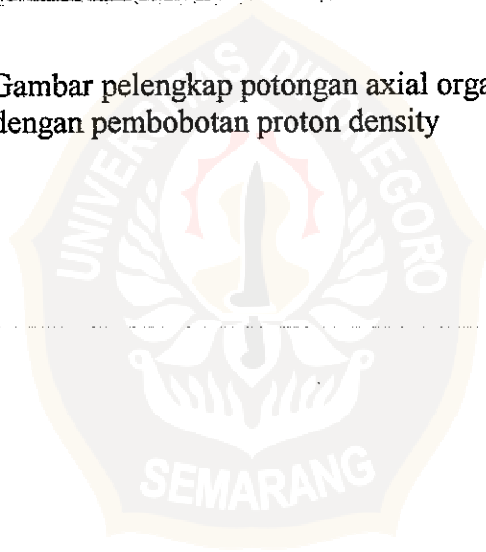
Gambar L-5 Gambar pelengkap potongan axial organ kepala dengan pembobotan T₂

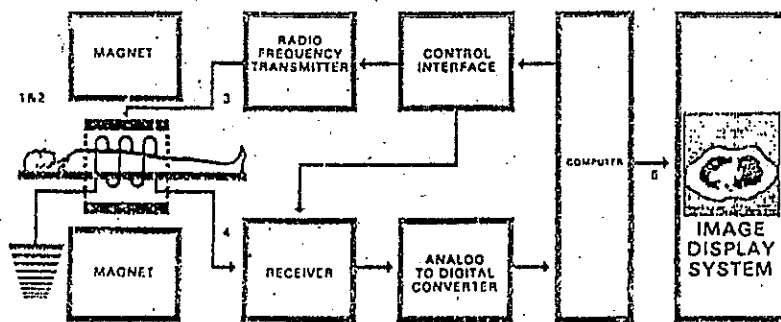
3. Potongan organ kepala dengan pembobotan proton density.

Menunjukkan kondisi tumor hiperintens dibandingkan substansi lain, pada TR 3000 ms dan TE 30 ms.



Gambar L-6 Gambar pelengkap potongan axial organ kepala dengan pembobotan proton density



L-8 SKEMA ALAT MRI

Gambar L-7 Skema alat MRI (Peter, 1993)

