BAB II

DASAR TEORI

2.1. Medan Listrik

2.1.1. Hukum Coulomb

Pada tahun 1785, Coulomb melakukan pengamatan terhadap benda-benda bermuatan. Ia berpendapat adanya dua jenis muatan listrik yang berbeda, yaitu muatan positif dan muatan negatif. Dua buah muatan yang sejenis akan tolak-menolak, sedangkan dua buah muatan yang berlainan jenis akan tarik-menarik. Gaya yang ditimbulkan akibat dari muatan tersebut dirumuskan dalam hukum Coulomb (Sears dan Zemansky, 1986) :

> "Gaya tarik atau gaya tolak antara dua muatan titik berbanding lurus dengan hasil kali kedua muatan dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak antara kedua muatan titik tersebut".

Jika dirumuskan akan diperoleh persamaan (Wangsness, 1979) :

$$\mathbf{F}_{q'\to q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{R^2}\hat{\mathbf{R}} \qquad (2\text{-}01)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, \quad R = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|, \quad \hat{\mathbf{R}} = \frac{\mathbf{R}}{R} \qquad (2\text{-}02)$$

dengan :

F = gaya Coulomb pada muatan q' (newton)

q, q' = besar muatan titik 1 dan 2 (coulomb)

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

R = jarak antara kedua muatan titik (meter)

$\hat{\mathbf{R}}$ = vektor satuan arah radial

ε_0 = permitivitas medium hampa, $8{,}85 \times 10^{-12}\ C\ N^{-1}\ m^2$

$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = k$ (tetapan kelistrikan medium hampa) = $8{,}99 \times 10^9\ N\ m^2\ C^{-2}$

Berdasarkan hukum Coulomb di atas, maka gaya yang dialami muatan titik q' yang besarnya 1 coulomb oleh muatan titik q adalah $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}\hat{\mathbf{R}}$, dilambangkan dengan **E** (intensitas /kuat medan listrik), sehingga dapat dirumuskan (Tobing,1996) :

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}\hat{\mathbf{R}} \qquad (2\text{-}03)$$

dengan :

E = intensitas medan listrik ($N\ C^{-1}$)

R = jarak dari muatan titik (meter)

Besarnya intensitas medan listrik adalah bervariasi dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak muatan titik yang menimbulkannya. Medan listrik bersifat radial, yaitu keluar dari muatan positif dan menuju ke muatan negatif (Tobing, 1991).

Potensial listrik pada sebuah titik di dalam medan listrik adalah hasil kali dari medan listrik dan jarak dari muatan uji. Sehingga potensial listrik V dapat ditentukan berdasarkan persamaan (Sears, 1962):

$$V = -\int \mathbf{E}.\mathbf{ds} \qquad (2\text{-}04)$$

$$= -\int E\cos\theta\ ds$$

$$= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{q}{R^3} R\cos\theta\ ds$$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

karena $\cos\theta \; ds = dR$, maka :

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R} \qquad (2\text{-}05)$$

dengan :

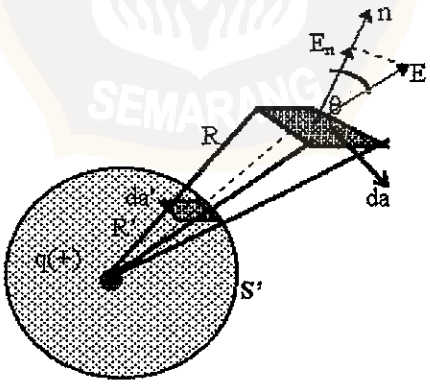
V = potensial listrik (N m C^{-1})

R = jarak antara kedua muatan (meter)

Potensial listrik dalam medan elektrostatistik tergantung pada jarak dari muatan ke titik tertentu dalam medan dan tergantung pada besar muatan penyebab medan.

2.1.2. Hukum Gauss

Intensitas listrik di setiap titik pada permukaan dari suatu muatan yang berupa titik akan mengarah radial ke luar dari muatan positif atau sebaliknya jika muatannya negatif. Jika pada permukaan diambil suatu bidang da yang cukup kecil, maka intensitas dapat dianggap sama pada arah dan besar pada bidang da tersebut.



Gambar 2-01. Permukaan bentuk bola S' untuk menghitung sudut ruang
(Reitz, et al, 1979)

Dengan n menunjukkan arah garis normal, maka dari Gambar 2-01 dapat dinyatakan bahwa (Reitz, et al, 1979):

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

$$\oint_S \mathbf{E.n}\ da = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\oint_S \frac{\mathbf{R.n}}{R^3} da \qquad (2\text{-}06)$$

$$\oint_S \frac{\mathbf{R.n}}{R^3} da = \oint_{S'} \frac{\mathbf{R'.n}}{R'^3} da' = 4\pi \qquad (2\text{-}07)$$

sehingga :

$$\oint_S \mathbf{E.n}\ da = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} 4\pi = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad (2\text{-}08)$$

Jika terdapat beberapa muatan titik q_1, q_2, q_3, ...q_n yang dilingkupi oleh permukaan S, dimana setiap muatan melingkupi suatu sudut ruang penuh (4π) (Reitz, et al, 1979):

$$\oint_S \mathbf{E.n}\ da = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i \qquad (2\text{-}09)$$

Jika S merupakan permukaan tertutup yang membatasi volume V dengan $dq = \int \rho dv$ maka (Reitz, et al, 1979):

$$\oint_S \mathbf{E.n}\ da = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\ dv \qquad (2\text{-}10)$$

Persamaan (2-09) dan (2-10) dikenal sebagai hukum Gauss dalam bentuk integral. Persamaan dapat juga dinyatakan dalam bentuk diferensial dengan menggunakan teorema divergensi (Reitz, et al, 1979):

$$\oint_S \mathbf{F.n}\ da = \int_v \nabla.\mathbf{F}\ dv \qquad (2\text{-}11)$$

dengan :

∇ = gradien, $\frac{\partial}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{z}$

$\mathbf{F}$ = vektor sembarang

Jika diterapkan pada integral permukaan komponen garis normal medan listrik **E**, akan diperoleh persamaan (Reitz, et al, 1979) :

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

$$\oint_S \mathbf{E.n}\ da = \int_V \nabla.\mathbf{E}\ dv = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\ dv \qquad (2\text{-}12)$$

$$\nabla.\mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho \qquad (2\text{-}13)$$

Persamaan (2-13) dikenal sebagai hukum Gauss dalam bentuk diferensial. Dengan $\hat{\mathbf{R}}/R^2 = \nabla\left(1/R\right)$, maka dinyatakan bahwa (Reitz, et al, 1979):

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \rho\frac{\mathbf{R}}{R^3}dv \qquad (2\text{-}14)$$

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \rho\nabla\left(\frac{1}{R}\right)dv \qquad (2\text{-}15)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}\mathbf{R} \qquad (2\text{-}16)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2-05) dihasilkan :

$$\mathbf{E} = -\nabla V \qquad (2\text{-}17)$$

Untuk selanjutnya dalam medan listrik statik, E dapat dinyatakan sebagai minus gradien dari potensial V. Dari persamaan (2-13) dan (2-17) diperoleh hubungan :

$$\nabla.\nabla V = \nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad (2\text{-}18)$$

Persamaan (2-18) dikenal sebagai persamaan Poisson.

Pada listrik statik, seluruh muatan akan terdapat pada permukaan penghantar atau dalam bentuk muatan titik yang tetap. Dalam hal ini ρ di sebagian besar titik dalam ruang sama dengan nol, dan di tempat yang rapat muatannya nol, persamaan di atas menjadi bentuk lebih sederhana dikenal dengan persamaan Laplace (Reitz, et al, 1979):

$$\nabla^2 V = 0 \qquad (2\text{-}19)$$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

2.1.3. Potensial Listrik antara Dua Keping Pelat Sejajar

Pada persamaan Laplace, jika V berupa fungsi dengan satu peubah, maka persamaan (2-19) berubah menjadi persamaan diferensial biasa mengingat V adalah V(x), yaitu fungsi koordinat x tegak lurus tunggal, sehingga dapat dituliskan (Reitz, et al, 1979) :

$$\frac{d^2V}{dx^2} = 0 \qquad (2\text{-}20)$$

$$V(x) = ax + b \qquad (2\text{-}21)$$

dengan a dan b adalah tetapan untuk memenuhi syarat batasnya.

Jika potensial merupakan fungsi dari dua koordinat tegak lurus yaitu masing-masing sebagai fungsi X(x) dan Y(y), (Panofsky dan Phillips, 1962) :

$$V(x, y) = X(x)\, Y(y) \qquad (2\text{-}22)$$

dengan X dan Y adalah fungsi terhadap x fungsi terhadap y maka persamaan Laplace (2-19) dapat dinyatakan sebagai (Panofsky dan Phillips, 1962):

$$\nabla^2 V = YX'' + XY'' = 0 \qquad (2\text{-}23)$$

X" dan Y" merupakan turunan kedua dari fungsi X dan fungsi Y. Persamaan (2-23) dapat dituliskan dalam bentuk :

$$Y'' + k^2 Y = 0 \qquad (2\text{-}24a)$$

$$X'' - k^2 X = 0 \qquad (2\text{-}24b)$$

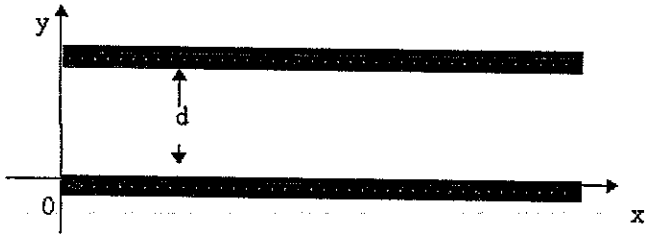
sehingga penyelesaian umum :

$$Y = A \sin ky + B \cos ky \qquad (2\text{-}25a)$$

$$X = C e^{kx} + D e^{-kx} \qquad (2\text{-}25b)$$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

Pada dua buah pelat sejajar syarat batas yang memenuhi adalah V= 0 yaitu pada y = 0, y = d seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2-02.



Gambar 2-02. Potensial listrik antara keping pelat sejajar
(Panofsky dan Phillips, 1962)

Dari persamaan (2-25a) potensial boleh dihilangkan dengan menganggap B = 0 dan membatasi k pada harga $\frac{n\pi}{d}$, dengan n adalah bilangan bulat, maka dapat diperoleh suatu penyelesaian (Panofsky dan Phillips, 1962) :

$$\underset{0<x<\infty}{V} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\frac{n\pi x}{d}} \sin\frac{n\pi y}{d} \qquad (2\text{-}26)$$

dengan :

d = jarak antara dua pelat (meter)

x = posisi muatan terhadap sumbu x (meter)

y = posisi muatan terhadap sumbu y (meter)

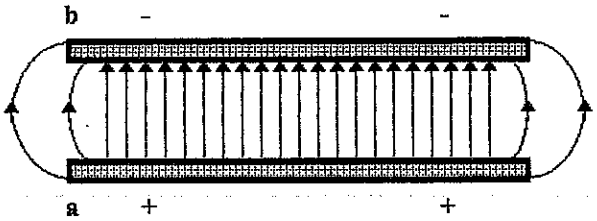
A_n = suatu kostanta

2.1.4. Medan Listrik antara Dua Keping Pelat Sejajar

Pada dua keping pelat sejajar yang bersifat sebagai penghantar, jika pada kedua keping pelat diberi muatan sama besar tetapi berlawanan arah, maka di antara kedua pelat akan terdapat suatu medan listrik. Medan listrik tersebut akan tersebar merata pada permukaan sebelah dalam kedua pelat dengan jenis yang berlawanan dan tegak

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

lurus pelat. Besarnya intensitas medan listrik di antara dua keping pelat tersebut merupakan resultan intensitas medan listrik pada masing-masing sisi pelat.



Gambar2-03. Medan listrik antara keping pelat sejajar
(Reitz, et al, 1979)

Medan listrik yang dihasilkan adalah dianggap konstan dalam besar dan arah (medan homogen). Selisih potensial tersebut tidak bergantung kepada lintasan dari pelat a ke pelat b, baik itu lintasan garis lurus maupun garis lengkung sehingga selisih potensial antara kedua pelat adalah :

$$V_{ab} = -\int_a^b \mathbf{E}.\mathbf{ds} = -\int_0^d (\mathbf{E}.\hat{\mathbf{n}})\mathrm{ds} = \mathrm{E.d} \qquad (2\text{-}27a)$$

$$E = \frac{V_{ab}}{d} \qquad (2\text{-}27b)$$

dengan :

E = intensitas medan listrik antara kedua pelat ($N\ C^{-1}$)

d = jarak antara dua pelat (meter)

V_{ab} = beda potensial listrik kedua pelat ($N\ m\ C^{-1}$)

Pandang dua keping pelat sejajar, pelat pertama bermuatan +q di $y = y_1$ dan pelat kedua bermuatan -q di $y = y_2$ sehingga $d = y_2 - y_1$, dengan arah medan sejajar sumbu y. Jika σ adalah kerapatan muatan permukaan pelat maka intensitas medan listrik pada masing-masing pelat adalah :

$$E = \frac{1}{2\varepsilon_0}\sigma \quad \text{dengan} \quad \sigma = \frac{q}{A} \qquad (2\text{-}28)$$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

Arah kedua medan adalah sama, sehingga intensitas di antara kedua pelat (Sears dan Zemansky, 1986)

$$\mathbf{E}_{tot} = \mathbf{E}_{+} + \mathbf{E}_{-} = \frac{\sigma_{+}}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_{-}}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad (2\text{-}29)$$

dengan :

A = luas pelat (m^2)

σ = kerapatan muatan per satuan luas ($C\ m^{-2}$)

ε_0 = permitivitas medium hampa, $8{,}85 \times 10^{-12}\ CN^{-1}m^2$

2.2. Model Atom

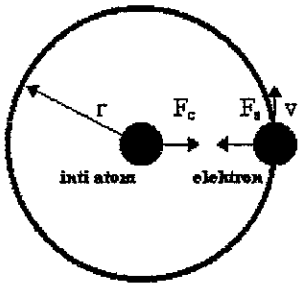
2.2.1. Model Atom Bohr

Niels Bohr pada tahun 1913 menyatakan bahwa untuk kemantapan suatu atom, maka elektron-elektron yang mengelilingi inti atom harus melalui lintasan dan tingkat energi tertentu sehingga elektron tidak jatuh ke inti atom. Pada gambar 2-04 melukiskan suatu atom hidrogen dengan elektron tunggal mengelilingi inti dengan lintasan berbentuk lingkaran berjari-jari r membentuk atom sederhana. Karena terdapat dua muatan tak sejenis, maka akan terjadi gaya tarik Coulomb sebagai gaya sentripental yang akan menahan elektron tetap pada lintasannya. (Krane, 1982)

Besarnya gaya tarik Coulomb berperan memberikan percepatan sentripental $\frac{v^2}{r}$, sehingga (Krane, 1982):

$$F_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \qquad (2\text{-}30)$$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)



Gambar 2-04. Keseimbangan gaya lintasan elektron mengelilingi inti dalam atom hidrogen (Beiser, 1992)

Elektron yang bergerak melingkar dengan kecepatan v akan memiliki energi kinetik :

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r} \qquad (2\text{-}31)$$

dan energi potensial :

$$V = (-e)\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{r}\right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r} \qquad (2\text{-}32)$$

sehingga energi total elektron adalah :

$$E_n = V + K = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r} + \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$$

$$E_n = -\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r} \qquad (2\text{-}33)$$

dengan :

E_n = tingkat energi elektron pada kulit ke n (joule)

e = muatan elektron = $1{,}6 \times 10^{-19}$ C

r = jari-jari kulit elektron (meter)

Dalam lintasannya suatu elektron akan memiliki momentum anguler sebesar $mvr_n = n\hbar$, maka energi kinetik elektron yang bergerak melingkar dengan jari-jari r

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

sebesar (Krane, 1982) :

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}m\left(\frac{n\hbar}{mr}\right)^2 = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r} \qquad (2\text{-}34)$$

Jari-jari lintasan elektron,

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}n^2 \qquad (2\text{-}35)$$

Dari persamaan (2-32) dan (2-34) akan diperoleh energi ikat elektron pada kulit ke-n :

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\frac{1}{n^2} \qquad (2\text{-}36)$$

dengan :

E_n = energi pada tingkat kulit ke n (joule)

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$, h konstanta Planck 6,62 x 10^{-34} J dt

n = bilangan kuantum utama, 1, 2, 3, ...

2.2.2. Persamaan Schrodinger Atom Hidrogen (Beiser, 1992)

Pada koordinat polar berbentuk bola persamaan Schrodinger dituliskan dalam bentuk persamaan :

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2}$$

$$+\frac{2m}{\hbar^2}(E-V)\psi = 0 \qquad (2\text{-}37)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2-32) dan dikalikan dengan $r^2 \sin^2 \theta$ maka diperoleh persamaan :

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

$$\sin^2\theta\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)+\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right)+\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2}$$

$$+\frac{2mr^2\sin^2\theta}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}+E\right)\psi=0 \qquad (2\text{-}38)$$

Dari persamaan di atas akan diperoleh bilangan kuantum utama yang diperlukan untuk menentukan elektron dalam sebuah atom hidrogen sebagai pengganti bilangan kuantum tunggal dalam atom Bohr. Dalam atom Bohr pada dasarnya gerak elektron adalah dalam satu dimensi, karena satu-satunya kuantitas yang berubah ketika elektron bergerak ialah kedudukan pada suatu orbit tertentu.

Suatu partikel dalam suatu ruang tiga dimensi memerlukan tiga bilangan kuantum, karena terdapat tiga kumpulan syarat batas yang harus dipenuhi oleh fungsi gelombang ψ, yaitu bahwa ψ harus nol pada diding kotak dalam arah x, y, z secara bebas. Tiga bilangan kuantum yang diperlukan dalam hal ini adalah :

Bilangan kuantum utama $= n = 1, 2, 3, 4, \ldots$

Bilangan kuantum orbital $= l = 0, 1, 2, 3, \ldots$

Bilangan kuantum magnetik $= m_l = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots$

Bilangan kuantum n menentukan energi total elektron dan bersesuaian dengan bilangan kuantum n dari teori Bohr. Bilangan kuantum orbital l menentukan besar momentum sudut elektron terhadap inti, dan bilangan kuantum magnetik m_l menentukan arah momentum sudut.

Dalam koordinat polar berbentuk bola persamaan fungsi gelombang ψ dapat dinyatakan dalam bentuk tiga perkalian dalam fungsi berbeda. yaitu masing-masing $R(r)$, $\Theta(\theta)$, $\Phi(\phi)$, sehingga dapat dinyatakan bahwa fungsi gelombang dari atom

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

hidrogen adalah :

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\ \Theta(\theta)\ \Phi(\phi) \tag{2-39}$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial r} = \Theta\Phi\frac{\partial R}{\partial r} = \Theta\Phi\frac{dR}{dr} \tag{2-40a}$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial\theta} = R\Phi\frac{\partial\Theta}{\partial\theta} = R\Phi\frac{d\Theta}{d\theta} \tag{2-40b}$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2} = R\Theta\frac{\partial^2\Phi}{\partial\phi^2} = R\Theta\frac{d^2\Phi}{d\phi^2} \tag{2-40c}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2-40a), (2-40b) dan (2-40c) ke dalam persamaan Schrodinger (2-38) untuk atom hidrogen maka diperoleh :

$$\frac{\sin^2\theta}{R}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + \frac{\sin\theta}{\Theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right) + \frac{1}{\Phi}\frac{d^2\Phi}{d\phi^2} + \frac{2mr^2\sin^2\theta}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + E\right) = 0 \tag{2-41a}$$

$$\frac{\sin^2\theta}{R}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + \frac{\sin\theta}{\Theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right) + \frac{2mr^2\sin^2\theta}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + E\right) = -\frac{1}{\Phi}\frac{d^2\Phi}{d\phi^2} \tag{2-41b}$$

dengan memisalkan $-\frac{1}{\Phi}\frac{d^2\Phi}{d\phi^2} = m_l^2$ (2-41c)

maka persamaan (2-41b) setelah dibagi $\sin^2\theta$ menjadi :

$$\frac{1}{R}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + \frac{1}{\Theta\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + E\right) = \frac{m_l^2}{\sin^2\theta} \tag{2-42}$$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

Persamaan untuk fungsi Θ dan R adalah :

$$\frac{m_l^2}{\sin^2\theta} - \frac{1}{\Theta\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right) = l(l+1) \qquad (2\text{-}43)$$

$$\frac{1}{R}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + E\right) = l(l+1) \qquad (2\text{-}44)$$

Dari persamaan (2-41c), (2-43) dan (2-44) diperoleh tiga set persamaan dengan variabel r, θ dan ϕ yang terpisah :

$$\frac{d^2\Phi}{d\phi^2} + m_l^2\Phi = 0 \qquad (2\text{-}45)$$

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right) + \left[l(l+1) - \frac{m_l^2}{\sin^2\theta}\right]\Theta = 0 \qquad (2\text{-}46)$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + \left[\frac{2m}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + E\right) - \frac{l(l+1)}{r^2}\right]R = 0 \qquad (2\text{-}47)$$

Dari persamaan (2-45) dapat diperoleh persamaan :

$$\Phi(\phi) = Ae^{im_l\phi} \qquad (2\text{-}48)$$

A adalah konstanta integrasi normalisasi. Karena fungsi di atas harus memenuhi $\Phi(\phi) = \Phi(\phi + 2\pi)$, maka :

$$Ae^{im_l\phi} = Ae^{im_l(\phi+2\pi)} \qquad (2\text{-}49)$$

yang hanya berlaku pada $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$. Bilangan m dikenal sebagai bilangan kuantum magnetik.

Persamaan (2-46) dapat dipecahkan jika konstanta l merupakan bilangan bulat positif yang lebih besar dari m_l , dikenal sebagai bilangan kuantum orbital. Pada persamaan (2-47), untuk radial R(r) fungsi gelombang atom hidrogen ψ memerlukan

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

persyaratan bahwa E harus positif atau memiliki salah satu harga negatif E_n (yang menyatakan bahwa elektronnya terikat sebagai atom) ditentukan oleh :

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) = \frac{E_1}{n^2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (2\text{-}50)$$

yang bersesuaian dengan amodel atom Bohr (2-36). n dikenal sebagai bilangan kuantum utama harus sama atau lebih besar dari $(l + 1)$

Suatu atom yang memancarkan radiasi berupa foton yang membawa momentum sama dengan perbedaan antara momentum sudut awal dan akhir, maka perubahan l adalah $\pm$ 1 (terkuantisasi orbital). Foton yang membawa rmomentum sudut merupakan gelombang elektromagnetik yang terpolarisasi kutub.

2.2.3. Transisi antar Tingkat Energi

Transisi elektron dari lintasan dengan tingkat energi E_m ke lintasan dengan tingkat energi E_n akan menyerap/ memancarkan foton dengan energi kuantum $h\nu$ yang besarnya sama dengan selisih tingkat energi E_m dan E_n. Besarnya energi yang diserap atau dipancarkan akan memenuhi persamaan (Krane, 1982):

$$h\,\nu = E_m - E_n \qquad (2\text{-}51)$$

$$\nu = \frac{E_m - E_n}{h} \qquad (2\text{-}52)$$

dengan :

ν = frekuensi foton yang diserap/ dipancarkan (Hz)

h = tetapan Plank, $6{,}626 \times 10^{-34}$ J dt

E_m = tingkat energi awal (joule)

E_n = tingkat energi akhir (joule)

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

Fungsi gelombang bergantung waktu Ψ_n dari sebuah elektron dengan keadaan bilangan kuantum n dan energi E_n merupakan perkalian dari fungsi gelombang bebas waktu ψ_n dan fungsi yang berubah terhadap waktu dengan frekuensi $\nu = \frac{E_n}{h}$, sehingga (Beiser, 1992) :

$$\Psi_n = \psi_n e^{-\left(i\frac{E_n}{\hbar}\right)t}, \qquad \Psi_n^* = \psi_n^* e^{+\left(i\frac{E_n}{\hbar}\right)t} \tag{2-53}$$

Syarat umum yang diperlukan suatu atom dalam keadaan eksitasi untuk memancarkan radiasi ialah (Beiser, 1992):

$$\int_{-\infty}^{\infty} x\Psi_n\Psi_m^* dx \neq 0 \tag{2-54}$$

Dalam atom hidrogen ada tiga bilangan kuantum yang diperlukan untuk menentukan keadaan awal dan akhir dalam suatu transisi. Jika bilangan kuantum awal diberikan berturut-turut adalah n', l', m_l' dan keadaan akhir adalah n, l, m_l dan koordinat u menyatakan salah satu dari koordinat x, y, z maka (Beiser, 1992):

$$\int_{-\infty}^{\infty} u\psi_{n,l,m_l}\psi_{n',l',m_l'}^* du \neq 0 \tag{2-55}$$

Transisi yang dapat terjadi ialah yang memiliki perubahan bilangan kuantum dengan +1 atau -1 dan bilangan kuantum magnetik m_l tidak berubah atau berubah denga +1 atau -1, dengan kata lain persyaratan transisi yang diperbolehkan adalah (Beiser, 1992):

$$\Delta l = \pm 1$$

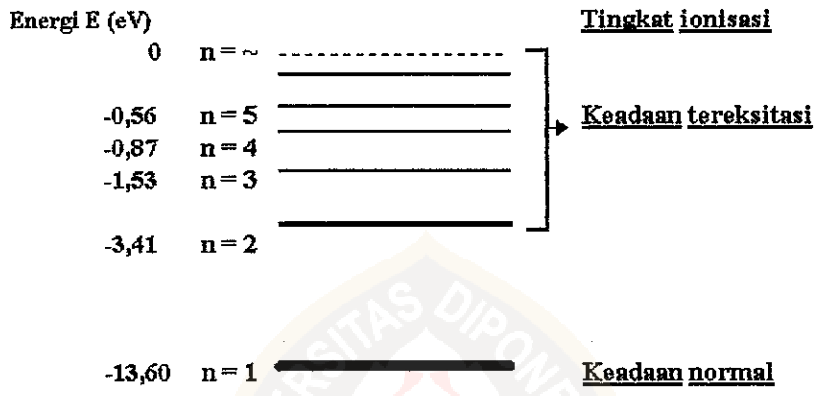
$$\Delta m_l = 0, \pm 1$$

dikenal sebagai kaidah seleksi untuk transisi yang diperbolehkan.

Kaidah seleksi menyatakan bahwa perubahan l adalah ± 1 jika atom tersebut

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

memancarkan foton dengan momentum sudut sama dengan perbedaan antara momentum sudut keadaan awal dan akhir suatu atom. Dengan kata lain bahwa foton akan dipancarkan ketika terjadi transisi dari keadaan m ke n dengan selisih energi yang muncul sebagai energi yang dipancarkan atau diserap elektron suatu atom. Tingkat-tingkat energi elektron pada atom hidrogen disajikan pada Gambar 2-05.



Gambar 2-05. Diagram tingkat energi atom hidrogen
(Millman dan Halkias, 1993)

Jika suatu elektron mengalami transisi dari lintasan luar ke lintasan yang lebih dalam maka elektron tersebut akan memancarkan energi hν. Sebaliknya jika elektron berpindah dari suatu lintasan dalam ke luar maka elektron akam menyerap energi sebesar hν. Menurut Millman dan Halkias (1993), makin banyak energi yang diterima elektron, maka elektron tersebut bergerak ke keadaan stasioner menjauhi inti atom sehingga elektron tersebut akan 'terlepas' dari ikatan atom. Energi yang diperlukan untuk proses ini disebut energi ionisasi dan digambarkan sebagai keadaan yang paling tinggi dalam diagram tingkat energi.

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

2.3. I o n i s a s i

Ionisasi dapat didefinisikan sebagai proses terbentuknya ion-ion karena terlepasnya satu atau lebih elektron dari ikatannya dalam suatu atom. Atom yang kehilangan elektron pada proses ionisasi tersebut akan bermuatan positif, yang disebut sebagai ion positif. Energi yang dibutuhkan untuk melepaskan satu atau lebih elektron dari orbitnya pada atom atau molekul ke keadaan bebas didefinisikan sebagai potensial ionisasi E_i (energi ionisasi) dari atom tersebut. Potensial ionisasi yang pertama adalah energi yang dibutuhkan untuk melepaskan elektron dari orbit terluar suatu atom, sedangkan potensial ionisasi kedua, ketiga dan seterusnya adalah energi yang dibutuhkan untuk melepaskan elektron dari orbit yang lebih dalam di dalam suatu atom (Valyi, 1977).

2.3.1. Tumbukan antara Elektron dan Atom

Pada peristiwa tumbukan antara elektron dengan atom, energi kinetik elektron datang akan diberikan pada sebuah atom tersebut sehingga digunakan untuk mengeksitasikan atau mengionisasikan atom tersebut. Apabila elektron yang ditumbuk memperoleh energi lebih besar daripada energi yang dibutuhkan untuk mengionisasikan atom dari keadaan normal, maka kelebihan energi tersebut akan tetap dimiliki oleh elektron dalam bentuk energi kinetik elektron dari atom setelah tumbukan berlangsung. Apabila elektron yang menumbuk memiliki energi sekurang-kurangnya sama dengan potensial ionisasi energi tersebut, energi yang diberikan pada elektron hanya digunakan untuk melepaskan elektron dari medan ionisasi atom (Millman dan Halkias, 1993).

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

2.3.2. Fotoionisasi

Fotoionisasi didefinisikan sebagai proses ionisasi yang terjadi akibat adanya interaksi foton dengan atom. Peristiwa fotoionisasi terjadi jika energi foton yang diserap atom lebih besar atau sama dengan potensial ionisasi. Millman dan Halkias (1993) menyebutkan bahwa apabila energi foton yang menumbuk atom cukup besar, ada kemungkinan ia memiliki cukup energi untuk mengionisasi atom tersebut. Dalam fotoionisasi, energi foton tidak usah tepat sama dengan energi ionisasi dari atom yang bersangkutan. Elektron memerlukan energi sekurang-kurangnya sama dengan energi ionisasi. Apabila foton memiliki energi lebih besar dari energi ionisasi, kelebihan energi tersebut akan muncul sebagai energi kinetik elektron yang dilepaskan dari atom.

Energi kinetik elektron yang dilepaskan dalam proses fotoionisasi diberikan dalam persamaan (Valyi, 1977) :

$$E_{ke} = h\nu - E_i \qquad (2\text{-}56)$$

dengan :

E_{ke} = energi kinetik elektron lepas (joule)

h = tetapan Planck $6{,}626 \times 10^{-34}$ J dt

ν = frekuensi foton (Hz)

E_i = energi ionisasi atom (joule)

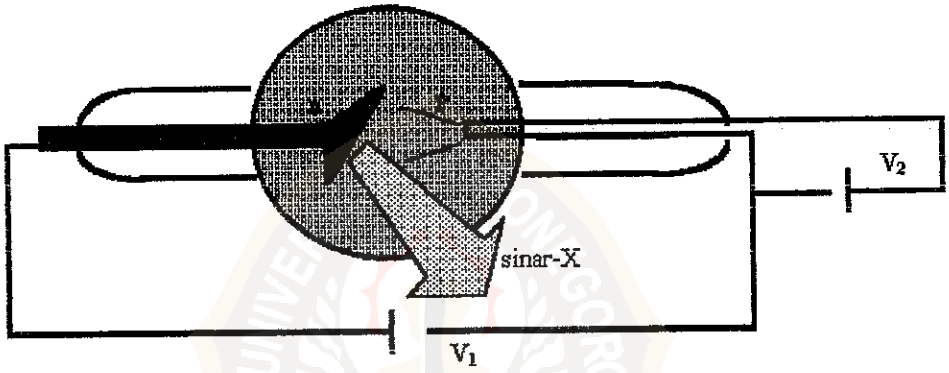
2.4. Produksi Sinar-X

Sinar-X merupakan sinar elektromagnetis yang memiliki energi tinggi. Sinar-X dapat terjadi melalui peristiwa elektron yang dipercepat, tiba-tiba dihentikan oleh

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

sasaran berupa logam keras yang terpasang dalam tabung hampa udara. Peristiwa ini dikenal sebagai *bremsstrahlung*. Dari peristiwa tersebut maka sebagian energi kinetik elektronnya akan diubah menjadi sinar-X dan sebagian lagi akan diubah dalam bentuk panas (Meredith, 1977).

Bentuk dasar dari jenis tabung sinar-X sering disebut tabung Coolidge. Gambar 2-06 menunjukkan skema tabung sinar-X yang terdiri dari filamen F yang bertindak sebagai katoda dan anoda A yang bertindak sebagai sasaran. V_1 dan V_2 masing-masing adalah tegangan tinggi tabung dan tegangan untuk rangkaian pemanas filamen.



Gambar 2-06. Skema bentuk dasar tabung sinar-X
(Beiser, 1992)

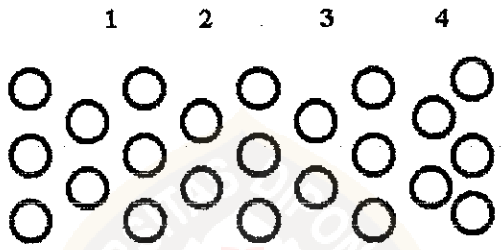
Tabung hampa biasa dikenal sebagai tabung sinar katoda merupakan tempat elektron akan terpancar dari filamen (katoda) menuju sasaran. Tabung ini dibuat dalam keadaan hampa, tujuannya adalah untuk menghindari gesekan molekul udara dan elektron katoda yang terpancar. Dengan demikian elektron yang terpancar akan melaju tanpa hambatan sehingga tidak ada energi yang hilang selama perjalanannya dari katoda ke anoda.

Filamen yang bertindak sebagai katoda berfungsi untuk menghasilkan elektron-elektron bebas. Elektron-elektron akan terpancar dari filamen (katoda) menuju sasaran

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

(anoda). Anoda dengan muatan positifnya akan menarik elektron-elektron yang dihasilkan oleh elektroda filamen. Untuk memanaskan filamen, diperlukan suatu rangkaian kawat dengan sumber tegangan V_2. Saat filamen panas maka elektron-elektron dari filamen akan teremisikan keluar. Elektron akan terpancar menumbuk sasaran karena beda tegangan V_1 yang diberikan di antara kedua elektroda.

Gambar 2-07 menunjukkan beberapa jenis interaksi yang mungkin terjadi ketika elektron menabrak sasaran (Meredith, 1977).



Gambar 2.07. Interaksi elektron dan atom sasaran (Meredith, 1977)

1. Elektron setelah mengalami pembelokan oleh dua atom, selanjutnya elektron lewat sangat dekat ke inti dan mengalami perubahan arah sambil memancarkan foton berupa sinar-X.
2. Elektron mengalami deretan tumbukan dengan elektron atom sasaran dan menghasilkan panas bukan foton sinar-X.
3. Elektron lewat sangat dekat ke inti dan langsung berhenti, sehingga elektron akan memberikan seluruh energinya sehingga dimungkinkan dapat dihasilkan foton maksimum.
4. Elektron membuat tiga tumbukan mendekati inti dan memberikan masing-masing sepertiga dari energi yang dibawanya.

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

2.4.1. Energi Radiasi

Saat elektron dari katoda menumbuk sasaran, elektron akan menerobos dan mendekati inti sasaran, dan kuat medan listrik inti mengakibatkan elektron menyimpang ke arah lain sehingga terjadi pengurangan kecepatan dan energi sampai akhirnya berhenti karena tumbukan dengan atom-atom sasaran (Meredith,1977). Kehilangan energi dari jenis interaksi ini akan dipancarkan dalam bentuk foton berenergi tinggi, disebut sinar-X. Elektron yang terpancar dari katoda menuju anoda akan memiliki energi kinetik sebesar muatannya dikalikan dengan beda tegangan yang diberikan pada kedua elektrodanya (Azman, 1983) :

$$E_{ke} = e\,V_t \qquad (2\text{-}57)$$

Jika energi kinetik elektron sebelum menumbuk sasaran sebesar E_{ke} dan setelah terjadi tumbukan sebesar E_{ke}' maka energi foton yang dihasilkan adalah :

$$h\nu = E_{ke} - E_{ke}' \qquad (2\text{-}58)$$

dengan :

E_{ke} = energi kinetik elektron (joule)

e = muatan elektron (coulomb)

V_t = beda potensial antara elektroda (volt)

Energi dan panjang gelombang foton yang dipancarkan tidak dapat ditentukan secara tunggal, karena hanya E_{ke} yang diketahui. Menurut Krane (1982) elektron akan melakukan banyak tumbukan sehingga sebelum elektron diam, elektron tersebut akan memancarkan energi yang berbeda-beda. Jadi energi foton akan berkisar dari energi terendah (elektron kehilangan sebagian energinya dari beberapa tumbukan) sampai

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

suatu energi maksimum (elektron kehilangan seluruh energinya dalam satu kali tumbukan). Dalam satu kali interaksi ini elektron akan memberikan seluruh energi kinetiknya untuk menghasilkan sebuah foton. Energi foton akan sama dengan energi kinetik elektron penumbuk (Krane, 1982) :

$$E = e\,V_t = h\,\nu = h\frac{c}{\lambda_m} \qquad (2\text{-}59)$$

dengan :

E = energi radiasi (joule)

h = konstanta Planck $6{,}626 \times 10^{-34}$ J dt

c = kecepatan gelombang elektromagnetis 3×10^{8} m dt^{-1}

λ_m = panjang gelombang minimum (meter)

Jika dipancarkan N buah foton per satuan luas setiap detiknya maka intensitas foton sinar-X adalah :

$$I_x = N\,h\,\nu \qquad (2\text{-}60)$$

dengan :

I_x = intensitas sinar-X (J m^{-2} dt^{-1})

N = jumlah foton per satuan luas per detik (m^{-2} dt^{-1})

ν = frekuensi foton (Hz)

Besaran yang berpengaruh terhadap intensitas sinar-X antara lain adalah arus emisi elektron I_{EM} dan tegangan tinggi tabung V_t.

a. Arus emisi elektron I_{EM}

Arus emisi elektron I_{EM} adalah jumlah elektron yang dihasilkan oleh filamen (katoda) pada tabung sinar-X tiap detiknya. Bila jumlah arus emisi elektron I_{EM} dari

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

katoda meningkat maka intensitas sinar-X setiap detik akan meningkat pula karena jumlah elektron yang berinteraksi dengan atom-atom anoda bertambah.

b. Tegangan tinggi tabung V_t

Jika suatu beda tegangan tinggi V_t diberikan di antara katoda dan anoda, setiap elektronnya akan ditarik dari katoda menumbuk anoda dengan energi kinetik sebesar eV_t seperti ditunjukkan pada persamaan (2-57). Jika beda tegangan yang diberikan di antara katoda dan anoda semakin besar, energi kinetik elektron akan semakin besar sehingga intensitas sinar-X meningkat setiap detiknya yang ditunjukkan pada persamaan (2-60).

Jika produksi sinar-X setiap detiknya semakin besar intensitasnya, maka kemungkinan untuk terjadinya peristiwa ionisasi akan semakin besar sehingga jumlah ion-ion yang dihasilkan tiap detiknya semakin meningkat.

2.4.2. Energi Serapan

Ketika sinar-X melewati suatu materi, beberapa foton akan berinteraksi dengan atom-atom materi tersebut yang mengakibatkan foton terserap dari berkas sinar. Interaksi yang paling memungkinkan terhadap pengurangan intensitas berkas foton sinar-X adalah efek fotolistrik dan efek Compton (Azman, 1983).

Pada efek fotolistrik, energi radiasi sinar-X akan diserap seluruhnya oleh elektron di dalam atom materi. Energi yang diserap akan dipergunakan untuk mengionisasi elektron dari ikatan inti yaitu melepaskan elektron dari ikatan inti. Effek Compton terjadi karena hanya sebagian energi radiasi sinar-X yang diserap oleh elektron untuk mengeluarkan elektron dari ikatan atom. Energi radiasi sinar-X yang

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

tersisa akan dihamburkan dalam bentuk foton hambur (radiasi hamburan) dengan energi yang lebih rendah daripada energi semula (Gabriel, 1996).

Pada peristiwa absorbsi sinar-X, intensitas sinar-X berkurang karena foton-foton berinteraksi dengan atom-atom materi. Misalkan ketebalan materi adalah dx, berkurangnya intensitas -dI setelah sinar-X melewati materi adalah sebanding dengan intensitas awal I terhadap dx, maka diperoleh hubungan (Morgan, 1953)

$$-dI \approx I\,dx \qquad (2\text{-}61a)$$

$$\frac{dI}{I} = -\mu.dx \qquad (2\text{-}61b)$$

$$\ln I \Big|_{I_0}^{I} = -\mu x \text{ atau } \ln \frac{I}{I_0} = -\mu x \qquad (2\text{-}61c)$$

dengan I_0 adalah harga I pada x = 0, sehingga diproleh persamaan (Azman, 1983) :

$$I = I_0\ e^{-\mu x} \qquad (2\text{-}62)$$

dengan :

I = intensitas setelah melewati materi (foton $m^{-2}\ dt^{-1}$)

I_0 = intensitas mula-mula (foton $m^{-2}\ dt^{-1}$)

μ = koefisien serapan linier (m^{-1})

x = tebal materi (meter)

2.5. Arus pada Dua Keping Pelat Sejajar

Jika pada pelat sejajar diberi beda tegangan V maka di antara pelat akan timbul medan listrik yang besarnya E pada persamaan (2-27), sehingga ion-ion yang ada di antaranya akan tertarik dengan gaya sebesar :

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

$$F == q\ E = q\frac{V_c}{d} = m\frac{dv}{dt} \qquad (2\text{-}63)$$

dengan :

F = gaya Coulomb di antara dua pelat (newton)

q = besarnya muatan ion (coulomb)

V_c = beda tegangan antara dua pelat (volt)

d = jarak antara dua keping pelat (meter)

m = massa ion (kg)

$\frac{dv}{dt}$ = percepatan elektron menuju pelat (m dt^{-2})

Untuk muatan q, jarak d dan massa m yang tetap, maka besar percepatan ion tertarik ke sisi pelat dipengaruhi oleh tegangan yang diberikan pada pelat tersebut. Jika percepatan semakin besar maka untuk selang waktu yang sama jumlah ion yang sampai (menempel) di pelat semakin meningkat, dan arus ionisasi I akan semakin besar.

Pada waktu yang sama muatan q yang membentuk arus I tiap satu satuan waktu semakin besar dengan bertambahnya beda tegangan yang diberikan pada kedua sisi pelat. Besar arus ionisasi I hasil ionisasi adalah jumlah muatan yang timbul karena ion-ion menempel pada pelat persatuan waktu. Arus ionisasi yang timbul diberikan oleh persamaan :

$$I = \frac{dQ}{dt} \qquad (2\text{-}64)$$

dengan muatan ion total :

$$Q = N\left(\frac{dq}{dt}\right).t \qquad (2\text{-}65)$$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

dengan :

Q = muatan ion total yang menempel di pelat (A dt)

I = arus ionisasi (ampere)

$\frac{dq}{dt}$ = jumlah ion persatuan waktu (coulomb dt^{-1})

t = waktu penyinaran (detik)

N = jumlah muatan ion yang menempel pelat persatuan waktu (dt^{-1})

Selain itu jumlah arus ionisasi I yang terbentuk juga tergantung pada jumlah ion-ion yang dihasilkan dari peristiwa ionisasi udara oleh sinar-X.

2.6. Daya Dosis Ion

Energi sinar-X sebagai gelombang elektromagnetik dapat menimbulkan pengaruh pada berberapa materi yang menyerap energi tersebut. Contohnya film menjadi kehitam-hitaman, kulit menjadi kemerahan, udara dan gas-gas lain menjadi konduktif (menghantar listrik). Pengaruh tersebut disebabkan oleh ionisasi molekul dari energi sinar-X yang diterima materi. Definisi dosis radiasi berdasarkan pada dua efek berikut ini (Babinecz dan Rex, 1980) :

1. Pengaruh ionisasi terjadi pada materi disebut sebagai "dosis ion" yang didefinisikan sebagai besarnya muatan dari ion-ion tertentu yang dibangkitkan selama penyinaran udara setiap satuan massa materi yang disinari, dirumuskan sebagai :

$$J = \lim_{\Delta m \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta m} = \frac{dQ}{dm} \qquad (2\text{-}66)$$

dengan :

J = dosis ion (A dt kg^{-1})

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

Q = muatan ion (A dt)

m = massa materi yang disinari (kg)

Satuan dosis ionisasi adalah :

1 rontgent = 258×10^{-6} A dt kg^{-1}

2. Penyerapan energi pada waktu masuk materi disebut sebagai "dosis energi" yang didefinisikan sebagai besarnya energi radiasi yang diserap oleh materi yang disinari tiap satu satuan massa dari materi, dirumuskan sebagai :

$$K = \lim_{\Delta m \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta m} = \frac{dW}{dm} \qquad (2\text{-}67)$$

dengan :

K = dosis energi (J kg^{-1})

W = energi radiasi (joule)

m = massa materi yang disinari (kg)

Satuan dosis energi radiasi serap adalah :

1 rad = 1 rd = 1 rem = 10^{-2} J kg^{-1}

Besarnya daya dosis ion oleh sinar-X didefinisikan sebagai besarnya dosis ion per satuan waktu (Babinecz dan Rex, 1980).

$$j = \frac{dJ}{dt} \qquad (2\text{-}68)$$

dengan :

j = daya dosis ion (A kg^{-1})

J = dosis ion (A dt kg^{-1})

t = waktu penyinaran (detik)

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

sehingga dari persamaan (2-64), (2-66) dan (2-68) diperoleh persamaan :

$$j = \frac{dI}{dm} \qquad (2\text{-}69)$$

Arus ionisasi I oleh radiasi sinar-X di udara dengan volume V dan massa m merupakan variabel lokal terhadap pelemahan dan penyebaran radiasi. Pada volume dan massa udara yang kecil, maka daya dosis ion (j) dapat didekati dengan daya dosis ion rata-rata. Daya dosis ion rata-rata merupakan besaran yang tergantung pada lokasi. Untuk menentukan daya dosis ion lokal harus diperhitungkan adanya ketidakhomogenan pada arus energi di penampang sinar dengan bertambahnya jarak dari sumber radiasi (Babinecz dan Rex, 1980).

$$j_{rata-rata} = \frac{I}{m} \qquad (2\text{-}70)$$

dengan :

$j_{rata-rata}$ = daya dosis ion rata-rata (A kg^{-1})

I = arus ionisasi (ampere)

m = massa materi yang disinari (kg)

Daya dosis ion pada titik tertentu sejauh l_x dari sumber radiasi dapat ditentukan dari integral j terhadap massa materi yang disinari (Babinecz dan Rex, 1980).

$$j_{(l_x)} = \frac{dI_{(l_x)}}{dm}$$

$$I_{(l_x)} = \int_{(m)} j_{(l_x)} dm \qquad (2\text{-}71)$$

Daya dosis ion akan berkurang dengan bertambahnya jarak l dari sumber radiasi didasarkan pada hukum serapan (2-62), sehingga (Babinecz dan Rex, 1980) :

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

$$j_{(l_x)} = j_{(l_0)} \frac{l_0^2}{l_x^2} e^{-\mu(l_x - l_0)} \qquad (2\text{-}72)$$

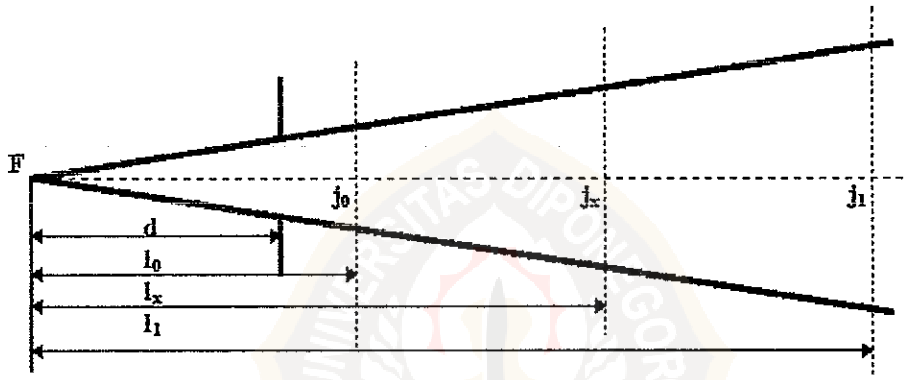
dengan :

$j_{(lx)}$ = daya dosis ion pada jarak l_x (A kg^{-1})

$j_{(lo)}$ = daya dosis ion pada jarak l_0 (A kg^{-1})

l_x, l_0 = jarak dari sumber radiasi (meter)

μ = koefisien serapan linier (m^{-1})



Gambar 2-08. Skema pelemahan radiasi sinar-X
(Babinecz dan Rex, 1980)

Dari Gambar 2-08, dm dapat dinyatakan ke dalam bentuk dl (Babinecz dan Rex, 1980) :

$$dm = a(l) \,.\, b(l) \,.\, \rho \,.\, dl \qquad (2\text{-}73)$$

Dari hukum kedua radiasi (Babinecz dan Rex, 1980) bahwa:

$$a(l).\, b(l) = a.\, b.\, \frac{l^2}{d^2} \qquad (2\text{-}74)$$

sehingga dari persamaan (2-71) dan (2-74) diperoleh (Babinecz dan Rex, 1980):

$$I = j_{(l_0)} . \rho . \frac{l_0^2}{d^2} . a.\, b. \int_{l_0}^{l_x} e^{-\mu(l_x - l_0)} dl \qquad (2\text{-}75)$$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

$$j_{(l_0)} = \frac{I.d^2.\mu}{\rho.l_0^2.a.b.\left(1-e^{-\mu(l_x-l_0)}\right)} \qquad (2\text{-}76)$$

dengan :

a = lebar horisontal celah diafragma (meter)

b = lebar vertikal celah diafragma (meter)

d = jarak sumber radiasi dengan diafragma (meter)

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)