

115 / 11 / 98

**PENENTUAN DAYA DOSIS ION HASIL IONISASI
UDARA OLEH SINAR-X DI RUANG ANTARA
DUA KEPING PELAT SEJAJAR**



SKRIPSI

Oleh :

WASI JATMIKO NUGROHO

J 401 91 0668

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

1998

**PENENTUAN DAYA DOSIS ION HASIL IONISASI
UDARA OLEH SINAR-X DI RUANG ANTARA
DUA KEPING PELAT SEJAJAR**



SKRIPSI

**Disusun sebagai salah satu syarat
untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu (S1)
Jurusan Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Diponegoro
Semarang**

Oleh

**WASI JATMIKO NUGROHO
J 401 91 0668**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG
1998**

LEMBAR PENGESAHAN

JUDUL SKRIPSI : **Penentuan Daya Dosis Ion Hasil Ionisasi Udara oleh Sinar-X di Ruang antara Dua Keping Pelat Sejajar**

NAMA : **Wasi Jatmiko Nugroho**

NIM : **J 401 91 0668**

Telah lulus Ujian Sarjana pada tanggal **14 April 1998**



Semarang, April 1998

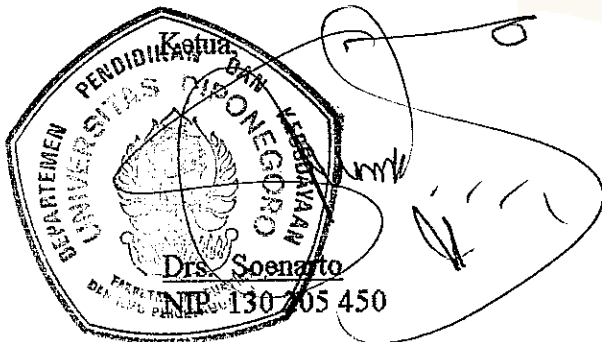
Panitia Penguji Ujian Sarjana

Jurusan Fisika

Ketua,


Drs. Soenarto.
NIP. 130 205 450

Jurusan Fisika



LEMBAR PERSETUJUAN

JUDUL SKRIPSI : **Penentuan Daya Dosis Ion Hasil Ionisasi Udara oleh Sinar-
X di Ruang antara Dua Keping Pelat Sejajar**

NAMA : **Wasi Jatmiko Nugroho**

NIM : **J 401 91 0668**

Telah selesai dan layak untuk mengikuti Ujian Sarjana.



Semarang, 24 Januari 1998

Pembimbing I

Drs. M. Dahlan
NIP. 130 219 407

Pembimbing II

Much. Azam, S.Si
NIP. 132 087 440

MOTTO

- Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan.
(Q.S. 94 : 5, 6)
- Mudahkanlah terhadap orang lain dan janganlah kamu mempersulit mereka, dan berilah mereka kegembiraan dan janganlah mereka diusahakan untuk lari.
(HR. Bukhari)
- Sesungguhnya Allah swt. tidak akan melihat pada tubuh dan rupamu, tetapi Ia akan melihat kepada hatimu dan amalmu (perbuatanmu)
(HR. Muslim)





Skripsi ini penulis persembahkan khusus pada :

- * Ayah dan Ibu tercinta,**
- * Kakak-kakak tersayang,**
- * Seseorang yang penulis sayangi.**

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT Yang Maha Pengasih dan Maha Penyayang, karena rahmat dan hidayah-Nya penulis telah dapat menyelesaikan penelitian dan menyusun skripsi dengan judul **“Penentuan Daya Dosis Ion Hasil Ionisasi Udara oleh Sinar-X di Ruang antara Dua Keping Pelat Sejajar”**.

Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat akademis untuk mencapai gelar S-1 di Jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Diponegoro, Semarang.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada segenap staf pengajar Jurusan Fisika, Fakultas MIPA, Universitas Diponegoro, yang telah memberikan bekal ilmu kepada penulis selama penulis mengikuti kuliah di Jurusan Fisika, Fakultas MIPA, Universitas Diponegoro. Ucapan terima kasih secara khusus penulis sampaikan kepada :

1. Ibu Dra. Hj. Sriani Hendarko, SU, selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Diponegoro.
2. Bapak Drs. Soenarto, selaku Ketua Jurusan Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Diponegoro.
3. Bapak Drs. M. Dahlan, selaku pembimbing utama yang telah memberikan bimbingan dan pengarahan selama penelitian dan penulisan skripsi ini sampai selesai.

4. Bapak Much. Azam, S.Si, selaku pembimbing II yang dengan penuh kesabaran memberi bimbingan dan pengarahan selama penelitian dan penulisan skripsi ini sampai selesai.
5. Bapak Drs. Sumedi, yang telah banyak memberi nasihat dan saran selama penelitian.
6. Ayah dan ibu tercinta yang selalu mengarahkan, membimbing dan mengirim doa untuk penulis.
7. Teman-teman seperjuangan dan berbagai pihak yang tidak mungkin penulis sebutkan satu persatu, yang telah memberi semangat selama penelitian dan penulisan skripsi sampai selesai.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis dan pembaca yang budiman. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih kurang sempurna, karena itu sudilah kiranya para pembaca memakluminya, dan penulis dengan senang hati menerima saran dan kritik membangun demi perbaikan skripsi ini.

Semarang Januari 1998

Penulis

INTISARI

Telah dilakukan pengukuran daya dosis ion hasil ionisasi udara oleh sinar-X pada ruang di antara dua pelat sejajar. Diselidiki pula pengaruh tegangan tinggi tabung V_t , pengaruh arus emisi I_{EM} dan pengaruh tegangan pelat V_c terhadap arus ionisasi.

Penelitian dilakukan dengan mengukur arus ionisasi dari hasil ionisasi udara oleh sinar-X yang terjadi pada ruang di antara dua pelat sejajar. Arus ionisasi diamati terhadap kenaikan tegangan tinggi tabung V_t , arus emisi I_{EM} dan tegangan pelat V_c .

Hasil pengukuran menunjukkan bahwa besarnya daya dosis ion rata-rata pada arus emisi 1×10^{-3} A dan pada tegangan tinggi tabung $4,2 \times 10^4$ V adalah $(4,11 \pm 0,06) \times 10^{-5}$ A kg⁻¹, $(4,23 \pm 0,06) \times 10^{-5}$ A kg⁻¹ dan daya dosis ion lokal pada arus emisi 1×10^{-3} A dan pada tegangan tinggi tabung $4,2 \times 10^4$ V adalah $(4,27 \pm 0,03) \times 10^{-5}$ A kg⁻¹, $(4,40 \pm 0,03) \times 10^{-5}$ A kg⁻¹. Dari penelitian diketahui bahwa jumlah ion-ion yang di serap oleh masing-masing sisi pelat akan meningkat dengan meningkatnya tegangan pelat sehingga diperoleh arus jenuh, dan arus ionisasi meningkat dengan meningkatnya arus emisi atau meningkatnya tegangan tinggi pada tabung sinar-X.



DAFTAR ISI

| | Halaman |
|---|----------------|
| JUDUL | i |
| LEMBAR PENGESAHAN | ii |
| LEMBAR PERSETUJUAN | iii |
| MOTTO | iv |
| PERSEMBAHAN | v |
| KATA PENGANTAR | vi |
| INTISARI | viii |
| ABSTRACT | ix |
| DAFTAR ISI | x |
| DAFTAR GAMBAR | xiii |
| DAFTAR TABEL | xiv |
| DAFTAR LAMPIRAN | xv |
| BAB I PENDAHULUAN | 1 |
| 1.1. Latar Belakang | 1 |
| 1.2. Batasan Masalah | 2 |
| 1.3. Tujuan Penelitian | 2 |
| 1.4. Manfaat Penelitian | 3 |
| 1.5. Sistematika Penulisan | 3 |
| BAB II DASAR TEORI | 5 |
| 2.1. Medan Listrik | 5 |

| | | |
|--|-------|-----------|
| 2.1.1. Hukum Coulomb | ----- | 5 |
| 2.1.2. Hukum Gauss | ----- | 7 |
| 2.1.3. Potensial Listrik antara Dua Keping Pelat Sejajar | ----- | 10 |
| 2.1.4. Medan Listrik antara Dua Keping Pelat Sejajar | ----- | 11 |
| 2.2. Model Atom | ----- | 13 |
| 2.2.1. Model Atom Bohr | ----- | 13 |
| 2.2.2. Persamaan Schrodinger Atom Hidrogen | ----- | 15 |
| 2.2.3. Transisi antar Tingkat Energi | ----- | 19 |
| 2.3. Ionisasi | ----- | 22 |
| 2.3.1. Tumbukan antara Elektron dan Atom | ----- | 22 |
| 2.3.2. Fotoionisasi | ----- | 23 |
| 2.4. Produksi Sinar-X | ----- | 23 |
| 2.4.1. Energi Radiasi | ----- | 26 |
| 2.4.2. Energi Serapan | ----- | 28 |
| 2.5. Arus pada Dua Keping Pelat Sejajar | ----- | 29 |
| 2.6. Daya Dosis Ion | ----- | 31 |
| BAB III METODE PENELITIAN | ----- | 36 |
| 3.1. Alat yang Digunakan | ----- | 36 |
| 3.2. Pengaturan Alat | ----- | 39 |
| 3.3. Pengambilan Data | ----- | 40 |
| 3.4. Pengolahan Data | ----- | 42 |
| BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN | ----- | 45 |
| 4.1. Arus Ionisasi | ----- | 45 |

| | | |
|---|-------|-----------|
| 4.1.1. Variasi Tegangan Pelat V_c terhadap Arus Ionisasi I | ----- | 45 |
| 4.1.2. Variasi Arus Emisi I_{EM} terhadap Arus Ionisasi I | ----- | 48 |
| 4.1.3. Variasi Tegangan Tinggi V_t terhadap Arus Ionisasi I | ----- | 50 |
| 4.2. Daya Dosis Ion | ----- | 52 |
| BAB V KESIMPULAN DAN SARAN | ----- | 55 |
| 5.1. Kesimpulan | ----- | 55 |
| 5.2. Saran | ----- | 56 |
| DAFTAR PUSTAKA | ----- | 57 |
| LAMPIRAN-LAMPIRAN | ----- | 59 |



DAFTAR GAMBAR

| | Halaman |
|--|---------|
| Gambar 2-01. Permukaan bentuk bola S' untuk menghitung sudut ruang | 7 |
| Gambar 2-02. Potensial listrik antara keping pelat | 11 |
| Gambar 2-03. Medan listrik antara keping pelat sejajar | 12 |
| Gambar 2-04. Keseimbangan gaya lintasan elektron mengelilingi inti | 14 |
| Gambar 2-05. Diagram tingkat energi atom hidrogen | 21 |
| Gambar 2-06. Skema bentuk dasar tabung sinar-X | 24 |
| Gambar 2-07. Interaksi elektron dan atom sasaran | 25 |
| Gambar 2-08. Skema pelemahan radiasi sinar-X | 34 |
| Gambar 3-01. Skema alat Roentgen | 36 |
| Gambar 3-02. Sumber tegangan DC | 37 |
| Gambar 3-03. Penguat arus | 37 |
| Gambar 3-04. Pelat sejajar dan diafragma regtangular | 38 |
| Gambar 3-05. Skema susunan peralatan | 39 |
| Gambar 3-06. Skema diarfagma dan pelat sejajar | 42 |
| Gambar 4-01. Grafik pengaruh tegangan pelat terhadap arus ionisasi | 46 |
| Gambar 4-02. Grafik pengaruh arus emisi terhadap arus ionisasi | 48 |
| Gambar 4-03. Grafik pengaruh tegangan tinggi tabung terhadap arus ionisasi | 51 |

DAFTAR TABEL

| | Halaman |
|--|---------|
| Tabel 4-01. Hasil pengukuran arus ionisasi pada variasi tegangan pelat V_c ---- | 45 |
| Tabel 4-02. Hasil pengukuran arus ionisasi pada variasi arus emisi I_{EM} ----- | 48 |
| Tabel 4-03. Hasil pengukuran arus ionisasi pada variasi tegangan tinggi V_t ---- | 50 |
| Tabel 4-04. Hasil pengukuran ruang antara dua pelat sejajar ----- | 52 |
| Tabel 4-05. Daya dosis ion pada arus emisi tabung $I_{EM} 1 \times 10^{-3} \text{ A}$ ----- | 53 |
| Tabel 4-06. Daya dosis ion pada tegangan tinggi tabung $V_t 4,2 \times 10^4 \text{ V}$ ----- | 54 |



DAFTAR LAMPIRAN

| | Halaman |
|---|----------------|
| Lampiran A Data Pengukuran dan Contoh Perhitungan | 59 |
| Lampiran B Tabel Suhu, Kerapatan dan Koefisien Serapan Udara | 67 |
| Lampiran C Penjabaran Rumus | 69 |



BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Sinar-X ditemukan oleh Roentgen pada bulan November 1895, ketika melakukan eksperimen kelistrikan dalam gas bertekanan sangat rendah. Roentgen mencatat bahwa terdapat suatu sinar ketika tabung lucutan diselubungi kertas hitam, dan segera menyatakan bahwa sinar tersebut yang menyebabkan radiasi. Hasil penemuannya diberi nama sinar-X. Penggunaan X menunjukkan simbol untuk kualitas yang tidak diketahui saat itu (Meredith, 1977).

Sinar-X memiliki daya tembus yang besar. Dengan sifat tersebut, para dokter tidak perlu lagi melakukan pembedahan untuk melihat organ tubuh bagian dalam pasien. Mereka dapat melakukan penyembuhan kanker dengan radioterapi, karena pada dosis yang ditentukan, sinar-X mampu menghambat atau membunuh kanker yang ada dalam tubuh pasien. Pemakaian sinar-X yang melebihi dosis dan kurang hati-hati dapat menimbulkan kerugian-kerugian terhadap pemakainya, bahkan dapat membahayakan jiwa pasien. Pada pemakaian melebihi dosis yang ditentukan, sinar-X dapat merusak jaringan sel sehat (Gabriel, 1996).

Sinar-X adalah gelombang elektromagnetik yang memiliki energi tinggi sehingga dapat memindahkan energi pada materi yang dikenainya. Sebagian dari energi tersebut akan digunakan untuk mengionisasi materi sehingga dalam materi akan terjadi

pembentukan ion positif dan ion negatif. Peristiwa ionisasi akan berbahaya jika terjadi dalam tubuh secara terus menerus tanpa terkontrol dengan benar (Gabriel, 1996). Akibat ionisasi dalam tubuh, akan menyebabkan kelainan dan kerusakan pada jaringan sel-selnya.

Untuk mencegah kerugian-kerugian yang mungkin terjadi, perlu dilakukan eksperimen untuk mengetahui daya ionisasi sinar-X terhadap materi yang dikenainya. Sebagai medium ujinya digunakan udara yang berada di antara dua keping pelat. Kedua keping pelat sejajar diberi beda potensial yang berfungsi untuk mengikat ion-ion hasil ionisasi udara tersebut. Ion-ion akan ditarik langsung ke sisi masing-masing pelat membentuk arus ionisasi I karena adanya medan listrik di ruang antara dua pelat. Untuk itu perlu diketahui pengaruh tegangan pelat V_c , arus emisi I_{EM} dan tegangan tinggi tabung V_t terhadap arus ionisasi I .

1.2. Batasan Masalah

Penelitian dibatasi pada ionisasi yang terjadi di udara yaitu di ruang antara dua keping pelat sejajar oleh radiasi sinar-X tanpa memperhitungkan kandungan unsur-unsur yang terdapat dalam udara.

1.3. Tujuan Penelitian

1. Menyelidiki pengaruh variasi tegangan pelat terhadap arus ionisasi yang terjadi di ruang antara dua pelat sejajar.

2. Menyelidiki pengaruh variasi arus emisi pada tabung sinar-X terhadap arus ionisasi yang terjadi di ruang antara dua pelat sejajar.
3. Menyelidiki pengaruh variasi tegangan tinggi pada tabung sinar-X terhadap arus ionisasi yang terjadi di ruang antara dua pelat sejajar.
4. Penentuan daya dosis ion di udara di ruang antara dua pelat sejajar yang dilewati sinar-X.

1.4. Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan informasi bagi pembaca mengenai sinar-X dan pengaruhnya pada materi yang dikenainya. Dengan mengetahui pengaruh sinar-X pada suatu materi dan akibat-akibat yang dapat ditimbulkannya, diharapkan pada penelitian dan pemakaian sinar-X selanjutnya dapat diantisipasi seoptimal mungkin pemanfaatan sinar-X dengan memperhatikan aspek proteksi radiasi.

1.5. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir dimaksudkan untuk memberikan gambaran sekilas bab demi bab yang terdiri dari 5 bab. Sistematika penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut :

Bab I : Pendahuluan, yang terdiri dari latar belakang masalah, perumusan masalah, batasan masalah, tujuan, dan sistematika penulisan.

Bab II : Dasar teori, membahas mengenai medan listrik, energi, ionisasi, produksi sinar-X dan daya dosis sebagai dasar teori dalam penelitian.

Bab III : Menjelaskan tentang metoda penelitian yang diterapkan serta langkah-langkah dalam penelitian.

Bab IV : Hasil dan pembahasan, berisi hasil penelitian serta analisis pembahasannya.

Bab V : Kesimpulan dan saran adalah bab terakhir yang berisi kesimpulan dari hasil penelitian dan saran untuk kesempurnaan penelitian selanjutnya.



BAB II

DASAR TEORI

2.1. Medan Listrik

2.1.1. Hukum Coulomb

Pada tahun 1785, Coulomb melakukan pengamatan terhadap benda-benda bermuatan. Ia berpendapat adanya dua jenis muatan listrik yang berbeda, yaitu muatan positif dan muatan negatif. Dua buah muatan yang sejenis akan tolak-menolak, sedangkan dua buah muatan yang berlainan jenis akan tarik-menarik. Gaya yang ditimbulkan akibat dari muatan tersebut dirumuskan dalam hukum Coulomb (Sears dan Zemansky, 1986) :

“Gaya tarik atau gaya tolak antara dua muatan titik berbanding lurus dengan hasil kali kedua muatan dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak antara kedua muatan titik tersebut”.

Jika dirumuskan akan diperoleh persamaan (Wangness, 1979) :

$$\mathbf{F}_{q \rightarrow q'} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{R^2} \hat{\mathbf{R}} \quad (2-01)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, \quad R = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|, \quad \hat{\mathbf{R}} = \frac{\mathbf{R}}{R} \quad (2-02)$$

dengan :

\mathbf{F} = gaya Coulomb pada muatan q' (newton)

q, q' = besar muatan titik 1 dan 2 (coulomb)

R = jarak antara kedua muatan titik (meter)

\hat{R} = vektor satuan arah radial

ϵ_0 = permitivitas medium hampa, $8,85 \times 10^{-12} \text{ C N}^{-1} \text{ m}^2$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = k \text{ (tetapan kelistrikan medium hampa)} = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$$

Berdasarkan hukum Coulomb di atas, maka gaya yang dialami muatan titik q' yang besarnya 1 coulomb oleh muatan titik q adalah $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} \hat{R}$, dilambangkan dengan

E (intensitas /kuat medan listrik), sehingga dapat dirumuskan (Tobing,1996) :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} \hat{R} \quad (2-03)$$

dengan :

E = intensitas medan listrik (N C^{-1})

R = jarak dari muatan titik (meter)

Besarnya intensitas medan listrik adalah bervariasi dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak muatan titik yang menimbulkannya. Medan listrik bersifat radial, yaitu keluar dari muatan positif dan menuju ke muatan negatif (Tobing, 1991).

Potensial listrik pada sebuah titik di dalam medan listrik adalah hasil kali dari medan listrik dan jarak dari muatan uji. Sehingga potensial listrik V dapat ditentukan berdasarkan persamaan (Sears, 1962):

$$\begin{aligned} V &= -\int E \cdot ds & (2-04) \\ &= -\int E \cos\theta \, ds \\ &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{q}{R^3} R \cos\theta \, ds \end{aligned}$$

karena $\cos \theta \, ds = dR$, maka :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R} \quad (2-05)$$

dengan :

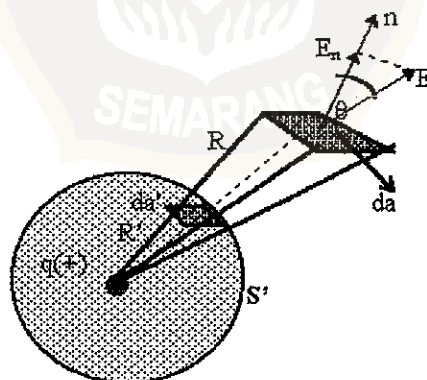
V = potensial listrik (N m C^{-1})

R = jarak antara kedua muatan (meter)

Potensial listrik dalam medan elektrostatistik tergantung pada jarak dari muatan ke titik tertentu dalam medan dan tergantung pada besar muatan penyebab medan.

2.1.2. Hukum Gauss

Intensitas listrik di setiap titik pada permukaan dari suatu muatan yang berupa titik akan mengarah radial ke luar dari muatan positif atau sebaliknya jika muatannya negatif. Jika pada permukaan diambil suatu bidang da yang cukup kecil, maka intensitas dapat dianggap sama pada arah dan besar pada bidang da tersebut.



Gambar 2-01. Permukaan bentuk bola S' untuk menghitung sudut ruang (Reitz, et al, 1979)

Dengan n menunjukkan arah garis normal, maka dari Gambar 2-01 dapat dinyatakan bahwa (Reitz, et al, 1979):

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} \, da = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \frac{\mathbf{R} \cdot \mathbf{n}}{R^3} \, da \quad (2-06)$$

$$\oint_S \frac{\mathbf{R} \cdot \mathbf{n}}{R^3} \, da = \oint_{S'} \frac{\mathbf{R}' \cdot \mathbf{n}}{R'^3} \, da' = 4\pi \quad (2-07)$$

sehingga :

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} \, da = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} 4\pi = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (2-08)$$

Jika terdapat beberapa muatan titik $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ yang dilingkupi oleh permukaan S , dimana setiap muatan melingkupi suatu sudut ruang penuh (4π) (Reitz, et al, 1979):

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} \, da = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i \quad (2-09)$$

Jika S merupakan permukaan tertutup yang membatasi volume V dengan $dq = \int \rho \, dv$ maka (Reitz, et al, 1979):

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} \, da = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \, dv \quad (2-10)$$

Persamaan (2-09) dan (2-10) dikenal sebagai hukum Gauss dalam bentuk integral. Persamaan dapat juga dinyatakan dalam bentuk diferensial dengan menggunakan teorema divergensi (Reitz, et al, 1979):

$$\oint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, da = \int_V \nabla \cdot \mathbf{F} \, dv \quad (2-11)$$

dengan :

$$\nabla = \text{gradien, } \frac{\partial}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{z}$$

$$\mathbf{F} = \text{vektor sembarang}$$

Jika diterapkan pada integral permukaan komponen garis normal medan listrik \mathbf{E} , akan diperoleh persamaan (Reitz, et al, 1979) :

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} \, da = \int_V \nabla \cdot \mathbf{E} \, dv = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \, dv \quad (2-12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \quad (2-13)$$

Persamaan (2-13) dikenal sebagai hukum Gauss dalam bentuk diferensial. Dengan

$\hat{\mathbf{R}}/R^2 = \nabla(1/R)$, maka dinyatakan bahwa (Reitz, et al, 1979):

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho \frac{\mathbf{R}}{R^3} \, dv \quad (2-14)$$

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho \nabla \left(\frac{1}{R} \right) \, dv \quad (2-15)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho \frac{1}{R} \, dv \quad (2-16)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2-05) dihasilkan :

$$\mathbf{E} = -\nabla V \quad (2-17)$$

Untuk selanjutnya dalam medan listrik statik, \mathbf{E} dapat dinyatakan sebagai minus gradien dari potensial V . Dari persamaan (2-13) dan (2-17) diperoleh hubungan :

$$\nabla \cdot \nabla V = \nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2-18)$$

Persamaan (2-18) dikenal sebagai persamaan Poisson.

Pada listrik statik, seluruh muatan akan terdapat pada permukaan penghantar atau dalam bentuk muatan titik yang tetap. Dalam hal ini ρ di sebagian besar titik dalam ruang sama dengan nol, dan di tempat yang rapat muatannya nol, persamaan di atas menjadi bentuk lebih sederhana dikenal dengan persamaan Laplace (Reitz, et al, 1979):

$$\nabla^2 V = 0 \quad (2-19)$$

2.1.3. Potensial Listrik antara Dua Keping Pelat Sejajar

Pada persamaan Laplace, jika V berupa fungsi dengan satu peubah, maka persamaan (2-19) berubah menjadi persamaan diferensial biasa mengingat V adalah $V(x)$, yaitu fungsi koordinat x tegak lurus tunggal, sehingga dapat dituliskan (Reitz, et al, 1979) :

$$\frac{d^2V}{dx^2} = 0 \quad (2-20)$$

$$V(x) = ax + b \quad (2-21)$$

dengan a dan b adalah tetapan untuk memenuhi syarat batasnya.

Jika potensial merupakan fungsi dari dua koordinat tegak lurus yaitu masing-masing sebagai fungsi $X(x)$ dan $Y(y)$, (Panofsky dan Phillips, 1962) :

$$V(x, y) = X(x) Y(y) \quad (2-22)$$

dengan X dan Y adalah fungsi terhadap x fungsi terhadap y maka persamaan Laplace (2-19) dapat dinyatakan sebagai (Panofsky dan Phillips, 1962):

$$\nabla^2 V = YX'' + XY'' = 0 \quad (2-23)$$

X'' dan Y'' merupakan turunan kedua dari fungsi X dan fungsi Y . Persamaan (2-23)

dapat dituliskan dalam bentuk :

$$Y'' + k^2 Y = 0 \quad (2-24a)$$

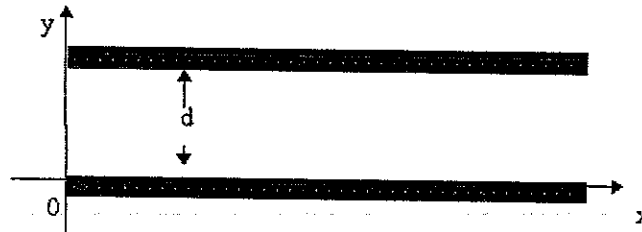
$$X'' - k^2 X = 0 \quad (2-24b)$$

sehingga penyelesaian umum :

$$Y = A \sin ky + B \cos ky \quad (2-25a)$$

$$X = C e^{kx} + D e^{-kx} \quad (2-25b)$$

Pada dua buah pelat sejajar syarat batas yang memenuhi adalah $V=0$ yaitu pada $y=0, y=d$ seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2-02.



Gambar 2-02. Potensial listrik antara keping pelat sejajar (Panofsky dan Phillips, 1962)

Dari persamaan (2-25a) potensial boleh dihilangkan dengan menganggap $B=0$ dan membatasi k pada harga $\frac{n\pi}{d}$, dengan n adalah bilangan bulat, maka dapat diperoleh suatu penyelesaian (Panofsky dan Phillips, 1962) :

$$V_{0(x<\infty)} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\frac{n\pi x}{d}} \sin \frac{n\pi y}{d} \quad (2-26)$$

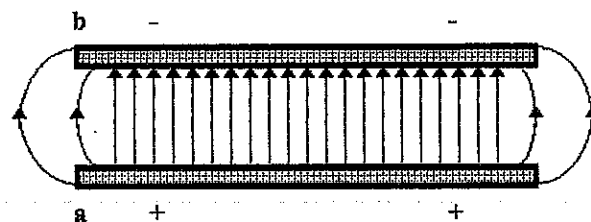
dengan :

- d = jarak antara dua pelat (meter)
- x = posisi muatan terhadap sumbu x (meter)
- y = posisi muatan terhadap sumbu y (meter)
- A_n = suatu konstanta

2.1.4. Medan Listrik antara Dua Keping Pelat Sejajar

Pada dua keping pelat sejajar yang bersifat sebagai penghantar, jika pada kedua keping pelat diberi muatan sama besar tetapi berlawanan arah, maka di antara kedua pelat akan terdapat suatu medan listrik. Medan listrik tersebut akan tersebar merata pada permukaan sebelah dalam kedua pelat dengan jenis yang berlawanan dan tegak

lurus pelat. Besarnya intensitas medan listrik di antara dua keping pelat tersebut merupakan resultan intensitas medan listrik pada masing-masing sisi pelat.



Gambar2-03. Medan listrik antara keping pelat sejajar
(Reitz, et al, 1979)

Medan listrik yang dihasilkan adalah dianggap konstan dalam besar dan arah (medan homogen). Selisih potensial tersebut tidak bergantung kepada lintasan dari pelat a ke pelat b, baik itu lintasan garis lurus maupun garis lengkung sehingga selisih potensial antara kedua pelat adalah :

$$V_{ab} = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\int_0^d (\mathbf{E} \cdot \hat{n}) ds = E \cdot d \quad (2-27a)$$

$$E = \frac{V_{ab}}{d} \quad (2-27b)$$

dengan :

E = intensitas medan listrik antara kedua pelat (N C^{-1})

d = jarak antara dua pelat (meter)

V_{ab} = beda potensial listrik kedua pelat (N m C^{-1})

Pandang dua keping pelat sejajar, pelat pertama bermuatan $+q$ di $y = y_1$ dan pelat kedua bermuatan $-q$ di $y = y_2$ sehingga $d = y_2 - y_1$, dengan arah medan sejajar sumbu y . Jika σ adalah kerapatan muatan permukaan pelat maka intensitas medan listrik pada masing-masing pelat adalah :

$$E = \frac{1}{2\epsilon_0} \sigma \quad \text{dengan} \quad \sigma = \frac{q}{A} \quad (2-28)$$

Arah kedua medan adalah sama, sehingga intensitas di antara kedua pelat (Sears dan Zemansky, 1986)

$$\mathbf{E}_{tot} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_- = \frac{\sigma_+}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_-}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (2-29)$$

dengan :

A = luas pelat (m^2)

σ = kerapatan muatan per satuan luas (C m^{-2})

ϵ_0 = permitivitas medium hampa, $8,85 \times 10^{-12} \text{ CN}^{-1}\text{m}^2$

2.2. Model Atom

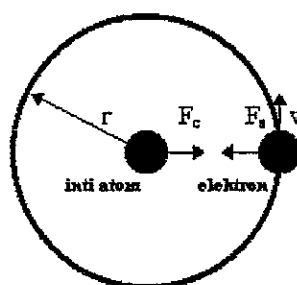
2.2.1. Model Atom Bohr

Niels Bohr pada tahun 1913 menyatakan bahwa untuk kemantapan suatu atom, maka elektron-elektron yang mengelilingi inti atom harus melalui lintasan dan tingkat energi tertentu sehingga elektron tidak jatuh ke inti atom. Pada gambar 2-04 melukiskan suatu atom hidrogen dengan elektron tunggal mengelilingi inti dengan lintasan berbentuk lingkaran berjari-jari r membentuk atom sederhana. Karena terdapat dua muatan tak sejenis, maka akan terjadi gaya tarik Coulomb sebagai gaya sentripetal yang akan menahan elektron tetap pada lintasannya. (Krane, 1982)

Besarnya gaya tarik Coulomb berperan memberikan percepatan sentripetal

$\frac{v^2}{r}$, sehingga (Krane, 1982):

$$F_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad (2-30)$$



Gambar 2-04. Keseimbangan gaya lintasan elektron mengelilingi inti dalam atom hidrogen (Beiser, 1992)

Elektron yang bergerak melingkar dengan kecepatan v akan memiliki energi kinetik :

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (2-31)$$

dan energi potensial :

$$V = (-e)\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e}{r}\right) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (2-32)$$

sehingga energi total elektron adalah :

$$E_n = V + K = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} + \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

$$E_n = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (2-33)$$

dengan :

E_n = tingkat energi elektron pada kulit ke n (joule)

e = muatan elektron = $1,6 \times 10^{-19}$ C

r = jari-jari kulit elektron (meter)

Dalam lintasannya suatu elektron akan memiliki momentum angular sebesar $mvr_n = n\hbar$, maka energi kinetik elektron yang bergerak melingkar dengan jari-jari r

sebesar (Krane, 1982) :

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{n\hbar}{mr}\right)^2 = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (2-34)$$

Jari-jari lintasan elektron,

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} n^2 \quad (2-35)$$

Dari persamaan (2-32) dan (2-34) akan diperoleh energi ikat elektron pada kulit ke-n :

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad (2-36)$$

dengan :

E_n = energi pada tingkat kulit ke n (joule)

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$, h konstanta Planck $6,62 \times 10^{-34}$ J dt

n = bilangan kuantum utama, 1, 2, 3, ...

2.2.2. Persamaan Schrodinger Atom Hidrogen (Beiser, 1992)

Pada koordinat polar berbentuk bola persamaan Schrodinger dituliskan dalam bentuk persamaan :

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \psi = 0 \quad (2-37)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2-32) dan dikalikan dengan $r^2 \sin^2 \theta$ maka diperoleh persamaan :

$$\sin^2 \theta \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{2mr^2 \sin^2 \theta}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) \psi = 0 \quad (2-38)$$

Dari persamaan di atas akan diperoleh bilangan kuantum utama yang diperlukan untuk menentukan elektron dalam sebuah atom hidrogen sebagai pengganti bilangan kuantum tunggal dalam atom Bohr. Dalam atom Bohr pada dasarnya gerak elektron adalah dalam satu dimensi, karena satu-satunya kuantitas yang berubah ketika elektron bergerak ialah kedudukan pada suatu orbit tertentu.

Suatu partikel dalam suatu ruang tiga dimensi memerlukan tiga bilangan kuantum, karena terdapat tiga kumpulan syarat batas yang harus dipenuhi oleh fungsi gelombang ψ , yaitu bahwa ψ harus nol pada dinding kotak dalam arah x , y , z secara bebas. Tiga bilangan kuantum yang diperlukan dalam hal ini adalah :

Bilangan kuantum utama $= n = 1, 2, 3, 4, \dots$

Bilangan kuantum orbital $= l = 0, 1, 2, 3, \dots$

Bilangan kuantum magnetik $= m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Bilangan kuantum n menentukan energi total elektron dan bersesuaian dengan bilangan kuantum n dari teori Bohr. Bilangan kuantum orbital l menentukan besar momentum sudut elektron terhadap inti, dan bilangan kuantum magnetik m_l menentukan arah momentum sudut.

Dalam koordinat polar berbentuk bola persamaan fungsi gelombang ψ dapat dinyatakan dalam bentuk tiga perkalian dalam fungsi berbeda yaitu masing-masing $R(r)$, $\Theta(\theta)$, $\Phi(\phi)$, sehingga dapat dinyatakan bahwa fungsi gelombang dari atom

hidrogen adalah :

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r) \Theta(\theta) \Phi(\phi) \quad (2-39)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = \Theta \Phi \frac{\partial R}{\partial r} = \Theta \Phi \frac{dR}{dr} \quad (2-40a)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \theta} = R \Phi \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} = R \Phi \frac{d\Theta}{d\theta} \quad (2-40b)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} = R \Theta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} = R \Theta \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} \quad (2-40c)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2-40a), (2-40b) dan (2-40c) ke dalam persamaan

Schrodinger (2-38) untuk atom hidrogen maka diperoleh :

$$\frac{\sin^2 \theta}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{\sin \theta}{\Theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} + \frac{2mr^2 \sin^2 \theta}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) = 0 \quad (2-41a)$$

$$\frac{\sin^2 \theta}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{\sin \theta}{\Theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \frac{2mr^2 \sin^2 \theta}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) = - \frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} \quad (2-41b)$$

$$\text{dengan memisalkan } - \frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} = m_1^2 \quad (2-41c)$$

maka persamaan (2-41b) setelah dibagi $\sin^2 \theta$ menjadi :

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{\Theta \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) = \frac{m_1^2}{\sin^2 \theta} \quad (2-42)$$

Persamaan untuk fungsi Θ dan R adalah :

$$\frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\Theta \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) = l(l+1) \quad (2-43)$$

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) = l(l+1) \quad (2-44)$$

Dari persamaan (2-41c), (2-43) dan (2-44) diperoleh tiga set persamaan dengan variabel r , θ dan ϕ yang terpisah :

$$\frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} + m_l^2 \Phi = 0 \quad (2-45)$$

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \left[l(l+1) - \frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} \right] \Theta = 0 \quad (2-46)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \left[\frac{2m}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R = 0 \quad (2-47)$$

Dari persamaan (2-45) dapat diperoleh persamaan :

$$\Phi(\phi) = A e^{im_l \phi} \quad (2-48)$$

A adalah konstanta integrasi normalisasi. Karena fungsi di atas harus memenuhi $\Phi(\phi) = \Phi(\phi + 2\pi)$, maka :

$$A e^{im_l \phi} = A e^{im_l(\phi + 2\pi)} \quad (2-49)$$

yang hanya berlaku pada $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$. Bilangan m dikenal sebagai bilangan kuantum magnetik.

Persamaan (2-46) dapat dipecahkan jika konstanta l merupakan bilangan bulat positif yang lebih besar dari m_l , dikenal sebagai bilangan kuantum orbital. Pada persamaan (2-47), untuk radial $R(r)$ fungsi gelombang atom hidrogen ψ memerlukan

persyaratan bahwa E harus positif atau memiliki salah satu harga negatif E_n (yang menyatakan bahwa elektronnya terikat sebagai atom) ditentukan oleh :

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \left(\frac{1}{n^2} \right) = \frac{E_1}{n^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2-50)$$

yang bersesuaian dengan amodel atom Bohr (2-36). n dikenal sebagai bilangan kuantum utama harus sama atau lebih besar dari $(l+1)$

Suatu atom yang memancarkan radiasi berupa foton yang membawa momentum sama dengan perbedaan antara momentum sudut awal dan akhir, maka perubahan l adalah ± 1 (terkuantisasi orbital). Foton yang membawa momentum sudut merupakan gelombang elektromagnetik yang terpolarisasi kutub.

2.2.3. Transisi antar Tingkat Energi

Transisi elektron dari lintasan dengan tingkat energi E_m ke lintasan dengan tingkat energi E_n akan menyerap/ memancarkan foton dengan energi kuantum $h\nu$ yang besarnya sama dengan selisih tingkat energi E_m dan E_n . Besarnya energi yang diserap atau dipancarkan akan memenuhi persamaan (Krane, 1982):

$$h\nu = E_m - E_n \quad (2-51)$$

$$\nu = \frac{E_m - E_n}{h} \quad (2-52)$$

dengan :

ν = frekuensi foton yang diserap/ dipancarkan (Hz)

h = tetapan Plank, $6,626 \times 10^{-34}$ J dt

E_m = tingkat energi awal (joule)

E_n = tingkat energi akhir (joule)

Fungsi gelombang bergantung waktu Ψ_n dari sebuah elektron dengan keadaan bilangan kuantum n dan energi E_n merupakan perkalian dari fungsi gelombang bebas waktu ψ_n dan fungsi yang berubah terhadap waktu dengan frekuensi $\nu = \frac{E_n}{h}$, sehingga (Beiser, 1992) :

$$\Psi_n = \psi_n e^{-\left(\frac{E_n}{h}\right)t}, \quad \Psi_n^* = \psi_n^* e^{+\left(\frac{E_n}{h}\right)t} \quad (2-53)$$

Syarat umum yang diperlukan suatu atom dalam keadaan eksitasi untuk memancarkan radiasi ialah (Beiser, 1992):

$$\int_{-\infty}^{\infty} x \Psi_n \Psi_m^* dx \neq 0 \quad (2-54)$$

Dalam atom hidrogen ada tiga bilangan kuantum yang diperlukan untuk menentukan keadaan awal dan akhir dalam suatu transisi. Jika bilangan kuantum awal diberikan berturut-turut adalah n' , l' , m_l' dan keadaan akhir adalah n , l , m_l dan koordinat u menyatakan salah satu dari koordinat x , y , z maka (Beiser, 1992):

$$\int_{-\infty}^{\infty} u \psi_{n',l',m_l'} \psi_{n,l,m_l}^* du \neq 0 \quad (2-55)$$

Transisi yang dapat terjadi ialah yang memiliki perubahan bilangan kuantum dengan $+1$ atau -1 dan bilangan kuantum magnetik m_l tidak berubah atau berubah dengan $+1$ atau -1 , dengan kata lain persyaratan transisi yang diperbolehkan adalah (Beiser, 1992):

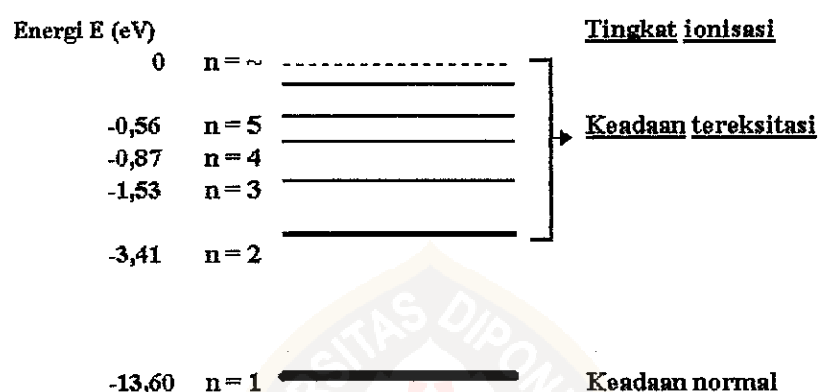
$$\Delta l = \pm 1$$

$$\Delta m_l = 0, \pm 1$$

dikenal sebagai kaidah seleksi untuk transisi yang diperbolehkan.

Kaidah seleksi menyatakan bahwa perubahan l adalah ± 1 jika atom tersebut

memancarkan foton dengan momentum sudut sama dengan perbedaan antara momentum sudut keadaan awal dan akhir suatu atom. Dengan kata lain bahwa foton akan dipancarkan ketika terjadi transisi dari keadaan m ke n dengan selisih energi yang muncul sebagai energi yang dipancarkan atau diserap elektron suatu atom. Tingkat-tingkat energi elektron pada atom hidrogen disajikan pada Gambar 2-05.



Gambar 2-05. Diagram tingkat energi atom hidrogen (Millman dan Halkias, 1993)

Jika suatu elektron mengalami transisi dari lintasan luar ke lintasan yang lebih dalam maka elektron tersebut akan memancarkan energi $h\nu$. Sebaliknya jika elektron berpindah dari suatu lintasan dalam ke luar maka elektron akan menyerap energi sebesar $h\nu$. Menurut Millman dan Halkias (1993), makin banyak energi yang diterima elektron, maka elektron tersebut bergerak ke keadaan stasioner menjauhi inti atom sehingga elektron tersebut akan 'terlepas' dari ikatan atom. Energi yang diperlukan untuk proses ini disebut energi ionisasi dan digambarkan sebagai keadaan yang paling tinggi dalam diagram tingkat energi.

2.3. Ionisasi

Ionisasi dapat didefinisikan sebagai proses terbentuknya ion-ion karena terlepasnya satu atau lebih elektron dari ikatannya dalam suatu atom. Atom yang kehilangan elektron pada proses ionisasi tersebut akan bermuatan positif, yang disebut sebagai ion positif. Energi yang dibutuhkan untuk melepaskan satu atau lebih elektron dari orbitnya pada atom atau molekul ke keadaan bebas didefinisikan sebagai potensial ionisasi E_i (energi ionisasi) dari atom tersebut. Potensial ionisasi yang pertama adalah energi yang dibutuhkan untuk melepaskan elektron dari orbit terluar suatu atom, sedangkan potensial ionisasi kedua, ketiga dan seterusnya adalah energi yang dibutuhkan untuk melepaskan elektron dari orbit yang lebih dalam di dalam suatu atom (Valyi, 1977).

2.3.1. Tumbukan antara Elektron dan Atom

Pada peristiwa tumbukan antara elektron dengan atom, energi kinetik elektron datang akan diberikan pada sebuah atom tersebut sehingga digunakan untuk mengeksitasikan atau mengionisasikan atom tersebut. Apabila elektron yang ditumbuk memperoleh energi lebih besar daripada energi yang dibutuhkan untuk mengionisasikan atom dari keadaan normal, maka kelebihan energi tersebut akan tetap dimiliki oleh elektron dalam bentuk energi kinetik elektron dari atom setelah tumbukan berlangsung. Apabila elektron yang menumbuk memiliki energi sekurang-kurangnya sama dengan potensial ionisasi energi tersebut, energi yang diberikan pada elektron hanya digunakan untuk melepaskan elektron dari medan ionisasi atom (Millman dan Halkias, 1993).

2.3.2. Fotoionisasi

Fotoionisasi didefinisikan sebagai proses ionisasi yang terjadi akibat adanya interaksi foton dengan atom. Peristiwa fotoionisasi terjadi jika energi foton yang diserap atom lebih besar atau sama dengan potensial ionisasi. Millman dan Halkias (1993) menyebutkan bahwa apabila energi foton yang menumbuk atom cukup besar, ada kemungkinan ia memiliki cukup energi untuk mengionisasi atom tersebut. Dalam fotoionisasi, energi foton tidak usah tepat sama dengan energi ionisasi dari atom yang bersangkutan. Elektron memerlukan energi sekurang-kurangnya sama dengan energi ionisasi. Apabila foton memiliki energi lebih besar dari energi ionisasi, kelebihan energi tersebut akan muncul sebagai energi kinetik elektron yang dilepaskan dari atom.

Energi kinetik elektron yang dilepaskan dalam proses fotoionisasi diberikan dalam persamaan (Valyi, 1977) :

$$E_{ke} = h \nu - E_i \quad (2-56)$$

dengan :

E_{ke} = energi kinetik elektron lepas (joule)

h = tetapan Planck $6,626 \times 10^{-34}$ J dt

ν = frekuensi foton (Hz)

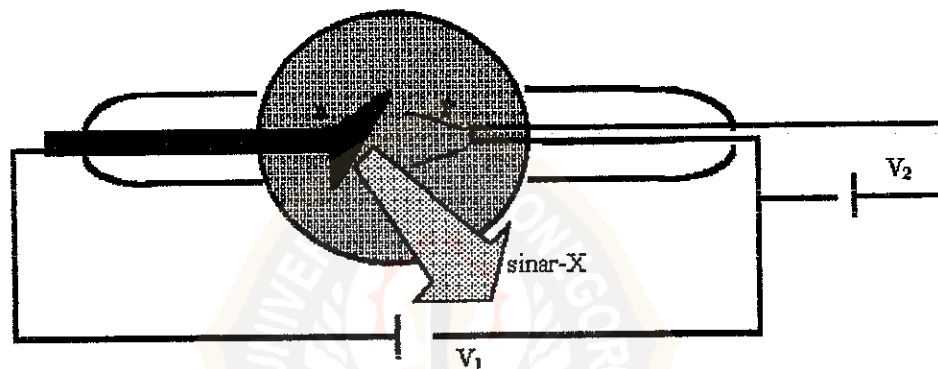
E_i = energi ionisasi atom (joule)

2.4. Produksi Sinar-X

Sinar-X merupakan sinar elektromagnetis yang memiliki energi tinggi. Sinar-X dapat terjadi melalui peristiwa elektron yang dipercepat, tiba-tiba dihentikan oleh

sasaran berupa logam keras yang terpasang dalam tabung hampa udara. Peristiwa ini dikenal sebagai *bremsstrahlung*. Dari peristiwa tersebut maka sebagian energi kinetik elektronnya akan diubah menjadi sinar-X dan sebagian lagi akan diubah dalam bentuk panas (Meredith, 1977).

Bentuk dasar dari jenis tabung sinar-X sering disebut tabung Coolidge. Gambar 2-06 menunjukkan skema tabung sinar-X yang terdiri dari filamen F yang bertindak sebagai katoda dan anoda A yang bertindak sebagai sasaran. V_1 dan V_2 masing-masing adalah tegangan tinggi tabung dan tegangan untuk rangkaian pemanas filamen.



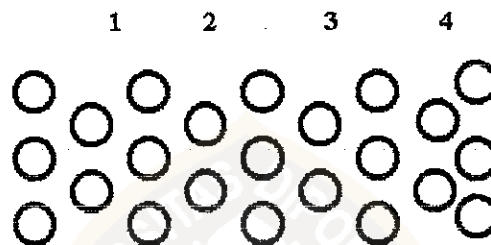
Gambar 2-06. Skema bentuk dasar tabung sinar-X
(Belsø, 1992)

Tabung hampa biasa dikenal sebagai tabung sinar katoda merupakan tempat elektron akan terpancar dari filamen (katoda) menuju sasaran. Tabung ini dibuat dalam keadaan hampa, tujuannya adalah untuk menghindari gesekan molekul udara dan elektron katoda yang terpancar. Dengan demikian elektron yang terpancar akan melaju tanpa hambatan sehingga tidak ada energi yang hilang selama perjalanannya dari katoda ke anoda.

Filamen yang bertindak sebagai katoda berfungsi untuk menghasilkan elektron-elektron bebas. Elektron-elektron akan terpancar dari filamen (katoda) menuju sasaran

(anoda). Anoda dengan muatan positifnya akan menarik elektron-elektron yang dihasilkan oleh elektroda filamen. Untuk memanaskan filamen, diperlukan suatu rangkaian kawat dengan sumber tegangan V_2 . Saat filamen panas maka elektron-elektron dari filamen akan teremisikan keluar. Elektron akan terpancar menumbuk sasaran karena beda tegangan V_1 yang diberikan di antara kedua elektroda.

Gambar 2-07 menunjukkan beberapa jenis interaksi yang mungkin terjadi ketika elektron menabrak sasaran (Meredith, 1977).



Gambar 2.07. Interaksi elektron dan atom sasaran
(Meredith, 1977)

1. Elektron setelah mengalami pembelokan oleh dua atom, selanjutnya elektron lewat sangat dekat ke inti dan mengalami perubahan arah sambil memancarkan foton berupa sinar-X.
2. Elektron mengalami deretan tumbukan dengan elektron atom sasaran dan menghasilkan panas bukan foton sinar-X.
3. Elektron lewat sangat dekat ke inti dan langsung berhenti, sehingga elektron akan memberikan seluruh energinya sehingga dimungkinkan dapat dihasilkan foton maksimum.
4. Elektron membuat tiga tumbukan mendekati inti dan memberikan masing-masing sepertiga dari energi yang dibawanya.

2.4.1. Energi Radiasi

Saat elektron dari katoda menumbuk sasaran, elektron akan menerobos dan mendekati inti sasaran, dan kuat medan listrik inti mengakibatkan elektron menyimpang ke arah lain sehingga terjadi pengurangan kecepatan dan energi sampai akhirnya berhenti karena tumbukan dengan atom-atom sasaran (Meredith,1977). Kehilangan energi dari jenis interaksi ini akan dipancarkan dalam bentuk foton berenergi tinggi, disebut sinar-X. Elektron yang terpancar dari katoda menuju anoda akan memiliki energi kinetik sebesar muatannya dikalikan dengan beda tegangan yang diberikan pada kedua elektrodanya (Azman, 1983) :

$$E_{ke} = e V_t \quad (2-57)$$

Jika energi kinetik elektron sebelum menumbuk sasaran sebesar E_{ke} dan setelah terjadi tumbukan sebesar E_{ke}' maka energi foton yang dihasilkan adalah :

$$h \nu = E_{ke} - E_{ke}' \quad (2-58)$$

dengan :

E_{ke} = energi kinetik elektron (joule)

e = muatan elektron (coulomb)

V_t = beda potensial antara elektroda (volt)

Energi dan panjang gelombang foton yang dipancarkan tidak dapat ditentukan secara tunggal, karena hanya E_{ke} yang diketahui. Menurut Krane (1982) elektron akan melakukan banyak tumbukan sehingga sebelum elektron diam, elektron tersebut akan memancarkan energi yang berbeda-beda. Jadi energi foton akan berkisar dari energi terendah (elektron kehilangan sebagian energinya dari beberapa tumbukan) sampai

suatu energi maksimum (elektron kehilangan seluruh energinya dalam satu kali tumbukan). Dalam satu kali interaksi ini elektron akan memberikan seluruh energi kinetiknya untuk menghasilkan sebuah foton. Energi foton akan sama dengan energi kinetik elektron penumbuk (Krane, 1982) :

$$E = e V_t = h \nu = h \frac{c}{\lambda_m} \quad (2-59)$$

dengan :

E = energi radiasi (joule)

h = konstanta Planck $6,626 \times 10^{-34}$ J dt

c = kecepatan gelombang elektromagnetis 3×10^8 m dt⁻¹

λ_m = panjang gelombang minimum (meter)

Jika dipancarkan N buah foton per satuan luas setiap detiknya maka intensitas foton sinar-X adalah :

$$I_x = N h \nu \quad (2-60)$$

dengan :

I_x = intensitas sinar-X (J m⁻² dt⁻¹)

N = jumlah foton per satuan luas per detik (m⁻² dt⁻¹)

ν = frekuensi foton (Hz)

Besaran yang berpengaruh terhadap intensitas sinar-X antara lain adalah arus emisi elektron I_{EM} dan tegangan tinggi tabung V_t .

a. Arus emisi elektron I_{EM}

Arus emisi elektron I_{EM} adalah jumlah elektron yang dihasilkan oleh filamen (katoda) pada tabung sinar-X tiap detiknya. Bila jumlah arus emisi elektron I_{EM} dari

katoda meningkat maka intensitas sinar-X setiap detik akan meningkat pula karena jumlah elektron yang berinteraksi dengan atom-atom anoda bertambah.

b. Tegangan tinggi tabung V_t

Jika suatu beda tegangan tinggi V_t diberikan di antara katoda dan anoda, setiap elektronnya akan ditarik dari katoda menumbuk anoda dengan energi kinetik sebesar eV_t seperti ditunjukkan pada persamaan (2-57). Jika beda tegangan yang diberikan di antara katoda dan anoda semakin besar, energi kinetik elektron akan semakin besar sehingga intensitas sinar-X meningkat setiap detiknya yang ditunjukkan pada persamaan (2-60).

Jika produksi sinar-X setiap detiknya semakin besar intensitasnya, maka kemungkinan untuk terjadinya peristiwa ionisasi akan semakin besar sehingga jumlah ion-ion yang dihasilkan tiap detiknya semakin meningkat.

2.4.2. Energi Serapan

Ketika sinar-X melewati suatu materi, beberapa foton akan berinteraksi dengan atom-atom materi tersebut yang mengakibatkan foton terserap dari berkas sinar. Interaksi yang paling memungkinkan terhadap pengurangan intensitas berkas foton sinar-X adalah efek fotolistrik dan efek Compton (Azman, 1983).

Pada efek fotolistrik, energi radiasi sinar-X akan diserap seluruhnya oleh elektron di dalam atom materi. Energi yang diserap akan dipergunakan untuk mengionisasi elektron dari ikatan inti yaitu melepaskan elektron dari ikatan inti. Efek Compton terjadi karena hanya sebagian energi radiasi sinar-X yang diserap oleh elektron untuk mengeluarkan elektron dari ikatan atom. Energi radiasi sinar-X yang

tersisa akan dihamburkan dalam bentuk foton hambur (radiasi hamburan) dengan energi yang lebih rendah daripada energi semula (Gabriel, 1996).

Pada peristiwa absorpsi sinar-X, intensitas sinar-X berkurang karena foton-foton berinteraksi dengan atom-atom materi. Misalkan ketebalan materi adalah dx , berkurangnya intensitas $-dI$ setelah sinar-X melewati materi adalah sebanding dengan intensitas awal I terhadap dx , maka diperoleh hubungan (Morgan, 1953)

$$-dI \approx I dx \quad (2-61a)$$

$$\frac{dI}{I} = -\mu dx \quad (2-61b)$$

$$\ln I \Big|_{I_0}^I = -\mu x \text{ atau } \ln \frac{I}{I_0} = -\mu x \quad (2-61c)$$

dengan I_0 adalah harga I pada $x = 0$, sehingga diperoleh persamaan (Azman, 1983) :

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (2-62)$$

dengan :

I = intensitas setelah melewati materi (foton $m^{-2} dt^{-1}$)

I_0 = intensitas mula-mula (foton $m^{-2} dt^{-1}$)

μ = koefisien serapan linier (m^{-1})

x = tebal materi (meter)

2.5. Arus pada Dua Keping Pelat Sejajar

Jika pada pelat sejajar diberi beda tegangan V maka di antara pelat akan timbul medan listrik yang besarnya E pada persamaan (2-27), sehingga ion-ion yang ada di antaranya akan tertarik dengan gaya sebesar :

$$F = q E = q \frac{V_c}{d} = m \frac{dv}{dt} \quad (2-63)$$

dengan :

F = gaya Coulomb di antara dua pelat (newton)

q = besarnya muatan ion (coulomb)

V_c = beda tegangan antara dua pelat (volt)

d = jarak antara dua keping pelat (meter)

m = massa ion (kg)

$\frac{dv}{dt}$ = percepatan elektron menuju pelat ($m \text{ dt}^{-2}$)

Untuk muatan q , jarak d dan massa m yang tetap, maka besar percepatan ion tertarik ke sisi pelat dipengaruhi oleh tegangan yang diberikan pada pelat tersebut. Jika percepatan semakin besar maka untuk selang waktu yang sama jumlah ion yang sampai (menempel) di pelat semakin meningkat, dan arus ionisasi I akan semakin besar.

Pada waktu yang sama muatan q yang membentuk arus I tiap satu satuan waktu semakin besar dengan bertambahnya beda tegangan yang diberikan pada kedua sisi pelat. Besar arus ionisasi I hasil ionisasi adalah jumlah muatan yang timbul karena ion-ion menempel pada pelat persatuan waktu. Arus ionisasi yang timbul diberikan oleh persamaan :

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (2-64)$$

dengan muatan ion total :

$$Q = N \left(\frac{dq}{dt} \right) \cdot t \quad (2-65)$$

dengan :

Q = muatan ion total yang menempel di pelat (A dt)

I = arus ionisasi (ampere)

$\frac{dq}{dt}$ = jumlah ion persatuan waktu (coulomb dt^{-1})

t = waktu penyinaran (detik)

N = jumlah muatan ion yang menempel pelat persatuan waktu (dt^{-1})

Selain itu jumlah arus ionisasi I yang terbentuk juga tergantung pada jumlah ion-ion yang dihasilkan dari peristiwa ionisasi udara oleh sinar-X.

2.6. Daya Dosis Ion

Energi sinar-X sebagai gelombang elektromagnetik dapat menimbulkan pengaruh pada beberapa materi yang menyerap energi tersebut. Contohnya film menjadi kehitam-hitaman, kulit menjadi kemerahan, udara dan gas-gas lain menjadi konduktif (menghantar listrik). Pengaruh tersebut disebabkan oleh ionisasi molekul dari energi sinar-X yang diterima materi. Definisi dosis radiasi berdasarkan pada dua efek berikut ini (Babinecz dan Rex, 1980) :

1. Pengaruh ionisasi terjadi pada materi disebut sebagai "dosis ion" yang didefinisikan sebagai besarnya muatan dari ion-ion tertentu yang dibangkitkan selama penyinaran udara setiap satuan massa materi yang disinari, dirumuskan sebagai :

$$J = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta m} = \frac{dQ}{dm} \quad (2-66)$$

dengan :

J = dosis ion (A dt kg^{-1})

Q = muatan ion (A dt)

m = massa materi yang disinari (kg)

Satuan dosis ionisasi adalah :

$$1 \text{ rontgent} = 258 \times 10^6 \text{ A dt kg}^{-1}$$

2. Penyerapan energi pada waktu masuk materi disebut sebagai “dosis energi” yang didefinisikan sebagai besarnya energi radiasi yang diserap oleh materi yang disinari tiap satu satuan massa dari materi, dirumuskan sebagai :

$$K = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta m} = \frac{dW}{dm} \quad (2-67)$$

dengan :

K = dosis energi (J kg^{-1})

W = energi radiasi (joule)

m = massa materi yang disinari (kg)

Satuan dosis energi radiasi serap adalah :

$$1 \text{ rad} = 1 \text{ rd} = 1 \text{ rem} = 10^{-2} \text{ J kg}^{-1}$$

Besarnya daya dosis ion oleh sinar-X didefinisikan sebagai besarnya dosis ion per satuan waktu (Babinecz dan Rex, 1980).

$$j = \frac{dJ}{dt} \quad (2-68)$$

dengan :

j = daya dosis ion (A kg^{-1})

J = dosis ion (A dt kg^{-1})

t = waktu penyinaran (detik)

sehingga dari persamaan (2-64), (2-66) dan (2-68) diperoleh persamaan :

$$j = \frac{dI}{dm} \quad (2-69)$$

Arus ionisasi I oleh radiasi sinar-X di udara dengan volume V dan massa m merupakan variabel lokal terhadap pelemahan dan penyebaran radiasi. Pada volume dan massa udara yang kecil, maka daya dosis ion (j) dapat didekati dengan daya dosis ion rata-rata. Daya dosis ion rata-rata merupakan besaran yang tergantung pada lokasi. Untuk menentukan daya dosis ion lokal harus diperhitungkan adanya ketidakhomogenan pada arus energi di penampang sinar dengan bertambahnya jarak dari sumber radiasi (Babinecz dan Rex, 1980).

$$j_{\text{rata-rata}} = \frac{I}{m} \quad (2-70)$$

dengan :

$j_{\text{rata-rata}}$ = daya dosis ion rata-rata ($A \text{ kg}^{-1}$)

I = arus ionisasi (ampere)

m = massa materi yang disinari (kg)

Daya dosis ion pada titik tertentu sejauh l_x dari sumber radiasi dapat ditentukan dari integral j terhadap massa materi yang disinari (Babinecz dan Rex, 1980).

$$j_{(l_x)} = \frac{dI_{(l_x)}}{dm}$$

$$I_{(l_x)} = \int_{(m)} j_{(l_x)} dm \quad (2-71)$$

Daya dosis ion akan berkurang dengan bertambahnya jarak l dari sumber radiasi didasarkan pada hukum serapan (2-62), sehingga (Babinecz dan Rex, 1980) :

$$j_{(l_x)} = j_{(l_0)} \frac{l_0^2}{l_x^2} e^{-\mu(l_x - l_0)} \quad (2-72)$$

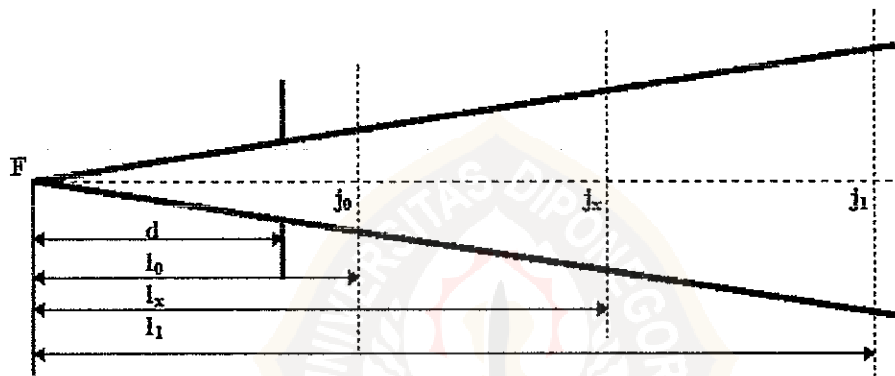
dengan :

$j_{(0)}$ = daya dosis ion pada jarak l_x ($A \text{ kg}^{-1}$)

$j_{(0)}$ = daya dosis ion pada jarak l_0 ($A \text{ kg}^{-1}$)

l_x, l_0 = jarak dari sumber radiasi (meter)

μ = koefisien serapan linier (m^{-1})



Gambar 2-08. Skema pelemahan radiasi sinar-X
(Babinecz dan Rex, 1980)

Dari Gambar 2-08, dm dapat dinyatakan ke dalam bentuk dl (Babinecz dan Rex, 1980) :

$$dm = a(l) \cdot b(l) \cdot \rho \cdot dl \quad (2-73)$$

Dari hukum kedua radiasi (Babinecz dan Rex, 1980) bahwa:

$$a(l) \cdot b(l) = a \cdot b \cdot \frac{l^2}{d^2} \quad (2-74)$$

sehingga dari persamaan (2-71) dan (2-74) diperoleh (Babinecz dan Rex, 1980):

$$I = j_{(l_0)} \cdot \rho \cdot \frac{l_0^2}{d^2} \cdot a \cdot b \cdot \int_{l_0}^{l_x} e^{-\mu(l_x - l_0)} dl \quad (2-75)$$

$$j_{(t)} = \frac{I \cdot d^2 \cdot \mu}{\rho \cdot I_0^2 \cdot a \cdot b \cdot (1 - e^{-\mu(l_x - l_0)})} \quad (2-76)$$

dengan :

- a = lebar horisontal celah diafragma (meter)
- b = lebar vertikal celah diafragma (meter)
- d = jarak sumber radiasi dengan diafragma (meter)



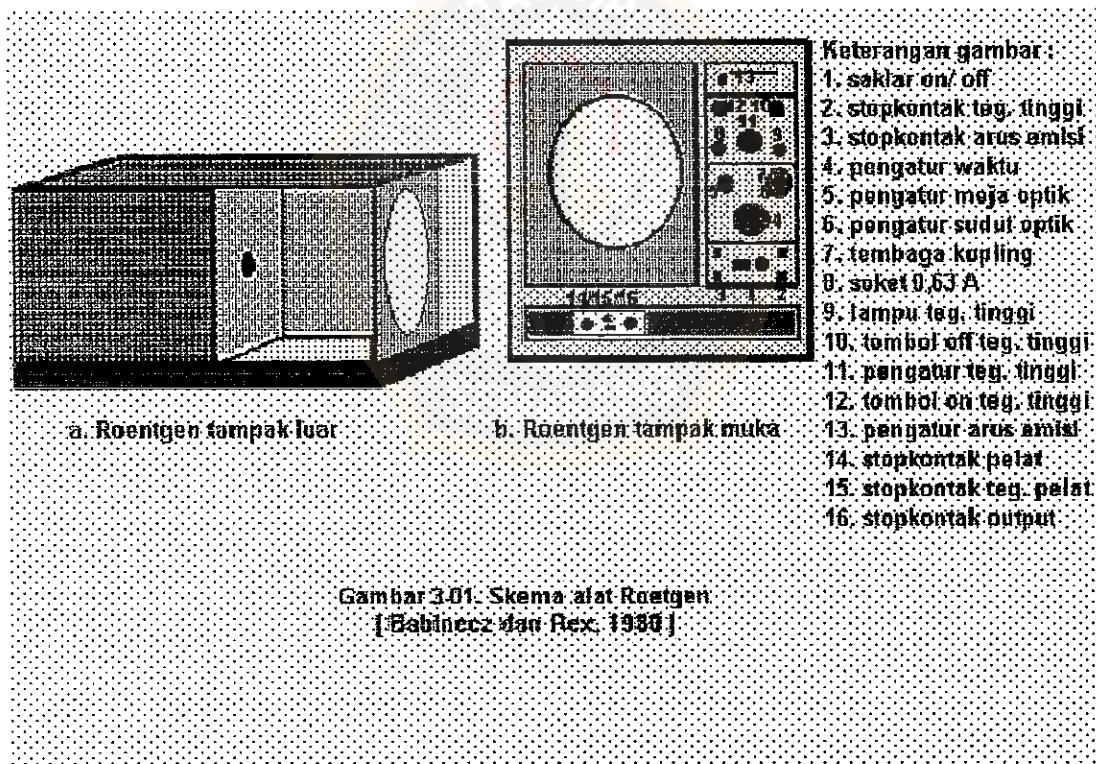
BAB III

METODE PENELITIAN

3.1. Alat yang Digunakan

3.1.1. Alat Roentgen 42 KV

Alat Roentgen 42 kV terbagi menjadi dua ruang yaitu ruang tabung sinar katoda sebagai tempat untuk memproduksi sinar-X dan ruang eksperimen tempat untuk melakukan berbagai penelitian yang berhubungan dengan sinar-X. Alat ini mampu dioperasikan pada tegangan tinggi tabung V_t $2,1 \times 10^4$ volt sampai $4,2 \times 10^4$ volt.

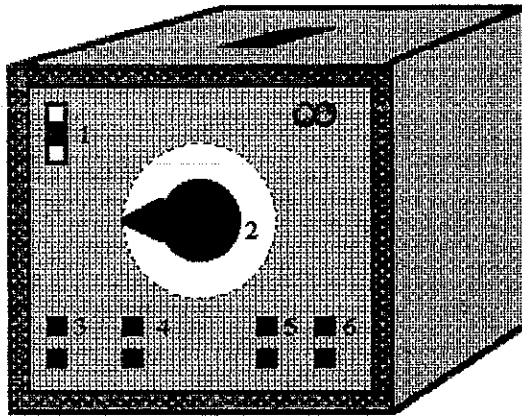


Gambar 3.01. Skema alat Roentgen
[Babinecz dan Rex, 1980]

3.1.2. Sumber Tegangan DC

Sumber tegangan DC berfungsi memberi tegangan searah pada dua keping pelat sejajar yang terpasang di dalam ruang eksperimen sebagai tegangan pelat V_c .

sehingga timbul medan listrik di antara pelat tersebut. Tegangan yang diberikan pada dua keping pelat sejajar tersebut adalah tegangan searah maksimum 20 volt dengan ketelitian 0,5 volt.



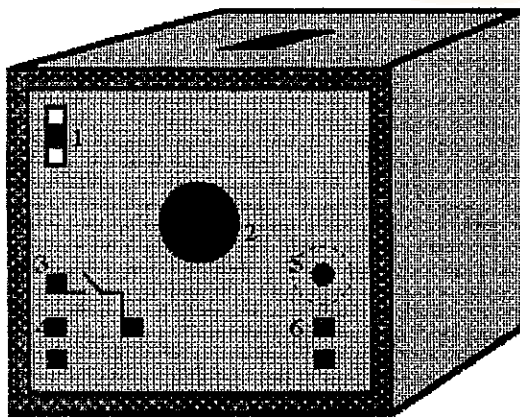
Keterangan Gambar :

1. saklar on/ off
2. pengatur sumber tegangan
3. stopkontak tegangan 5 volt AC
4. stopkontak tegangan 20 volt DC
5. stopkontak tegangan 6 volt AC
6. stopkontak tegangan 12 volt AC

Gambar 3-02. Sumber tegangan DC
[Babinecz dan Rex, 1980]

3.1.3. Penguat Arus

Penguat arus berfungsi menguatkan arus ionisasi I yang mengalir dari pelat, agar dapat dibaca oleh ampermeter. Penguatan dilakukan karena arus ionisasi I yang ditimbulkan sangat kecil. Besarnya penguatan adalah pada 10^8 A, karena pada skala tersebut arus ionisasi I sudah dapat diamati dengan baik.



Keterangan Gambar :

1. saklar on/ off
2. pengatur penguat arus
3. stopkontak input tegangan
4. stopkontak input arus
5. pengatur skala
6. stopkontak output

Gambar 3-03. Penguat arus
[Babinecz dan Rex, 1980]

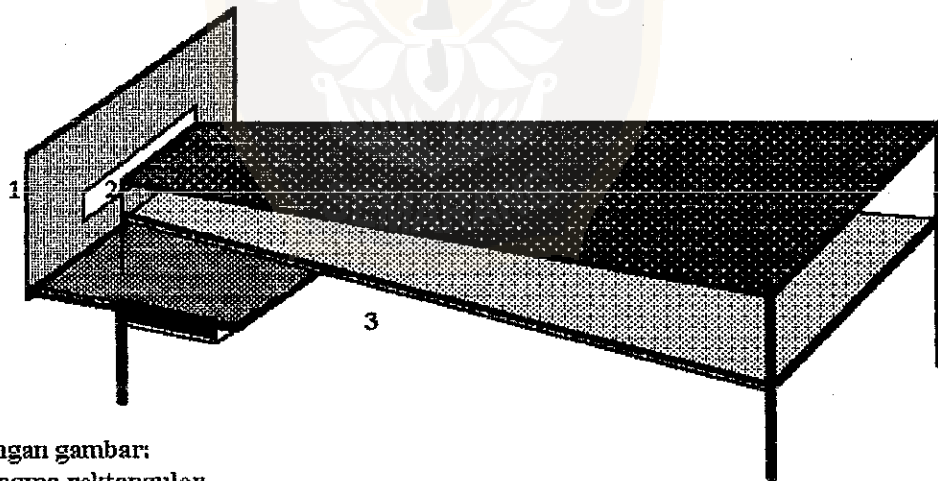
3.1.4. Multimeter

Multimeter berfungsi mengontrol tegangan yang diberikan pada keping pelat V_c dan arus emisi I_{EM} pada tabung sinar-X masing-masing pada ketelitian 0,1 volt dan 0,1 ampere. Alat ini dapat diatur sesuai dengan kebutuhan obyek yang akan diamati dengan memutar tombol pengaturnya.

3.1.5. Ampermeter

Ampermeter berfungsi untuk mengukur besarnya arus ionisasi I yang dihasilkan setelah dikuatkan oleh penguat arus. Alat ini dapat digunakan sampai pada ketelitian 0,5 ampere.

3.1.6. Dua keping pelat



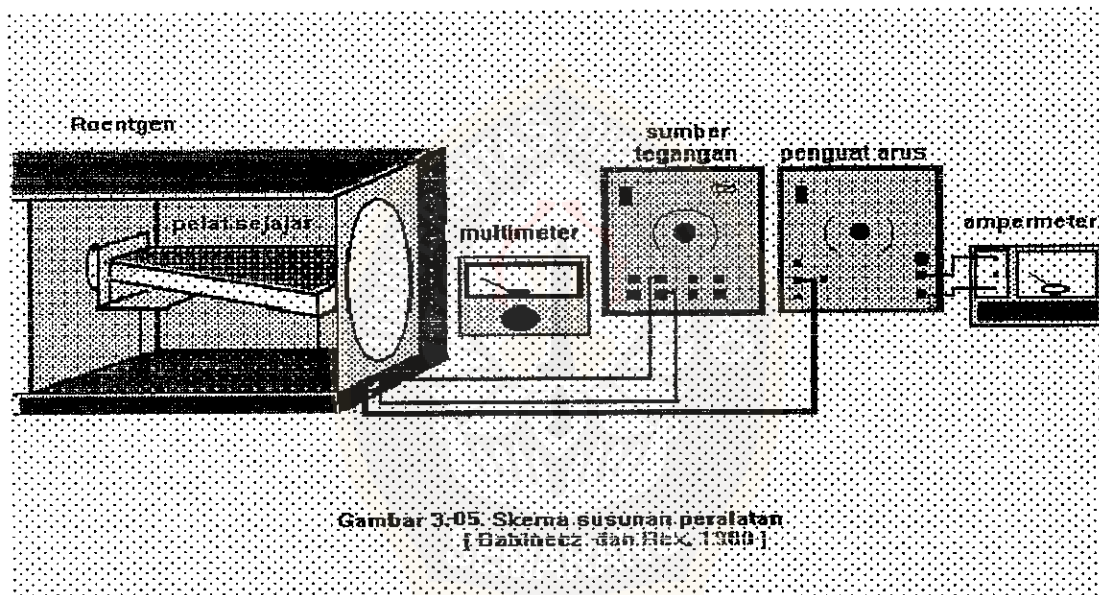
Keterangan gambar:

1. diafragma rektanguler
2. celah diafragma rektanguler
3. dua sisi pelat sejajar

Gambar 3-04. Pelat sejajar dan diafragma rektanguler
[Babinecz dan Rex,1980]

Dua keping pelat sejajar berfungsi untuk menarik ion-ion hasil ionisasi udara oleh sinar-X. Dengan memberi tegangan searah pada pelat tersebut maka ion-ion akan ditarik ke sisi pelat membentuk arus ionisasi I. Pelat yang digunakan adalah aluminium yang bersifat sebagai konduktor. Pelat sejajar dipasang dalam ruang eksperimen dengan cara menanamkan ketiga kaki penyangganya pada dasar ruang eksperimen tersebut.

3.2. Pengaturan Alat



Peralatan disusun dan diatur pada posisi stabil, hindari letak kabel yang dapat menimbulkan pergeseran karena dapat berpengaruh terhadap hasil penelitian. Susunan peralatan secara garis besar ditunjukkan pada Gambar 3-05.

- Dua keping pelat sejajar dipasang di dalam ruang eksperimen dengan cara menanamkan ketiga kaki penyangganya pada bagian dasar ruang eksperimen.
- Sumber tegangan DC dihubungkan dengan tabung Roentgen melalui stopkontak 15 (Gambar 3-01) dan stopkontak 4 (Gambar 3-02).

- Penguat arus dihubungkan dengan tabung Roentgen melalui stopkontak 14 (Gambar 3-01) dan stopkontak 4 (Gambar 3-03).
- Pengukur arus ionisasi I (ampermeter) dihubungkan dengan penguat arus melalui stopkontak 6 (Gambar 3-03).
- Multimeter dihubungkan pada stopkontak yang berbeda-beda tergantung faktor/obyek yang akan diukur dalam setiap pengamatan :

1. Pada variasi tegangan pelat V_c

Alat multimeter dihubungkan dengan sumber tegangan DC melalui stopkontak 4 (Gambar 3-02.), sehingga besar tegangan yang diberikan pada pelat sejajar dapat dikontrol dan diamati dengan baik.

2. Pada variasi arus emisi I_{EM}

Alat multimeter dihubungkan dengan tabung Roentgen melalui stop kontak 3 (Gambar 3-01) sehingga besarnya arus emisi I_{EM} dapat dikontrol dengan baik.

3. Pada variasi tegangan tinggi V_t

Alat multimeter dihubungkan dengan tabung Roentgen melalui stopkontak 2 (Gambar 3-01) untuk melihat besarnya tegangan tinggi tabung V_t .

3.3. Pengambilan Data

a. Variasi Tegangan Pelat V_c terhadap Arus Ionisasi I

Arus ionisasi I pada tegangan pelat V_c diperoleh dengan bervariasi tegangan pelat V_c setiap 10 detik melalui sumber tegangan DC. Tegangan pelat V_c dinaikkan bertahap dari 0 volt sampai 20 volt, sementara arus emisi tabung I_{EM} 1×10^{-3} ampere

dan tegangan tinggi tabung $V_t = 4,2 \times 10^4$ volt dalam keadaan konstan. Pada tegangan pelat V_c semakin besar maka akan diperoleh harga arus ionisasi maksimum I_{max} .

b. Variasi Arus Emisi I_{EM} terhadap Arus Ionisasi I

Arus ionisasi I pada arus emisi tabung I_{EM} diperoleh dengan bervariasi besar arus emisi I_{EM} pada tabung sinar-X yang setiap 10 detik. Arus emisi tabung I_{EM} dinaikkan bertahap dari 0 ampere sampai 1×10^{-3} ampere untuk setiap kenaikan 1×10^{-4} ampere. Tegangan pelat V_c 20 volt dan tegangan tinggi tabung V_t $4,2 \times 10^4$ volt dalam keadaan konstan pada posisi maksimum.

c. Variasi Tegangan Tinggi Tabung V_t terhadap Arus Ionisasi I

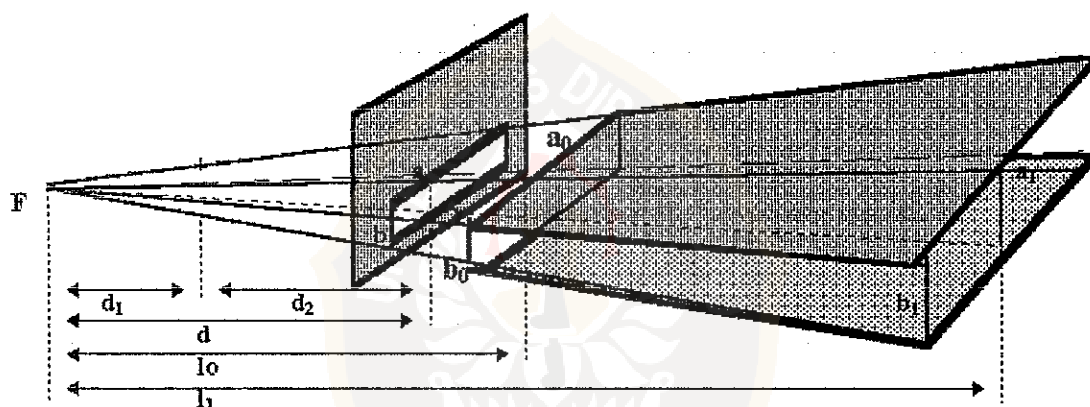
Arus ionisasi I pada tegangan tinggi tabung V_t diperoleh dengan bervariasi tegangan tinggi V_t tabung, yaitu dinaikkan bertahap setiap 10 detik. Besarnya kenaikan tegangan tinggi V_t pada peralatan tabung Roentgen sudah ditentukan besarnya yaitu dari $2,1 \times 10^4$ volt sampai $4,2 \times 10^4$ volt. Arus emisi I_{EM} 1×10^{-3} ampere dan tegangan pelat V_c 20 volt dalam keadaan konstan pada posisi maksimum.

d. Massa dan Volume Udara yang Disinari

Volume udara diperoleh melalui pengukuran-pengukuran pada pelat sejajar dan jarak sumber radiasi ke pelat. Massa udara ditentukan dari volume dan kerapatan udara ρ yang tergantung pada suhu T. Besaran-besaran yang diukur adalah sebagai berikut :

1. Temperatur T dalam kamar percobaan untuk menentukan kerapatan udara ρ .

2. Jarak l_0 , l_1 yaitu jarak antara sumber radiasi F ke diafragma pada awal dan akhir keping pelat (Gambar 3-06)
3. Panjang a , b dan $l_1 - l_0$ dan $l_0 - d$ dapat diukur langsung pada pelat sejajar.
 - d diukur dari sumber radiasi ke celah diafragma. ($d = d_1 + d_2$).
 - d_2 diukur dari celah dinding sampai celah diafragma.
 - d_1 diukur dari pusat radiasi ke celah dinding.
 - a lebar horisontal celah diafragma.
 - b lebar vertikal celah diafragma.



Gambar 3-06. Skema diafragma dan pelat sejajar
[Babinac dan Rex, 1980]

3.5. Pengolahan Data

a. Grafik

Pada proses selanjutnya adalah mempresentasikan data ke dalam bentuk grafik.

Dari hasil pengukuran arus ionisasi I akan diperoleh grafik hubungan antara :

1. Arus ionisasi I pada variasi tegangan pelat V_c .

2. Arus ionisasi I pada variasi arus emisi I_{EM} tabung sinar-X.
3. Arus ionisasi I pada variasi tegangan tinggi V_t tabung sinar-X.

b. Perhitungan daya dosis ion

Penentuan daya dosis ion ditentukan melalui perhitungan. Arus ionisasi I yang dipakai dalam perhitungan adalah arus ionisasi maksimum I_{max} , arus yang diperoleh dari pengoperasian maksimum peralatan Roentgen yaitu pada tegangan pelat V_c 20 volt, arus emisi I_{EM} 1×10^3 ampere, dan tegangan tinggi tabung V_t $4,2 \times 10^4$ volt.

Daya dosis ion rata-rata :

$$j_{rata-rata} = \frac{I}{m_{udara}} \quad (2-70)$$

Daya dosis ion lokal :

a. Pada awal pelat :

$$j_0 = \frac{I \cdot d^2 \cdot \mu}{\rho \cdot l_0 \cdot a \cdot b \cdot (1 - e^{-\mu(l_x - l_0)})} \quad (2-76)$$

b. Pada jarak l_x dari sumber radiasi :

$$j_{l_x} = j_0 \frac{l_0^2}{l_x^2} \cdot e^{-\mu(l_x - l_0)} \quad (2-72)$$

dengan :

- j = daya dosis ion ($A \text{ kg}^{-1}$)
- I = arus ionisasi (ampere)
- d = jarak dari sumber radiasi ke celah diafragma (meter)
- l_0 = jarak sumber radiasi ke awal pelat (meter)

l_x = jarak sumber radiasi ke akhir pelat (meter)

a = lebar horisontal celah diafragma (meter)

b = lebar vertikal celah diafragma (meter)

r = kerapatan udara (kg m^{-3})

m = koefisien serapan linier (m^{-1})



BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Arus Ionisasi

Arus ionisasi diukur berdasar pada tiga variasi parameter, yaitu :

1. Arus ionisasi I pada variasi tegangan pelat V_c
2. Arus ionisasi I pada variasi arus emisi I_{EM} tabung sinar-X
3. Arus ionisasi I pada variasi tegangan tinggi V_t tabung sinar-X

4.1.1. Variasi Tegangan Pelat V_c terhadap Arus Ionisasi I

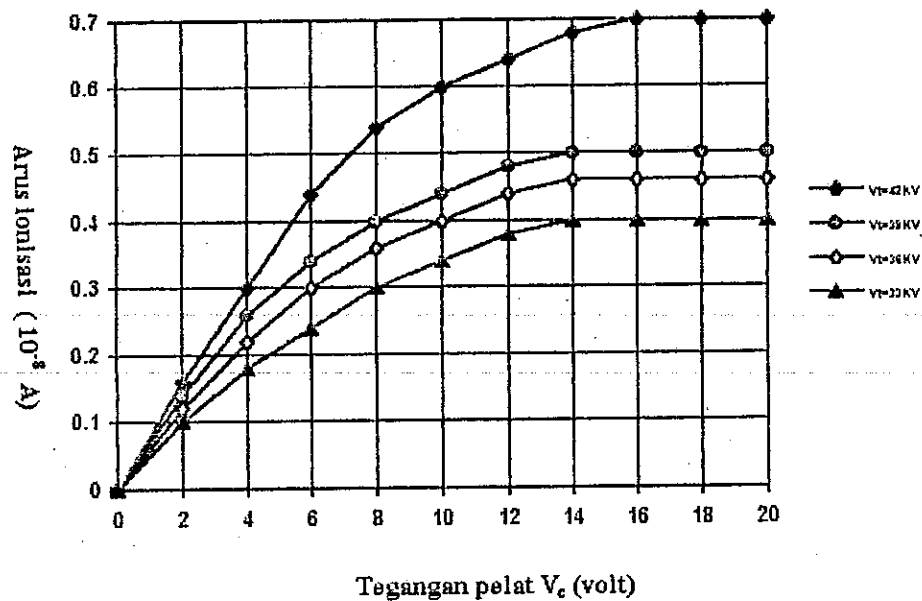
a. Hasil pengukuran dan grafik

Tabel 4-01. Hasil pengukuran arus ionisasi I pada variasi tegangan pelat V_c

| No | Tegangan pelat V_c (volt) | Arus ionisasi I (10^{-8} A) |
|----|-----------------------------|--------------------------------|
| 1 | (0,00 \pm 0,05) | (0,00 \pm 0,05) |
| 2 | (2,00 \pm 0,05) | (0,16 \pm 0,02) |
| 3 | (4,00 \pm 0,05) | (0,30 \pm 0,05) |
| 4 | (6,00 \pm 0,05) | (0,44 \pm 0,02) |
| 5 | (8,00 \pm 0,05) | (0,54 \pm 0,02) |
| 6 | (10,00 \pm 0,05) | (0,60 \pm 0,05) |
| 7 | (12,00 \pm 0,05) | (0,64 \pm 0,02) |
| 8 | (14,00 \pm 0,05) | (0,68 \pm 0,02) |
| 9 | (16,00 \pm 0,05) | (0,70 \pm 0,05) |
| 10 | (18,00 \pm 0,05) | (0,70 \pm 0,05) |
| 11 | (20,00 \pm 0,05) | (0,70 \pm 0,05) |

Catatan :

1. Arus emisi tabung $I_{EM} = 1 \times 10^{-3}$ ampere
2. Tegangan tinggi tabung $V_t = 4,2 \times 10^4$ volt



Gambar 4-01. Grafik pengaruh tegangan pelat V_c terhadap arus ionisasi I

b. Analisis dan pembahasan

Pada tampilan Gambar 4-01 ditunjukkan terjadinya kenaikan arus ionisasi I secara eksponensial terhadap kenaikan tegangan pelat V_c . Pada besar tegangan pelat antara 0 volt sampai 14 volt terjadi kenaikan arus ionisasi I, tapi pada tegangan pelat V_c diatas 14 volt tidak lagi terjadi kenaikan arus ionisasi I. Hal ini disebabkan karena kejenuhan, yaitu semua ion-ion hasil ionisasi udara di antara pelat telah habis ditarik oleh sisi-sisi pelat. Artinya bahwa arus yang dihasilkan sudah mencapai harga maksimum sebagai arus ionisasi maksimum I_{max} .

Dari Gambar 4-01 juga ditunjukkan adanya peningkatan arus ionisasi I dengan meningkatnya tegangan tinggi V_t tabung sinar-X yang digunakan. Masing-masing menghasilkan tampilan grafik yang identik yaitu mengalami kejenuhan arus ionisasi I.

Sinar-X yang datang melewati ruang antara dua keping pelat sejajar akan berinteraksi dengan udara di antara pelat tersebut, sehingga molekul-molekul udara akan terionisasi membentuk ion-ion bermuatan positif dan negatif. Ion-ion hasil ionisasi selanjutnya akan diserap ke masing-masing sisi pelat, yang diakibatkan oleh timbulnya medan listrik di antara dua sisi pelat yang diberi beda tegangan V_c . Ion-ion yang diserap ke dalam sisi pelat membentuk arus sebagai arus ionisasi I . Semakin besar tegangan pelat V_c yang diberikan, maka medan listrik yang ditimbulkan antara dua keping pelat sejajar semakin besar sehingga jumlah ion yang diserap ke sisi pelat semakin meningkat. Akibatnya terjadi kenaikan arus ionisasi I secara proposional dengan bertambahnya tegangan pelat V_c , sampai akhirnya mencapai titik jenuh yaitu saat semua ion hasil ionisasi udara telah terserap ke sisi masing-masing pelat. Jumlah ion yang dihasilkan sama dengan jumlah ion yang diserap setiap detiknya.

Variasi tegangan pelat V_c hanya berkaitan dengan peristiwa penyerapan ion-ion hasil ionisasi I yaitu akibat medan listrik yang ditimbulkan oleh pelat. Penyerapan ion tersebut merupakan peristiwa di luar proses produksi sinar-X dalam tabung sinar katoda. Jadi peristiwa ionisasi udara oleh radiasi sinar-X sama sekali tidak bergantung pada tegangan pelat V_c . Kemampuan penyerapan ion-ion oleh dua keping pelat sejajar hanya bergantung pada besar tegangan V_c yang diberikan pada masing-masing sisi pelat tersebut. Semakin besar tegangan pelat V_c yang diberikan, maka medan listrik yang ditimbulkan semakin besar sehingga kemampuan pelat dalam menyerap ion-ion hasil ionisasi semakin meningkat.

4.1.2. Variasi Arus Emisi I_{EM} terhadap Arus Ionisasi I

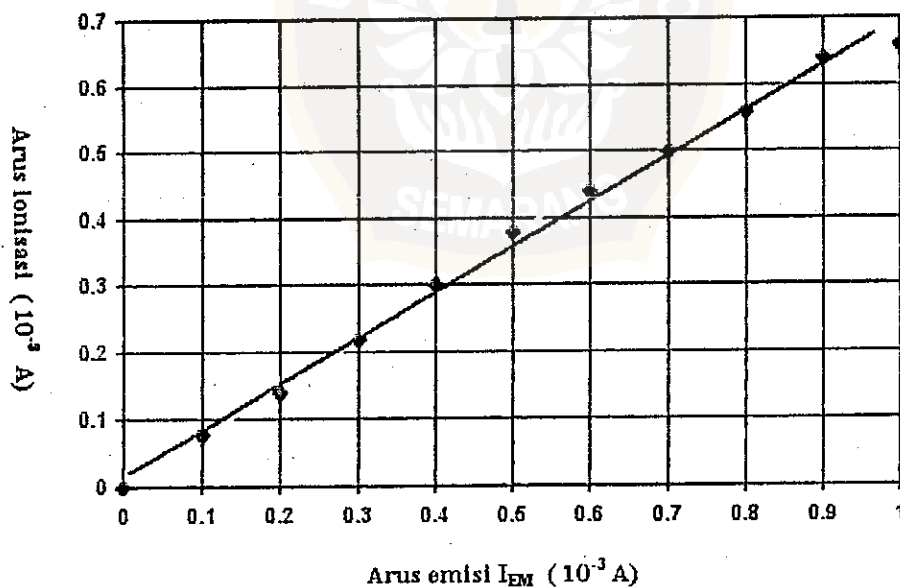
a. Hasil pengukuran dan grafik

Tabel 4-02. Hasil pengukuran arus ionisasi I pada variasi arus emisi I_{EM} .

| No | Arus emisi I_{EM} (10^{-3} A) | Arus ionisasi I (10^{-8} A) |
|----|------------------------------------|--------------------------------|
| 1 | (0,00 \pm 0,05) | (0,00 \pm 0,05) |
| 2 | (0,10 \pm 0,05) | (0,08 \pm 0,02) |
| 3 | (0,20 \pm 0,05) | (0,14 \pm 0,02) |
| 4 | (0,30 \pm 0,05) | (0,22 \pm 0,04) |
| 5 | (0,40 \pm 0,05) | (0,30 \pm 0,04) |
| 6 | (0,50 \pm 0,05) | (0,38 \pm 0,04) |
| 7 | (0,60 \pm 0,05) | (0,44 \pm 0,02) |
| 8 | (0,70 \pm 0,05) | (0,50 \pm 0,03) |
| 9 | (0,80 \pm 0,05) | (0,56 \pm 0,04) |
| 10 | (0,90 \pm 0,05) | (0,64 \pm 0,04) |
| 11 | (1,00 \pm 0,05) | (0,66 \pm 0,02) |

Catatan :

1. Tegangan keping pelat sejajar $V_c = 20$ volt
2. Tegangan tinggi tabung $V_t = 4,2 \times 10^4$ volt



Gambar 4-02. Grafik pengaruh arus emisi I_{EM} terhadap arus ionisasi I

b. Analisis dan pembahasan

Pada Gambar 4-02 yaitu grafik hubungan arus ionisasi I pada arus emisi I_{EM} menunjukkan kenaikan arus ionisasi I. Arus ionisasi I naik secara proposional terhadap kenaikan arus emisi I_{EM} pada tabung sinar-X. Dari grafik tersebut tidak ditunjukkan adanya arus jenuh seperti ditunjukkan pada arus ionisasi I terhadap kenaikan tegangan pelat V_c .

Peristiwa terbentuknya ion-ion hasil ionisasi molekul udara oleh sinar-X adalah tergantung pada intensitas sinar-X. Semakin besar intensitas sinar-X yang berinteraksi dengan udara, maka semakin besar kemungkinan terjadinya peristiwa ionisasi molekul udara. Akibatnya jumlah ion-ion yang dihasilkan dari peristiwa ionisasi tersebut semakin meningkat.

Produksi sinar-X dalam tabung sinar katoda tidak bisa dipisahkan dari peristiwa arus emisi tabung I_{EM} . Arus emisi I_{EM} dalam tabung sinar katoda merupakan arus elektron-elektron yang dipancarkan dari katoda ke anoda. Semakin banyak jumlah elektron yang diemisikan dari katoda sebagai arus emisi tabung I_{EM} artinya jumlah elektron-elektron yang akan menumbuk atom-atom sasaran (anoda) semakin bertambah. Dengan bertambahnya elektron yang menumbuk atom sasaran maka kemungkinan untuk terbentuknya sinar-X semakin besar, sehingga intensitas produksi sinar-X akan meningkat. Pada intensitas sinar-X yang semakin meningkat, maka sinar-X yang berinteraksi dengan molekul udara semakin tinggi dan peluang terjadinya peristiwa ionisasi semakin besar. Jumlah ion-ion hasil ionisasi udara akan semakin bertambah akibatnya arus yang terukur sebagai arus ionisasi I menunjukkan kenaikan. Hubungan

tersebut membuktikan adanya pengaruh arus emisi tabung I_{EM} terhadap kenaikan arus ionisasi I. Bahwa arus ionisasi I meningkat dengan meningkatnya arus emisi tabung I_{EM} . Pada Gambar 4-02 tetap terjadi kenaikan arus ionisasi I walaupun arus emisi I_{EM} yang diberikan sudah mencapai batas maksimum ($I_{EM} = 1 \times 10^{-3}$ ampere)

Jadi dapat dikatakan bahwa variasi arus emisi I_{EM} semakin besar maka akan mengakibatkan terjadinya peningkatan intensitas sinar-X yang mengionisasi udara meningkat, sehingga jumlah ion-ion hasil ionisasi udara yang membentuk arus ionisasi I akan meningkat, karena dengan intensitas sinar-X yang semakin besar maka peluang untuk terjadinya ionisasi semakin besar.

4.1.3. Variasi Tegangan Tinggi V_t terhadap Arus Ionisasi I

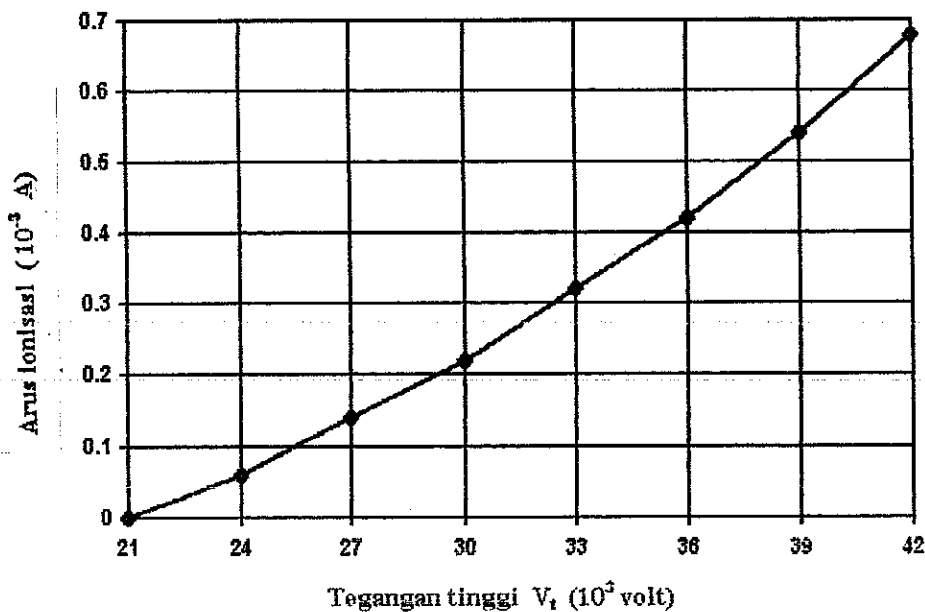
a. Hasil pengukuran dan grafik

Tabel 4-03. Hasil pengukuran arus ionisasi I pada variasi tegangan tinggi V_t

| No. | Tegangan tinggi V_t (10^4 volt) | Arus ionisasi I (10^{-8} A) |
|-----|---------------------------------------|---------------------------------|
| 1 | (2,10 \pm 0,05) | (0,00 \pm 0,05) |
| 2 | (2,40 \pm 0,05) | (0,06 \pm 0,02) |
| 3 | (2,70 \pm 0,05) | (0,14 \pm 0,02) |
| 4 | (3,00 \pm 0,05) | (0,22 \pm 0,04) |
| 5 | (3,30 \pm 0,05) | (0,32 \pm 0,04) |
| 6 | (3,60 \pm 0,05) | (0,42 \pm 0,06) |
| 7 | (3,90 \pm 0,05) | (0,54 \pm 0,04) |
| 8 | (4,20 \pm 0,05) | (0,68 \pm 0,04) |

Catatan :

1. Tegangan keping pelat V_c = 20 volt
2. Arus emisi tabung I_{EM} = 1×10^{-3} ampere



Gambar 4-03. Grafik pengaruh tegangan tinggi V_t terhadap arus ionisasi I

b. Analisis dan Pembahasan

Pada Gambar 4-03 ditunjukkan bahwa arus ionisasi mengalami kenaikan terhadap kenaikan tegangan tinggi tabung V_t . Sehingga dapat dikatakan bahwa arus ionisasi I naik terhadap kenaikan tegangan tinggi V_t pada tabung sinar-X. Dari grafik tersebut tidak ditunjukkan adanya arus jenuh seperti pada variasi tegangan pelat V_c .

Tegangan tinggi V_t pada tabung sinar-X merupakan beda tegangan yang diberikan pada kedua elektrodanya (katoda dan anoda) dalam tabung sinar katoda. Sehubungan dengan energinya, maka jika tegangan tinggi V_t semakin besar akan mengakibatkan energi kinetik yang dimiliki elektron katoda saat menumbuk atom-atom sasaran semakin besar. Karena energi kinetik yang dimiliki elektron tersebut semakin besar maka energi yang dimiliki sinar-X semakin tinggi sehingga peristiwa ionisasi yaitu molekul udara berinteraksi dengan sinar-X yang berenergi tinggi akan bertambah

jumlahnya sehingga jumlah ion-ion yang terbentuk akan meningkat pula. Peristiwa *bremstrahlung* menyebabkan energi yang dimiliki masing-masing foton sinar-X tidak sama sehingga menyebabkan terjadinya kenaikan grafik yang tidak linier. Arus ionisasi I akan meningkat sesuai dengan bertambahnya tegangan tinggi tabung V_t yang diberikan.

4.2. Daya Dosis Ion

Daya dosis ion dapat diketahui dari besarnya arus ionisasi maksimum I_{\max} , volume dan massa udara yang disinari, yaitu udara di ruang antara dua keping pelat sejajar. Arus ionisasi maksimum I_{\max} diperoleh dari pengukuran arus hasil ionisasi pada variasi arus emisi I_{EM} dan variasi tegangan tinggi V_t pada tabung sinar-X. Volume V dan massa m udara didapatkan dari hasil pengukuran jarak sumber radiasi dan ruang di antara dua keping pelat sejajar tersebut dan kerapatan ρ udara yang tergantung pada suhu udara.

a. Hasil pengukuran dan perhitungan

Tabel 4-04. Hasil pengukuran ruang antara dua pelat dan jarak sumber radiasi.

| No. | Obyek yang diukur | Data pengukuran (10^{-2} m) |
|-----|-------------------|--------------------------------|
| 1 | a | (4,002 ± 0,003) |
| 2 | a ₀ | (8,229 ± 0,002) |
| 3 | a ₁ | (13,931 ± 0,002) |
| 4 | b | (0,598 ± 0,002) |
| 5 | b ₀ | (3,496 ± 0,001) |
| 6 | b ₁ | (3,494 ± 0,001) |
| 7 | d ₁ | (10,804 ± 0,005) |
| 8 | d ₂ | (4,654 ± 0,003) |
| 9 | x ₀ | (2,013 ± 0,003) |
| 10 | x ₁ | (18,392 ± 0,013) |

Perhitungan :

$$d = d_1 + d_2 = (15,48 \pm 0,01) \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$l_0 = d + x_0 = (17,47 \pm 0,01) \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$l_1 = l_0 + x_1 = (35,86 \pm 0,13) \times 10^{-2} \text{ m}$$

Volume udara di ruang antara dua keping pelat sejajar :

$$V = (136,23 \pm 1,81) \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

Besarnya ρ udara ditentukan dari suhu udara yang dikenai sinar-X pada saat pengukuran arus ionisasi I, yaitu 25 °C. Pada suhu udara tersebut maka ρ udara dapat diketahui dari tabel sebesar 1,18 kg m⁻³, sehingga :

$$\begin{aligned} m_{\text{udara}} &= V_{\text{udara}} \times \rho_{\text{udara}} \\ &= (1,61 \pm 0,02) \times 10^{-4} \text{ kg} \end{aligned}$$

Dari hasil pengamatan dan perhitungan besarnya daya dosis ion rata-rata dan daya dosis ion lokal pada V_c 20 volt, I_{EM} 1 x 10⁻³ ampere dan V_t 4,2 x 10⁴ volt hasilnya disajikan Tabel 4-05 dan Tabel 4-06.

Tabel 4-05. Daya dosis ion pada arus emisi tabung I_{EM} 1 x 10⁻³ ampere.

| Daya dosis ion (j) | 1 x 10 ⁻⁵ A kg ⁻¹ |
|--------------------------------------|---|
| Daya dosis ion rata-rata | (4,11 ± 0,06) |
| Daya dosis ion lokap di awal pelat | (10,02 ± 0,06) |
| Daya dosis ion lokal di tengah pelat | (4,27 ± 0,03) |
| Daya dosis ion lokal di akhir pelat | (2,34 ± 0,02) |

Tabel 4-06. Daya dosis ion pada tegangan tinggi tabung V_t $4,2 \times 10^4$ volt.

| Daya dosis ion (j) | $1 \times 10^{-5} \text{ A kg}^{-1}$ |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| Daya dosis ion rata-rata | $(4,23 \pm 0,06)$ |
| Daya dosis ion lokap di awal pelat | $(10,33 \pm 0,08)$ |
| Daya dosis ion lokal di tengah pelat | $(4,40 \pm 0,03)$ |
| Daya dosis ion lokal di akhir pelat | $(2,41 \pm 0,02)$ |

b. Analisis dan pembahasan

Penentuan daya dosis ion lokal adalah berdasarkan pada prinsip pelemahan oleh serapan, yaitu energi radiasi sinar-X akan berkurang dengan bertambahnya jarak dari sumber radiasi. Intensitas radiasi sinar-X yang semakin kecil menyebabkan kemampuan sinar-X untuk mengionisasi udara semakin berkurang, sehingga jumlah ion yang diproduksi semakin sedikit. Akibatnya daya dosis ion lokal akan lebih besar pada awal pelat dibandingkan dengan daya dosis ion lokal di tengah dan akhir ruang antara dua keping pelat sejajar.

$$b < k < l$$

$$j_0 > j_x > j_1$$

Dari data pembandingan menyebutkan bahwa besarnya daya dosis ion di udara (di luar peralatan Roentgen) $\leq 2,15 \times 10^{-11} \text{ A kg}^{-1}$ yaitu pada jarak 10 cm dari peralatan. Daya dosis ion rata-rata dalam ruang eksperimen adalah mendekati $2,00 \times 10^{-5} \text{ A kg}^{-1}$ (Babinecz, 1980). Hasil penelitian diperoleh besarnya daya dosis ion rata-rata di dalam ruang eksperimen adalah $(4,11 \pm 0,06) \times 10^{-5} \text{ A kg}^{-1}$ dan $(4,23 \pm 0,06) \times 10^{-5} \text{ A kg}^{-1}$.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

1. Arus ionisasi dipengaruhi oleh besar tegangan antara dua pelat. Semakin besar tegangan antara dua pelat, semakin besar pula arus ionisasi. Arus ionisasi akan tetap apabila semua ion yang dihasilkan tiap detiknya telah diserap oleh sisi-sisi pelat.
2. Arus ionisasi dipengaruhi oleh besarnya arus emisi pada tabung sinar-X. Semakin tinggi arus emisi, semakin tinggi pula arus ionisasi antara dua pelat.
3. Arus ionisasi dipengaruhi oleh tegangan tinggi pada tabung sinar-X. Semakin besar tegangan tinggi tabung pada sinar-X, semakin besar pula arus ionisasi yang timbul antara dua pelat.
4. Besarnya daya dosis ion (j) pada kondisi maksimum (V_c 20 volt, I_{EM} 1×10^{-3} A dan V_t $4,2 \times 10^4$ volt) masing-masing :
 - a. Daya dosis ion rata-rata pada variasi arus emisi pada tabung adalah $(4,11 \pm 0,06) \times 10^{-5}$ A kg⁻¹.
 - b. Daya dosis ion rata-rata pada variasi tegangan tinggi pada tabung adalah $(4,23 \pm 0,06) \times 10^{-5}$ A kg⁻¹.

5.2. Saran

Penelitian untuk penentuan daya dosis ion sebaiknya permukaan pelat yang digunakan dalam keadaan bersih dan kering untuk menjaga kelembaban udara di sekitar pelat.





LAMPIRAN A

(DATA PENGUKURAN DAN CONTOH PERHITUNGAN)

A.1. Data Pengukuran

Pada pengukuran dan pengamatan, nilai yang diperoleh selalu berbeda dengan nilai sebenarnya, yaitu memiliki selisih meskipun selisih tersebut sangat kecil. Usaha yang dapat dilakukan adalah memperkecil kesalahan tersebut, yaitu dengan cara melakukan pengukuran atau pengamatan yang berulang-ulang.

Kadang-kadang dalam suatu pengukuran atau pengamatan yang berulang diperoleh nilai tetap, sehingga ralatnya diambil $\frac{1}{2}$ dari skala terkecil. Pada pengukuran atau pengamatan yang berulang dan diperoleh nilai yang berbeda-beda, maka nilai terbaiknya adalah nilai rata-rata pengukuran dan ralatnya (standar deviasi rata-rata) diberikan dengan persamaan :

Nilai rata-rata :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} x_i$$

Standar deviasi rata-rata :

$$S_x = \left[\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{i=n} (x_i - \bar{x})^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

A-01. Jarak sumber radiasi dan ruang antara dua keping pelat sejajar

| No. | Obyek diukur | 1×10^{-2} m | | | | | | 1×10^{-2} m | |
|-----|--------------|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|------------------------|-------|
| | | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | $x_{\text{rata-rata}}$ | S_x |
| 1 | a | 39,95 | 40,00 | 40,05 | 39,95 | 40,05 | 40,10 | 40,017 | 0,003 |
| 2 | a_0 | 82,35 | 82,25 | 82,25 | 82,30 | 82,35 | 82,25 | 82,292 | 0,002 |
| 3 | a_1 | 139,30 | 139,35 | 139,25 | 139,35 | 139,25 | 139,35 | 139,308 | 0,002 |
| 4 | b | 6,00 | 5,95 | 5,95 | 6,00 | 5,95 | 6,05 | 5,975 | 0,003 |
| 5 | b_0 | 34,95 | 34,95 | 35,00 | 34,90 | 34,95 | 35,00 | 34,958 | 0,001 |
| 6 | b_1 | 34,90 | 34,95 | 34,95 | 35,00 | 34,90 | 34,95 | 34,943 | 0,001 |
| 7 | d_1 | 108,05 | 108,10 | 108,00 | 107,95 | 108,15 | 108,00 | 108,042 | 0,005 |
| 8 | d_2 | 46,60 | 46,55 | 46,45 | 46,50 | 46,60 | 46,55 | 46,542 | 0,003 |
| 9 | X_0 | 20,10 | 20,05 | 20,10 | 20,15 | 20,15 | 20,20 | 20,125 | 0,003 |
| 10 | X_1 | 184,00 | 184,50 | 183,50 | 183,50 | 184,00 | 184,00 | 183,917 | 0,013 |

A-02. Variasi tegangan pelat V_c terhadap arus ionisasi I

| No | Teg. pelat V_c (volt) | 1×10^{-8} A | | | | |
|----|----------------------------|----------------------|-------|-------|-------|-------|
| | | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | X_5 |
| 1 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 2 | 2,00 | 0,20 | 0,20 | 0,10 | 0,20 | 0,10 |
| 3 | 4,00 | 0,30 | 0,30 | 0,30 | 0,30 | 0,30 |
| 4 | 6,00 | 0,50 | 0,50 | 0,40 | 0,40 | 0,40 |
| 5 | 8,00 | 0,60 | 0,60 | 0,50 | 0,50 | 0,50 |
| 6 | 10,00 | 0,60 | 0,60 | 0,60 | 0,60 | 0,60 |
| 7 | 12,00 | 0,70 | 0,70 | 0,60 | 0,60 | 0,60 |
| 8 | 14,00 | 0,70 | 0,70 | 0,70 | 0,70 | 0,60 |
| 9 | 16,00 | 0,70 | 0,70 | 0,70 | 0,70 | 0,70 |
| 10 | 18,00 | 0,70 | 0,70 | 0,70 | 0,70 | 0,70 |
| 11 | 20,00 | 0,70 | 0,70 | 0,70 | 0,70 | 0,70 |

| 1×10^{-8} A | |
|----------------------|-------|
| $X_{rata-rata}$ | S_x |
| 0,00 | 0,05 |
| 0,16 | 0,02 |
| 0,30 | 0,05 |
| 0,44 | 0,02 |
| 0,54 | 0,02 |
| 0,60 | 0,05 |
| 0,64 | 0,02 |
| 0,68 | 0,02 |
| 0,70 | 0,05 |
| 0,70 | 0,05 |
| 0,70 | 0,05 |

Catatan :

1. Arus emisi I_{EM} tabung : 1×10^{-3} ampere
2. Tegangan tinggi V_t tabung : $4,2 \times 10^4$ volt

A-03. Variasi tegangan pelat V_c terhadap arus ionisasi I

| No | Teg. pelat V_c (volt) | 1×10^{-8} A | | | | |
|----|----------------------------|----------------------|-------|-------|-------|-------|
| | | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | X_5 |
| 1 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 2 | 2,00 | 0,20 | 0,10 | 0,20 | 0,10 | 0,10 |
| 3 | 4,00 | 0,30 | 0,30 | 0,30 | 0,20 | 0,20 |
| 4 | 6,00 | 0,40 | 0,40 | 0,30 | 0,30 | 0,30 |
| 5 | 8,00 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 |
| 6 | 10,00 | 0,50 | 0,50 | 0,40 | 0,40 | 0,40 |
| 7 | 12,00 | 0,50 | 0,50 | 0,50 | 0,40 | 0,50 |
| 8 | 14,00 | 0,50 | 0,50 | 0,50 | 0,50 | 0,50 |
| 9 | 16,00 | 0,50 | 0,50 | 0,50 | 0,50 | 0,50 |
| 10 | 18,00 | 0,50 | 0,50 | 0,50 | 0,50 | 0,50 |
| 11 | 20,00 | 0,50 | 0,50 | 0,50 | 0,50 | 0,50 |

| 1×10^{-8} A | |
|----------------------|-------|
| $X_{rata-rata}$ | S_x |
| 0,00 | 0,05 |
| 0,14 | 0,02 |
| 0,26 | 0,02 |
| 0,34 | 0,02 |
| 0,40 | 0,05 |
| 0,44 | 0,02 |
| 0,48 | 0,02 |
| 0,50 | 0,05 |
| 0,50 | 0,05 |
| 0,50 | 0,05 |
| 0,50 | 0,05 |

Catatan :

1. Arus emisi I_{EM} tabung : 1×10^{-3} ampere
2. Tegangan tinggi V_t tabung : $3,9 \times 10^4$ volt

A-04. Variasi tegangan pelat V_c terhadap arus ionisasi I

| No | Teg. pelat V_c (volt) | 1×10^{-8} A | | | | |
|----|----------------------------|----------------------|-------|-------|-------|-------|
| | | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | X_5 |
| 1 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 2 | 2,00 | 0,20 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,10 |
| 3 | 4,00 | 0,30 | 0,20 | 0,20 | 0,20 | 0,20 |
| 4 | 6,00 | 0,30 | 0,30 | 0,30 | 0,30 | 0,30 |
| 5 | 8,00 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,30 | 0,30 |
| 6 | 10,00 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 |
| 7 | 12,00 | 0,50 | 0,50 | 0,40 | 0,40 | 0,40 |
| 8 | 14,00 | 0,50 | 0,50 | 0,50 | 0,40 | 0,40 |
| 9 | 16,00 | 0,50 | 0,50 | 0,50 | 0,40 | 0,40 |
| 10 | 18,00 | 0,50 | 0,50 | 0,50 | 0,40 | 0,40 |
| 11 | 20,00 | 0,50 | 0,50 | 0,50 | 0,40 | 0,40 |

| 1×10^{-8} A | |
|----------------------|-------|
| $X_{rata-rata}$ | S_x |
| 0,00 | 0,05 |
| 0,12 | 0,02 |
| 0,22 | 0,02 |
| 0,30 | 0,05 |
| 0,36 | 0,02 |
| 0,40 | 0,05 |
| 0,44 | 0,02 |
| 0,46 | 0,02 |
| 0,46 | 0,02 |
| 0,46 | 0,02 |
| 0,46 | 0,02 |

Catatan :

1. Arus emisi I_{EM} tabung : 1×10^{-3} ampere
2. Tegangan tinggi V_t tabung : $3,6 \times 10^4$ volt

A-05. Variasi tegangan pelat V_c terhadap arus ionisasi I

| No | Teg. pelat V_c (volt) | 1×10^{-8} A | | | | |
|----|----------------------------|----------------------|-------|-------|-------|-------|
| | | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | X_5 |
| 1 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 2 | 2,00 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,10 |
| 3 | 4,00 | 0,20 | 0,20 | 0,20 | 0,20 | 0,10 |
| 4 | 6,00 | 0,30 | 0,30 | 0,20 | 0,20 | 0,20 |
| 5 | 8,00 | 0,30 | 0,30 | 0,30 | 0,30 | 0,30 |
| 6 | 10,00 | 0,40 | 0,40 | 0,30 | 0,30 | 0,30 |
| 7 | 12,00 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,30 |
| 8 | 14,00 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 |
| 9 | 16,00 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 |
| 10 | 18,00 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 |
| 11 | 20,00 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 |

| 1×10^{-8} A | |
|----------------------|-------|
| $X_{rata-rata}$ | S_x |
| 0,00 | 0,05 |
| 0,10 | 0,05 |
| 0,18 | 0,02 |
| 0,24 | 0,02 |
| 0,30 | 0,05 |
| 0,34 | 0,02 |
| 0,38 | 0,02 |
| 0,40 | 0,05 |
| 0,40 | 0,05 |
| 0,40 | 0,05 |
| 0,40 | 0,05 |

Catatan :

1. Arus emisi I_{EM} tabung : 1×10^{-3} ampere
2. Tegangan tinggi V_t tabung : $3,3 \times 10^4$ volt

A-06. Variasi arus emisi I_{EM} terhadap arus ionisasi I

| No | Arus EM I_{EM} (A) | 1×10^{-8} A | | | | |
|----|-------------------------|----------------------|-------|-------|-------|-------|
| | | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | X_5 |
| 1 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 2 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,00 |
| 3 | 0,20 | 0,20 | 0,20 | 0,10 | 0,10 | 0,10 |
| 4 | 0,30 | 0,30 | 0,30 | 0,20 | 0,20 | 0,10 |
| 5 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,30 | 0,20 | 0,20 |
| 6 | 0,50 | 0,50 | 0,40 | 0,40 | 0,30 | 0,30 |
| 7 | 0,60 | 0,50 | 0,50 | 0,40 | 0,40 | 0,40 |
| 8 | 0,70 | 0,60 | 0,50 | 0,50 | 0,50 | 0,40 |
| 9 | 0,80 | 0,70 | 0,60 | 0,50 | 0,50 | 0,50 |
| 10 | 0,90 | 0,70 | 0,60 | 0,60 | 0,60 | 0,60 |
| 11 | 1,00 | 0,70 | 0,70 | 0,70 | 0,60 | 0,60 |

| 1×10^{-8} A | |
|----------------------|-------|
| $X_{rata-rata}$ | S_x |
| 0,00 | 0,05 |
| 0,08 | 0,02 |
| 0,14 | 0,02 |
| 0,22 | 0,04 |
| 0,30 | 0,04 |
| 0,38 | 0,04 |
| 0,44 | 0,02 |
| 0,50 | 0,03 |
| 0,56 | 0,04 |
| 0,64 | 0,03 |
| 0,66 | 0,02 |

Catatan :

1. Tegangan pelat V_c : 20 volt
2. Tegangan tinggi V_t tabung : $4,2 \times 10^4$ volt

A-07. Variasi tegangan tinggi V_t tabung terhadap arus ionisasi I

| No | Teg. tinggi V_t (KV) | 1×10^{-8} A | | | | |
|----|---------------------------|----------------------|-------|-------|-------|-------|
| | | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | X_5 |
| 1 | 21,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 2 | 24,00 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,00 | 0,00 |
| 3 | 27,00 | 0,20 | 0,20 | 0,10 | 0,10 | 0,10 |
| 4 | 30,00 | 0,30 | 0,30 | 0,20 | 0,20 | 0,10 |
| 5 | 33,00 | 0,40 | 0,40 | 0,30 | 0,30 | 0,20 |
| 6 | 36,00 | 0,50 | 0,60 | 0,40 | 0,30 | 0,30 |
| 7 | 39,00 | 0,60 | 0,60 | 0,60 | 0,50 | 0,40 |
| 8 | 42,00 | 0,80 | 0,70 | 0,70 | 0,60 | 0,60 |

| 1×10^{-8} A | |
|----------------------|-------|
| $X_{rata-rata}$ | S_x |
| 0,00 | 0,05 |
| 0,06 | 0,02 |
| 0,14 | 0,02 |
| 0,22 | 0,04 |
| 0,32 | 0,04 |
| 0,42 | 0,06 |
| 0,54 | 0,04 |
| 0,68 | 0,04 |

Catatan :

1. Arus emisi I_{EM} tabung : 1×10^{-3} ampere
2. Tegangan pelat V_c : 20 volt

A.2. Contoh Perhitungan

Perhitungan ada dua macam yaitu ralat pengamatan dan perambatan ralat. Masing-masing untuk mengetahui nilai terbaik dan standar deviasi.

a. Perhitungan ralat

Contoh perhitungan ralat pada pengukuran lebar horisontal celah diafragma (a).

| No | x_i | $(x_i - \bar{x}_{rata-rata})$ | $(x_i - \bar{x}_{rata-rata})^2$ |
|-------------------|-------|-------------------------------|---------------------------------|
| 1 | 39,95 | - 0,067 | $4,49 \times 10^{-3}$ |
| 2 | 40,00 | - 0,017 | $2,89 \times 10^{-4}$ |
| 3 | 40,05 | + 0,033 | $1,09 \times 10^{-3}$ |
| 4 | 39,95 | - 0,067 | $4,49 \times 10^{-3}$ |
| 5 | 40,05 | + 0,033 | $1,09 \times 10^{-3}$ |
| 6 | 40,10 | + 0,083 | $6,89 \times 10^{-3}$ |
| $\Sigma = 240,10$ | | | $\Sigma = 18,33 \times 10^{-3}$ |

Nilai rata-rata :

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} x_i \\ &= \frac{240,10}{6} = 40,017\end{aligned}$$

Standar deviasi rata-rata :

$$\begin{aligned}S_x &= \left[\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{i=n} (x_i - \bar{x})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= \left[\frac{18,33 \times 10^{-3}}{6(6-1)} \right]^{\frac{1}{2}} = 0,003\end{aligned}$$

Jadi hasil pengukuran diperoleh $(40,017 \pm 0,003) \times 10^{-2}$ m

b. Perambatan ralat

Perambatan ralat adalah kesalahan yang timbul dari suatu besaran fisis yang, dihitung dari unsur-unsurnya (variabelnya), tidak terukur secara langsung. Harga terbaiknya tergantung pada nilai terbaik dari variabel-variabelnya, dan standar deviasi sebagai nilai ralat dirumuskan sebagai :

$$\text{Nilai terbaiknya} \quad : F = f(x, y, z)$$

$$\text{Standar deviasi} \quad : S_F = \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \cdot S_x \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \cdot S_y \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \cdot S_z \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

1. Daya dosis ion rata-rata :

$$\text{Nilai terbaik} \quad : j_{\text{rata-rata}} = \frac{I}{m}$$

$$\frac{\partial j}{\partial I} = \frac{1}{m}$$

$$\frac{\partial j}{\partial m} = -\frac{I}{m^2}$$

$$\text{Standar deviasi} \quad : S_j = \left[\left(\frac{\partial j}{\partial I} \cdot S_I \right)^2 + \left(\frac{\partial j}{\partial m} \cdot S_m \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Jadi hasil perhitungan diperoleh $(j \pm S_j) \text{ A kg}^{-1}$

2. Daya Dosis Ion Lokal

$$\text{Nilai terbaik} \quad : j = \frac{I d^2 \cdot \mu}{\rho \cdot l_0^2 a \cdot b \cdot (1 - e^{-\mu(l_x - l_0)})}$$

$$\frac{\partial j}{\partial l} = \frac{d^2 \cdot \mu}{\rho \cdot l_0^2 \cdot a \cdot b \cdot (1 - e^{-\mu(l_x - l_0)})}$$

$$\frac{\partial j}{\partial d} = \frac{2I \cdot d \cdot \mu}{\rho \cdot l_0^2 \cdot a \cdot b \cdot (1 - e^{-\mu(l_x - l_0)})}$$

$$\frac{\partial j}{\partial a} = -\frac{I \cdot d^2 \cdot \mu}{\rho \cdot l_0^2 \cdot a^2 \cdot b \cdot (1 - e^{-\mu(l_x - l_0)})}$$

$$\frac{\partial j}{\partial b} = -\frac{I \cdot d^2 \cdot \mu}{\rho \cdot l_0^2 \cdot a \cdot b^2 \cdot (1 - e^{-\mu(l_x - l_0)})}$$

$$\frac{\partial j}{\partial l_0} = \frac{I \cdot d^2 \cdot \mu}{\rho \cdot l_0^2 \cdot a \cdot b \cdot (1 - e^{-\mu(l_x - l_0)})}$$

$$\frac{\partial j}{\partial l_x} = \frac{I \cdot d^2 \cdot \mu}{\rho \cdot l_0^2 \cdot a \cdot b \cdot (1 - e^{-\mu(l_x - l_0)})}$$

Standar deviasi :

$$S_j = \left[\left(\frac{\partial j}{\partial l} \cdot S_l \right)^2 + \left(\frac{\partial j}{\partial d} \cdot S_d \right)^2 + \left(\frac{\partial j}{\partial a} \cdot S_a \right)^2 + \left(\frac{\partial j}{\partial b} \cdot S_b \right)^2 + \left(\frac{\partial j}{\partial l_0} \cdot S_{l_0} \right)^2 + \left(\frac{\partial j}{\partial l_x} \cdot S_{l_x} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Jadi hasil perhitungan diperoleh $(j \pm S_j)$ A kg⁻¹

Tabel Suhu Udara, Kerapatan Udara dan Koefisien Serapan Linier Udara

| No | Suhu udara (T) (°C) | Kerapatan udara (ρ) (kg m^{-3}) | Koefisien serapan (μ) ($1 \times 10^{-1} \text{ m}^{-1}$) |
|----|------------------------|--|--|
| 1 | 0 | 1,293 | 1,005 |
| 2 | 1 | 1,289 | 1,002 |
| 3 | 2 | 1,284 | 0,998 |
| 4 | 3 | 1,280 | 0,995 |
| 5 | 4 | 1,275 | 0,991 |
| 6 | 5 | 1,271 | 0,988 |
| 7 | 6 | 1,267 | 0,985 |
| 8 | 7 | 1,262 | 0,981 |
| 9 | 8 | 1,258 | 0,978 |
| 10 | 9 | 1,253 | 0,974 |
| 11 | 10 | 1,249 | 0,971 |
| 12 | 11 | 1,245 | 0,968 |
| 13 | 12 | 1,240 | 0,964 |
| 14 | 13 | 1,236 | 0,961 |
| 15 | 14 | 1,231 | 0,957 |
| 16 | 15 | 1,227 | 0,954 |
| 17 | 16 | 1,223 | 0,951 |
| 18 | 17 | 1,218 | 0,947 |
| 19 | 18 | 1,214 | 0,944 |
| 20 | 19 | 1,209 | 0,940 |
| 21 | 20 | 1,205 | 0,937 |
| 22 | 21 | 1,201 | 0,934 |
| 23 | 22 | 1,196 | 0,930 |
| 24 | 23 | 1,192 | 0,927 |
| 25 | 24 | 1,187 | 0,923 |
| 26 | 25 | 1,183 | 0,920 |
| 27 | 26 | 1,179 | 0,917 |
| 28 | 27 | 1,174 | 0,913 |
| 29 | 28 | 1,170 | 0,910 |
| 30 | 29 | 1,165 | 0,906 |
| 31 | 30 | 1,161 | 0,903 |

Catatan : Pada tekanan udara 1013×10^{-2} PA

Sumber : Laboratorium Fisika Dasar Institut Teknologi Bandung.



LAMPIRAN B

(TABEL SUHU, KERAPATAN DAN KOEFISIEN SERAPAN

UDARA)



LAMPIRAN C

(PENJABARAN RUMUS)

C.1. Penyelesaian Persamaan Gelombang Atom Hidrogen

Persamaan gelombang atom hidrogen diberikan dalam bentuk :

$$\Phi_m(\phi) = Ae^{im\phi} \quad (\text{C-01})$$

Normalisasi dari fungsi $\Phi_m(\phi) = \langle \phi | m \rangle$ adalah :

$$\begin{aligned} 1 = \langle m | m \rangle &= \sum_{\phi} \langle m | \phi \rangle \langle \phi | m \rangle = \int_{\phi} d\phi \Phi_m^*(\phi) \Phi_m(\phi) \\ &= \int_{\phi} |\Phi_m(\phi)|^2 d\phi = A^2 \int_0^{2\pi} d\phi = 2\pi A \end{aligned}$$

$$A = \sqrt{2\pi} \quad (\text{C-02})$$

Penyelesaian lengkap fungsi $\Phi_m(\phi)$ adalah :

$$\Phi_m(\phi) = \langle \phi | m \rangle = \sqrt{2\pi} e^{im\phi} \quad (\text{C-03})$$

dari persamaan :

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \left[\ell(\ell+1) - \frac{m_1^2}{\sin^2 \theta} \right] \Theta = 0 \quad (\text{C-04})$$

disubstitusikan variabel $w = \cos \theta$

$$\frac{d}{d\theta} = \frac{dw}{d\theta} \frac{d}{dw} = -\sin \theta \frac{d}{dw}$$

$$\frac{1}{\sin \theta} \left(-\sin \theta \frac{d}{dw} \right) \left(-\sin^2 \theta \frac{d\Theta}{dw} \right) + \left[\ell(\ell+1) - \frac{m_1^2}{1-w^2} \right] \Theta = 0$$

$$\frac{d}{dw} (1-w^2) \frac{d\Theta}{dw} + \left[\ell(\ell+1) - \frac{m_1^2}{1-w^2} \right] \Theta = 0$$

$$(1-w^2) \frac{d^2\Theta}{dw^2} - 2w \frac{d\Theta}{dw} + \left[\ell(\ell+1) - \frac{m_1^2}{1-w^2} \right] \Theta = 0$$

Persamaan di atas adalah persamaan Lagandre asosiasi dengan penyelesaian :

$$\Theta_{lm}(w) = N_{lm} P_l^m(w) = N_{lm} (1-w^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^m}{dw^m} P_l(w) \quad (\text{C-05})$$

dengan :

$$P_l(w) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dw^l} (w^2 - 1)^l$$

N_{lm} = konstanta ternormalisasi

Bila

$$\Theta_{lm}(\phi) \Theta_{lm}(\theta) = \langle \theta, \phi | l, m \rangle = Y_l^m(\theta, \phi) = \frac{N_{lm}}{\sqrt{2\pi}} P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi} \quad (\text{C-06})$$

maka normalisasi dari fungsi $Y_l^m(\theta, \phi)$ yang biasa disebut fungsi harmonik bola adalah

:

$$\begin{aligned} 1 &= \langle l, m | l, m \rangle = \sum_{\theta, \phi} \langle l, m | \theta, \phi \rangle \langle \theta, \phi | l, m \rangle \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\phi |\langle \theta, \phi | l, m \rangle|^2 \\ &= \frac{N_{lm}^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi [P_l^m(\cos \theta)]^2 \sin \theta d\theta d\phi \end{aligned} \quad (\text{C-07})$$

dengan :

$$\sum_{\theta, \phi} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\phi = \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi$$

Dengan mengambil $w = \cos \theta \Rightarrow dw = -\sin \theta d\theta$

$$\theta_1 = \pi \text{ maka } w_1 = \cos \pi = -1$$

$$\theta_2 = 0 \text{ maka } w_2 = \cos 0 = 1$$

$$1 = -\frac{N_{lm}^2}{2\pi} \int_1^{-1} [P_l^m(w)]^2 dw \int_0^{2\pi} d\phi = N_{lm}^2 \int_{-1}^1 [P_l^m(w)]^2 dw$$

Dengan (Renreng, 1990):.

$$\int_{-1}^1 P_l^m P_n^m dw = \left(\frac{2}{2l+1} \right) \frac{(l+m)!}{(l-m)!} \delta_{ln} \quad (\text{C-08})$$

diperoleh :

$$1 = N_{lm}^2 \left(\frac{2}{2l+1} \right) \frac{(l+m)!}{(l-m)!}$$

$$N_{lm}^2 = \left[\left(\frac{2l+1}{2} \right) \frac{(l-m)!}{(l+m)!} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Penyelesaian lengkap persamaan (C-05) adalah :

$$\Theta_{lm}(\theta) = \left[\left(\frac{2l+1}{2} \right) \frac{(l-m)!}{(l+m)!} \right]^{\frac{1}{2}} P_l^m(\cos\theta) \quad (\text{C-09})$$

$$\langle \theta, \phi | l, m \rangle = Y_l^m(\theta, \phi) = (-1)^m \left[\left(\frac{2l+1}{2} \right) \frac{(l-m)!}{(l+m)!} \right]^{\frac{1}{2}} P_l^m(\cos\theta) e^{im\phi} \quad (\text{C-10})$$

Faktor $(-1)^m$ muncul dari kondisi $m > 0$

Persamaan :

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \left[\frac{2m}{\hbar} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R = 0 \quad (\text{C-11a})$$

misalkan $e_M^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$

$$\alpha_n^2 = \frac{8m|E_{nl}|}{\hbar^2}, \quad \rho = \alpha_n r, \quad \lambda = \frac{e_M^2}{\hbar} \left(\frac{m}{2|E_{nl}|} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{2me_M^2}{\alpha\hbar^2}$$

dimana tingkat ikatan sistem mempunyai energi negatif :

$$E = E_{nl} = - |E_{nl}|$$

Persamaan (C-10) menjadi :

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) - \frac{l(l+1)R}{r^2} + \frac{2me^2_M}{\hbar^2 r} R + \frac{2m|E_{nl}|}{\hbar^2} R = 0$$

$$\frac{dR}{dr} = \frac{dR}{d\rho} \frac{d\rho}{dr} = \alpha \frac{dR}{d\rho}$$

$$\frac{\alpha^2}{\rho^2} \alpha \frac{d}{d\rho} \left(\frac{\rho}{\alpha^2} \alpha \frac{dR}{d\rho} \right) - \frac{l(l+1)\alpha^2}{\rho^2} R + \frac{\lambda\alpha^2}{\rho} R - \frac{\alpha^2}{4} R = 0$$

$$\frac{1}{\rho^2} \frac{d}{d\rho} \left(\rho^2 \frac{dR}{d\rho} \right) + \left[\frac{\lambda}{\rho} - \frac{1}{4} - \frac{l(l+1)}{\rho^2} \right] R = 0 \quad (\text{C-11b})$$

Solusi dari (C-11b) mendekati singularitas $\rho = 0$ dan $\rho = \infty$. Untuk $\rho = \infty$, persamaan

(C-11b) menjadi :

$$\frac{d^2 R}{d\rho^2} - \frac{R}{4} = 0 \quad \text{maka} \quad R = \exp\left(\pm \frac{\rho}{2}\right)$$

Solusi persamaan (C-01) dapat diasumsikan dengan menggunakan $e^{-\frac{\rho}{2}}$, sebab bila $\rho \rightarrow \infty$, solusinya tidak mungkin bernilai tak berhingga.

$$R(\rho) = N_{nl} \rho^l L(\rho) e^{-\frac{\rho}{2}} = N_{nl} \rho^l L_{nl}(\rho) e^{-\frac{\rho}{2}} \quad (\text{C-12})$$

dimana $L(\rho)$ adalah sebuah polinomial.

$$\frac{dR}{d\rho} = N_{nl} \rho^l e^{-\frac{\rho}{2}} \left[\frac{5L}{\rho} - \frac{1}{2} + \frac{dL}{d\rho} \right]$$

$$\frac{d^2 R}{d\rho^2} = N_{nl} \rho^l e^{-\frac{\rho}{2}} \left[\frac{d^2 L}{d\rho^2} + \left(\frac{2l}{\rho} - 1 \right) \frac{dL}{d\rho} + \left(\frac{l^2}{\rho^2} - \frac{l}{\rho^2} - \frac{l}{\rho} + \frac{1}{4} \right) L \right]$$

Persamaan (C-11b) menjadi :

yang tiada lain merupakan persamaan differensial Laguerre asosiasi dengan penyelesaian :

$$L_{nl}(\rho) = L_{n+1}^{2l+1}(\rho) = \frac{d^{2l+1}}{d\rho^{2l+1}} \left[e^{\rho} \frac{d^{n+l}}{d\rho^{n+l}} (\rho^{n+l} e^{-\rho}) \right] \quad (C-13)$$

sehingga penyelesaian persamaan (C-12) adalah :

$$\begin{aligned} R(\rho) &= N_{nl} \rho^l L_{n+1}^{2l+1}(\rho) e^{-\frac{\rho}{2}} \\ &= N_{nl} e^{\left(\frac{-r}{na_0}\right)} \left(\frac{2r}{na_0}\right)^l L_{n+1}^{2l+1}\left(\frac{2r}{na_0}\right) \end{aligned} \quad (C-14)$$

dimana eigen valuenya pada tingkat (n, l, m) adalah :

$$E_n = -|E_n| = -\frac{me_M^2}{2\hbar^2 n^2} = -\frac{e_M^2}{2a_0 n^2}$$

dengan :

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{\hbar}{me_M^2} = 5,2917 \times 10^{-11} \text{ m} = \text{radius Bohr} \\ e_M^2 &= \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 2,3098 \times 10^{-28} \text{ kg m}^3 \text{ dt}^{-2} \end{aligned} \quad (C-16)$$

Penyelesaian lengkap fungsi eigen dari atom hidrogen :

$$\begin{aligned} \langle r, \theta, \phi | n, l, m \rangle &= R_{nl}(r) \Theta_{lm}(\theta) \Phi_m(\phi) = R_{nl}(r) Y_l^m(\theta, \phi) \\ &= N_{nl} e^{-\frac{\rho}{2}} \rho^l L_{n+1}^{2l+1}(\rho) Y_l^m(\theta, \phi) \end{aligned} \quad (C-17)$$

Normalisasi dari fungsi $\langle r, \theta, \phi | n, l, m \rangle$ adalah

$$\begin{aligned} \langle r, \theta, \phi | n, l, m \rangle &= \sum_{n\phi} \langle n, l, m | r, \theta, \phi \rangle \langle r, \theta, \phi | n, l, m \rangle \\ 1 &= \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi \langle r, \theta, \phi | n, l, m \rangle^2 \end{aligned}$$

$$1 = \int_0^{\infty} r^2 dr [R_{nl}(r)]^2 \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \sin \theta d\theta d\phi [Y_l^m(\theta, \phi)]^2$$

dengan $\sum_{\theta\phi} = \int_0^{\infty} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$

Dari persamaan (C-07) diperoleh :

$$\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \sin \theta d\theta d\phi |\langle \theta, \phi | l, m \rangle|^2 = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \sin \theta d\theta d\phi [Y_l^m(\theta, \phi)]^2 d\phi$$

sehingga : $1 = \int_0^{\infty} r^2 dr [R_{nl}(r)]^2 = \frac{N_{nl}^2}{\alpha_n^3} \int_0^{\infty} \rho^{2l+2} e^{-\rho} [L_{n+l}^{2l+1}]^2 d\rho$

diperoleh bahwa (Renreng, 1990) :

$$\int_0^{\infty} e^{-\rho} \rho^{k+1} [L_m^k]^2 d\rho = \frac{(m!)^2}{(m-k)!} (2m-k+1)$$

$$1 = \frac{N_{nl}^2}{\alpha_n^3} \frac{((n+l)!)^3}{(n-l-1)!} 2n$$

$$N_{nl} = \left[\frac{\alpha_n^3 (n-l-1)!}{2n ((n+l)!)^3} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\left(\frac{2}{na_0} \right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n((n+l)!)^3} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Penyelesaian paling lengkap dari persamaan (C-17) adalah :

$$\langle r, \theta, \phi | n, l, m \rangle = \left[\left(\frac{2}{na_0} \right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n((n+l)!)^3} \right]^{\frac{1}{2}} \exp \left[-\frac{r}{na_0} \right] \left(\frac{2r}{na_0} \right)^l L_{n+l}^{2l+1} \left(\frac{2r}{na_0} \right) Y_l^m(\theta, \phi)$$

(c-18)

dengan : $Y_l^m(\theta, \phi) = (-1)^m \left[\left(\frac{2l+1}{4\pi} \right) \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!} \right]^{\frac{1}{2}} P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi}$

C.2. Tingkat Energi

Fungsi gelombang bergantung waktu Ψ_n dari sebuah elektron dengan keadaan bilangan kuantum n dan energi E_n merupakan perkalian dari fungsi gelombang bebas waktu ψ_n dan fungsi yang berubah terhadap waktu dengan frekuensi $\nu = \frac{E_n}{h}$, sehingga

(Beiser, 1992) :

$$\Psi_n = \psi_n e^{-\left(\frac{iE_n}{\hbar}\right)t} \quad \Psi_n^* = \psi_n^* e^{+\left(\frac{iE_n}{\hbar}\right)t} \quad (\text{C-19})$$

Kedudukan elektron dalam arah sumbu x , adalah :

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x \Psi_n^* \Psi_n dx \quad (\text{C-20})$$

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} x \psi_n^* \psi_n e^{\left[\left(\frac{iE_n}{\hbar}\right) - \left(\frac{iE_n}{\hbar}\right)\right]t} dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x \psi_n^* \psi_n dx \end{aligned} \quad (\text{C-21})$$

berharga konstan terhadap waktu, karena ψ_n dan ψ_n^* merupakan fungsi koordinat.

Suatu atom dalam keadaan dasar saat $t = 0$, kemudian mengalami eksitasi, yaitu atom memancarkan radiasi yang bersesuaian dengan transisi dari tingkat eksitasi keadaan energi E_m ke keadaan dasar. Fungsi gelombang Ψ sebuah elektron yang dapat berada dalam kedua keadaan n dan m dapat dinyatakan sebagai (Beiser, 1992) :

$$\Psi = a\Psi_n + b\Psi_m \quad (\text{C-22})$$

Dengan mensubstitusi persamaan (C-22) ke persamaan (C-21) akan diperoleh :

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x (a^* \Psi_n^* + b^* \Psi_m^*) (a \Psi_n + b \Psi_m) dx$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{-\infty}^{\infty} x(a^2 \Psi_n^* \Psi_n + b^2 \Psi_m^* \Psi_m + a^* b \Psi_n^* \Psi_m + b^* a \Psi_m^* \Psi_n) dx \\
&= a^2 \int_{-\infty}^{\infty} x \Psi_n^* \Psi_n dx + b^2 \int_{-\infty}^{\infty} x \Psi_m^* \Psi_m dx \\
&\quad + a^* b \int_{-\infty}^{\infty} x \Psi_n^* e^{+i\frac{E_n}{\hbar}t} \Psi_m e^{-i\frac{E_m}{\hbar}t} dx + b^* a \int_{-\infty}^{\infty} x \Psi_m^* e^{+i\frac{E_m}{\hbar}t} \Psi_n e^{-i\frac{E_n}{\hbar}t} dx \quad (C-23)
\end{aligned}$$

karena $\Psi_n^* \Psi_m = \Psi_m^* \Psi_n$ dan $a^* b = b^* a$, maka (Beiser, 1992):

$$a^* b \int_{-\infty}^{\infty} x \Psi_n^* \Psi_m \left[e^{i\frac{(E_m - E_n)t}{\hbar}} + e^{-i\frac{(E_m - E_n)t}{\hbar}} \right] dx \quad (C-24)$$

dengan $e^{i\theta} + e^{-i\theta} = 2 \cos \theta$:

$$2a^* b \cos\left(\frac{E_m - E_n}{\hbar}t\right) \int_{-\infty}^{\infty} x \Psi_n^* \Psi_m dx \quad (C-25)$$

$$\begin{aligned}
\cos\left(\frac{E_m - E_n}{\hbar}t\right) &= \cos 2\pi \left(\frac{E_m - E_n}{h}\right)t \\
&= \cos 2\pi \nu t \quad (C-26)
\end{aligned}$$

Jadi kedudukan elektron berosilasi sinusoidal pada frekuensi ν maka (Beiser, 1992):

$$\nu = \frac{E_m - E_n}{h} \quad (C-27)$$

Rumusan lengkap untuk harga x dari kedudukan elektron adalah (Beiser, 1992):

$$\begin{aligned}
\langle x \rangle &= a^2 \int_{-\infty}^{\infty} x \Psi_n^* \Psi_n dx + b^2 \int_{-\infty}^{\infty} x \Psi_m^* \Psi_m dx \\
&\quad + 2a^* b \cos 2\pi \nu t \int_{-\infty}^{\infty} x \Psi_n^* \Psi_m dx \quad (C-28)
\end{aligned}$$

Jika elektron melakukan transisi antara kedua keadaan tersebut, maka kedudukannya akan berosilasi dengan frekuensi ν .

Syarat umum yang diperlukan suatu atom dalam keadaan eksitasi untuk memancarkan radiasi ialah :

$$\int_{-\infty}^{\infty} x \psi_n \psi_m^* dx \neq 0 \quad (\text{C-29})$$

Dalam atom hidrogen ada tiga bilangan kuantum yang diperlukan untuk menentukan keadaan awal dan akhir dalam suatu transisi. Jika bilangan kuantum awal diberikan berturut-turut adalah n' , l' , m_l' dan keadaan akhir adalah n , l , m_l dan koordinat u menyatakan salah satu dari koordinat x , y , z maka (Beiser, 1992):

$$\int_{-\infty}^{\infty} u \psi_{n',l',m_l'} \psi_{n,l,m_l}^* du \neq 0 \quad (\text{C-30})$$

Sehingga didapatkan bahwa transisi yang dapat terjadi ialah yang memiliki perubahan bilangan kuantum dengan $+1$ atau -1 dan bilangan kuantum magnetik m_l tidak berubah atau berubah dengan $+1$ atau -1 , dengan kata lain persyaratan transisi yang diperbolehkan adalah (Beiser, 1992):

$$\Delta l = \pm 1$$

$$\Delta m_l = 0, \pm 1$$

dikenal sebagai kaidah seleksi untuk transisi yang diperbolehkan.

C.3. Hukum Gauss pada Dua Pelat Sejajar

Medan listrik antara dua keping pelat dapat ditinjau dari hukum Gauss yang diberikan dalam bentuk persamaan :

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = q \quad (\text{C-31})$$

$$D A = q \quad \text{atau} \quad D = \frac{q}{A}$$

dengan $q = \sigma A$, dan $D = E \epsilon_0$, maka :

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (\text{C-32})$$

dengan :

- E = kuat medan listrik (N C^{-1})
- D = pergeseran muatan listrik (C m^{-2})
- σ = kerapatan muatan per satuan luas (C m^{-2})
- ϵ_0 = permitivitas hampa udara = $8,85 \times 10^{-12} \text{ C N}^{-1} \text{ m}^2$

