

## BAB III

### DASAR TEORI

#### 3.1. Pendahuluan

Metode magnetotelurik (MT) merupakan salah satu dari metode geofisika guna menentukan nilai tahanan-jenis batuan bawahpermukaan untuk mempelajari struktur geologi dengan cara memanfaatkan gelombang elektromagnetik. Ketergantungan fenomena listrik-magnet terhadap sifat kelistrikan batuan, terutama konduktifitas bumi digunakan sebagai konsep dasar metode MT. Hal ini dilakukan dengan mengukur secara simultan variasi medan listrik (E) dan medan magnet (H) sebagai fungsi frekuensi untuk menentukan struktur tahanan-jenis dalam bumi.

Besarnya penetrasi kedalaman (skin-depth,  $\delta$ ) gelombang elektromagnetik dipengaruhi oleh frekuensi, permeabilitas dan konduktifitas medium bumi. "Skin-depth" adalah kedalaman pada medium homogen (bumi) yang ditempuh gelombang elektromagnetik sehingga intensitasnya menurun sebesar  $e^{-1}$  terhadap nilai intensitas di permukaan bumi, dan dinyatakan dalam bentuk persamaan (Philip, 1993):

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \approx 503,29 \sqrt{\frac{\rho}{f}} \quad \dots (2.1)$$

dengan :

$\delta$  adalah skin-depth (m).

$\rho$  adalah tahanan-jenis medium ( $\Omega$  m).

$f$  adalah frekuensi (Hz).

$\sigma$  adalah konduktifitas (mho/meter).

$\mu$  adalah permeabilitas magnetik (H/m).

Adanya efek "skin-depth" pada gelombang elektromagnet, yaitu kedalaman penetrasi gelombang elektromagnet akan besar jika frekuensi kecil dan sebaliknya kedalaman penetrasi gelombang elektromagnet akan kecil jika frekuensi besar.

### 3.2. Konsep Dasar Metode Magnetotelurik

Konsep dasar metode MT adalah pada suatu titik pengamatan yang akan diselidiki, nilai tahanan-jenis batuan bawah permukaannya dapat ditentukan dengan melakukan pengukuran tangensial medan listrik dan medan magnetik dari gelombang elektromagnetik yang berasal dari alam atau batuan (Keller dan Kaufman, 1981).

Nilai perbandingan antara intensitas medan listrik dan medan magnetik menunjukkan sifat impedansi medan elektromagnet (Vozzof, 1972).

$$Z = \frac{|\bar{E}|}{|\bar{H}|} \quad \dots (2.2)$$

dengan:

Z adalah impedansi ( $\Omega$ )

E adalah medan listrik (V/m).

H adalah medan magnet (A./m)

Informasi mengenai tahanan-jenis batuan di bawah permukaan sebagai fungsi dari kedalaman dapat diperoleh dari hasil perhitungan impedansi medan elektromagnet (Z) yang diatur pada berbagai frekuensi. (Vozzof, 1972)

$$\rho = \frac{0.2}{f} |Z|^2 \quad \dots (2.3)$$

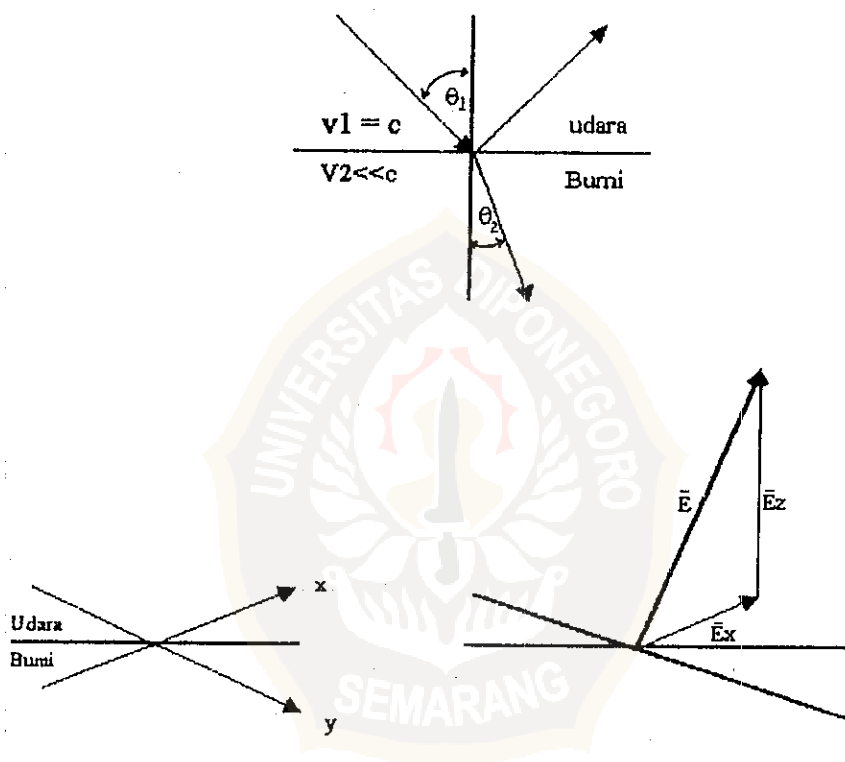
dengan :

$\rho$  adalah tahanan-jenis medium ( $\Omega\text{m}$ )

f adalah frekuensi (Hz)

Perbandingan kecepatan gelombang elektromagnetik di dalam bumi dengan konduktifitas lebih rendah dari pada medium dielektrik di udara, dinyatakan sebagai (Vozzof, 1972) :

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} > 1 \quad \dots (2.4)$$



Gambar 3.1. Pembiasan gelombang permukaan elektromagnetik di permukaan bumi (diambil dari Vozzof, 1972)

### 3.3. Medan Elektromagnetik

Dalam sub bab ini akan dibahas pengertian medan elektromagnetik berdasarkan asumsi Cagniard dalam Widarto (1995) :

1. Bumi/tanah dianggap horisontal yang terdiri dari banyak lapisan dengan masing-masing lapisan merupakan suatu medium yang bersifat homogen isotropik.
2. Gelombang elektromagnetik (EM) yang berinteraksi dengan bumi merupakan gelombang bidang. Yang dimaksud dengan gelombang bidang ialah gelombang yang hanya menjalar dalam arah penjalaran gelombang dan akan konstan pada bidang yang tegak lurus dengan arah penjalarnya.

Kedua asumsi mengarah pada hal yang lebih khusus mengenai penjalaran gelombang elektromagnetik ke dalam bumi yaitu (Keller dan Kaufman, 1981) :

1. Dari asumsi bahwa bumi adalah medium homogen isotropik maka jika ada arus listrik konduksi yang mengalir ke arah sumbu-x maka tidak ada arus listrik konduksi yang mengalir ke arah sumbu-y.

2. Gelombang elektromagnetik yang berinteraksi dengan bumi merupakan gelombang bidang yang sejajar dengan permukaan bumi, dan menjalar dalam arah tegak lurus ke dalam medium (bumi).

### 3.4. Perumusan Persamaan Medan Magnetotelurik

Pembahasan konsep dasar medan elektromagnetik erat kaitannya dengan penggunaan persamaan Maxwell. Pembahasan berikut dititikberatkan pada pembahasan secara langsung hubungan antara medan listrik dan medan magnet dalam menyelidiki kondisi bawahpermukaan bumi.

Persamaan Maxwell untuk medan elektromagnetik dalam domain frekuensi dapat dituliskan (Reddy dan Rankin, 1975) :

$$\nabla \times \bar{E} = j\omega\mu\bar{H} \quad \dots (2.5)$$

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J} - j\omega\epsilon\bar{E} \quad \dots (2.6)$$

$$\nabla \cdot \bar{H} = 0 \quad \dots (2.7)$$

$$\nabla \cdot \bar{E} = 0 \quad \dots (2.8)$$

dengan :

$\bar{J}$  adalah vektor kerapatan arus ( $A/m^2$ ).

$\bar{E}$  adalah vektor intensitas medan listrik ( $V/m$ ).

$\bar{H}$  adalah vektor intensitas medan magnet ( $A/m$ ).

$j$  adalah  $\sqrt{-1}$ .

$\omega$  adalah frekuensi sudut (radian/detik).

$\mu$  adalah permeabilitas magnetik ( $H/m$ ).

$\varepsilon$  adalah permitifitas listrik ( $F/m$ ).

Untuk medium homogen isotropik tak bergantung waktu, suhu dan tekanan, persamaan (2.5) dan (2.6) dapat dinyatakan sebagai (Hohmann, 1980) :

$$\bar{\nabla} \times \bar{E}(\bar{r}, t) = -\mu_0 \frac{\partial \bar{H}(\bar{r}, t)}{\partial t} - \mu_0 \frac{\partial \bar{M}_p(\bar{r}, t)}{\partial t} \quad \dots (2.9)$$

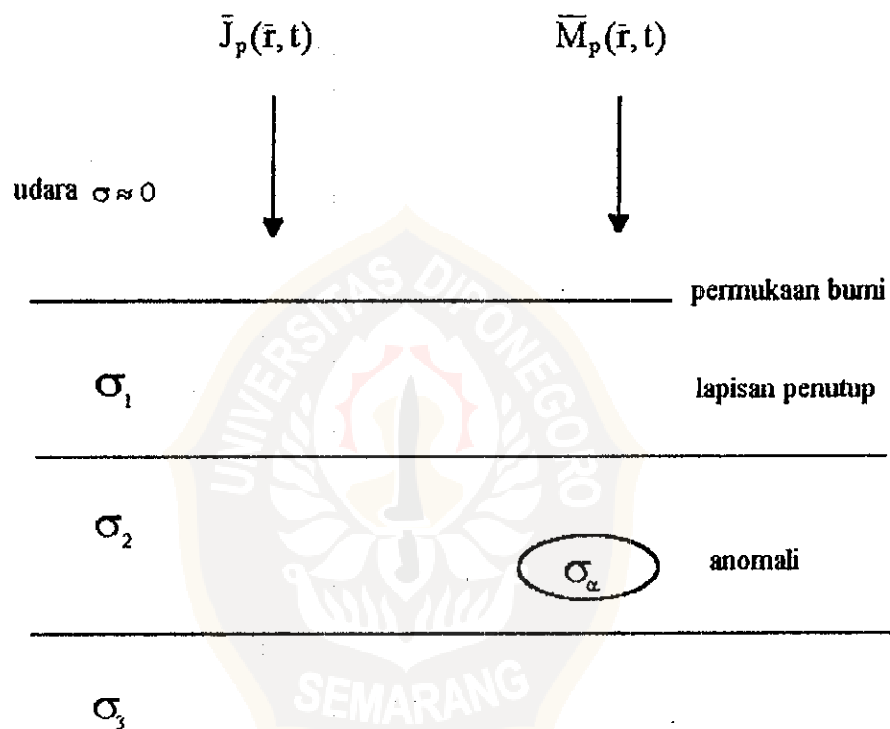
$$\bar{\nabla} \times \bar{H}(\bar{r}, t) = \sigma \bar{E}(\bar{r}, t) + \bar{J}_p(\bar{r}, t) \quad \dots (2.10)$$

dengan :

$\bar{J}_p(\bar{r}, t)$  adalah sumber arus listrik yang diinjeksikan ke dalam medium.

$\bar{M}_p(\bar{r}, t)$  adalah sumber arus magnetik yang diinjeksikan ke dalam medium

Model lapisan tahanan-jenis bawahpermukaan disajikan pada Gambar 3.2. Pada model ini udara dianggap memiliki konduktifitas sama dengan nol,  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  konstan dan  $\sigma_a$  dapat berubah terhadap ruang di dalam batas anomali.



Gambar 3.2. Model lapisan tahanan-jenis bawahpermukaan  
(di ambil dari Hohman, 1980)



Dalam eksplorasi elektromagnet arus perpindahan dapat diabaikan, sehingga persamaan medan listrik dapat ditulis kembali (Hohmann, 1980):

$$\begin{aligned} \nabla^2 \bar{E}(\bar{r}, t) + \nabla \left[ \bar{E}(\bar{r}, t) \frac{\nabla \sigma(\bar{r})}{\sigma(\bar{r})} \right] - \mu_0 \sigma(\bar{r}) \frac{\partial \bar{E}(\bar{r}, t)}{\partial t} = \\ \mu_0 \frac{\partial \bar{J}_p(\bar{r}, t)}{\partial t} - \nabla \left[ \frac{\nabla \bar{J}_p(\bar{r}, t)}{\sigma(\bar{r})} \right] + \mu_0 \nabla \times \frac{\partial \bar{M}_p(\bar{r}, t)}{\partial t} \quad \dots (2.11) \end{aligned}$$

dan medan magnet,

$$\begin{aligned} \nabla^2 \bar{H}(\bar{r}, t) + \sigma(\bar{r}) \left( \nabla \times \bar{H}(\bar{r}, t) \right) \times \nabla \left[ \frac{1}{\sigma(\bar{r})} \right] - \mu_0 \sigma(\bar{r}) \frac{\partial \bar{H}(\bar{r}, t)}{\partial t} = \\ \mu_0 \sigma(\bar{r}) \frac{\partial \bar{M}_p(\bar{r}, t)}{\partial t} - \nabla \left( \nabla \cdot \bar{M}_p(\bar{r}, t) - \nabla \times \bar{J}_p(\bar{r}, t) \right) \quad \dots (2.12) \end{aligned}$$

Pada kedua persamaan di atas, ruas kiri menyatakan medan dan ruas kanan menyatakan sumber. Untuk mendapatkan persamaan dalam domain frekuensi diperoleh dengan menggunakan transformasi Fourier berbentuk (Hohmann, 1980) :

$$F(\mathbf{r}, \omega) = \int f(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega t} dt$$

$$f(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int F(\mathbf{r}, \omega) e^{i\omega t} d\omega$$

yang menghasilkan medan listrik :

$$\begin{aligned} \nabla^2 \bar{\mathbf{E}}(\bar{\mathbf{r}}, \omega) + \nabla \left[ \bar{\mathbf{E}}(\bar{\mathbf{r}}, \omega) \frac{\nabla \sigma(\bar{\mathbf{r}})}{\sigma(\bar{\mathbf{r}})} \right] + k^2 \bar{\mathbf{E}}(\bar{\mathbf{r}}, \omega) = \\ i\omega \mu_0 \bar{\mathbf{J}}_p(\bar{\mathbf{r}}, \omega) - \nabla \left[ \frac{\nabla \cdot \bar{\mathbf{J}}_p(\bar{\mathbf{r}}, \omega)}{\sigma(\bar{\mathbf{r}})} \right] + i\omega \mu_0 \nabla \times \bar{\mathbf{M}}_p(\bar{\mathbf{r}}, \omega) \quad \dots (2.13) \end{aligned}$$

dan medan magnet :

$$\begin{aligned} \nabla^2 \bar{\mathbf{H}}(\bar{\mathbf{r}}, \omega) + \sigma(\bar{\mathbf{r}}) (\nabla \times \bar{\mathbf{H}}(\bar{\mathbf{r}}, \omega)) \times \nabla \left[ \frac{1}{\sigma(\bar{\mathbf{r}})} \right] + k^2 \bar{\mathbf{H}}(\bar{\mathbf{r}}, \omega) = \\ i\omega \mu_0 \sigma(\bar{\mathbf{r}}) \bar{\mathbf{M}}_p(\bar{\mathbf{r}}, \omega) - \nabla (\nabla \cdot \bar{\mathbf{M}}_p(\bar{\mathbf{r}}, \omega)) - \nabla \times \bar{\mathbf{J}}_p(\bar{\mathbf{r}}, \omega) \quad \dots (2.14) \end{aligned}$$

dimana

$$k^2 = -i\mu_0 \omega \sigma$$

Dalam metode MT, gelombang elektromagnetik merupakan gelombang bidang dan dapat dinyatakan sebagai superposisi dari TE (Transverse Electric) dan TM (Transverse Magnetic) dengan vektor perambatan searah dengan vektor perambatan gelombang bidang.

Persamaan (2.13) dan (2.14) menjadi persamaan akhir dari metode magnetotelurik untuk dua-dimensi (Hohmann, 1980) :

Untuk TM- mode :

$$\left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial z} \right) \right] \bar{H}_y - i\omega\mu_0 \bar{H}_y = 0 \quad \dots (2.15)$$

Untuk TE-Mode

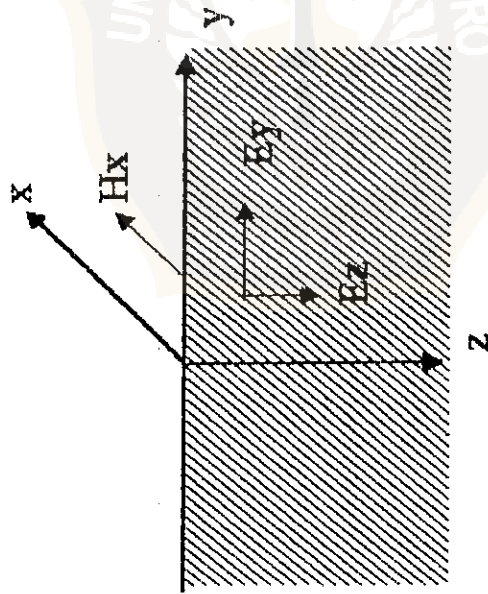
$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \bar{E}_y + k^2 \bar{E}_y = 0 \quad \dots (2.16)$$

Persamaan (2.15) dan (2.16) disebut sebagai persamaan Hemholtz, yang digunakan sebagai dasar perumusan pada paket program MT2DFEM dengan mengubah ke dalam persamaan elemen hingga (Penjabaran lebih lengkap disajikan pada lampiran A).

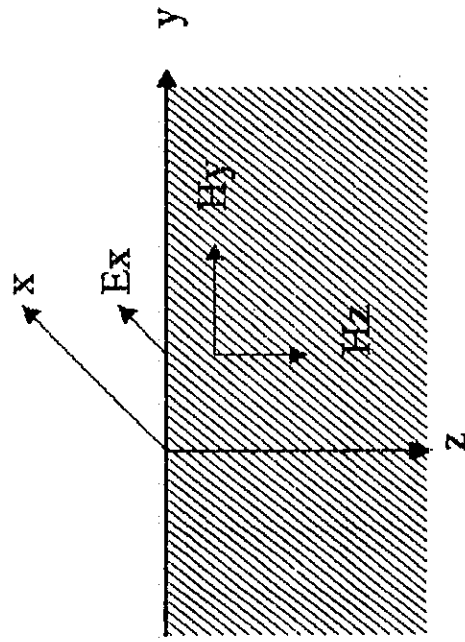
Dalam pemodelan dua-dimensi, sistem koordinat kartesian dapat didefinisikan sebagai berikut : sumbu-x sebagai arah jurus (jurus adalah suatu arah yang ditentukan oleh struktur, sebagaimana bidang patahan memotong secara horisontal (Parker, 1994)); sumbu-y sebagai arah horizontal dalam penampang dua-dimensi dan sumbu-z sebagai arah vertikal (kedalaman) yang berharga positif ke arah bawah. Dalam kasus dua-dimensi, persamaan Maxwell dapat dinyatakan ke dalam dua bentuk (mode) polarisasi, yaitu TE-Mode dan TM-Mode.

TE-Mode (polarisasi medan listrik) digambarkan bahwa medan listrik (E) sejajar terhadap arah jurus dan medan magnet (H) berada dalam bidang y-z. Sedang TM-Mode (polarisasi medan magnet) digambarkan bahwa medan magnet (H) sejajar arah jurus dan medan listrik (E) berada dalam bidang y-z. Kedua bentuk polarisasi tersebut disajikan pada Gambar 3.3.

ARAH JURUS SEPANJANG SUMBU - X



TM- Mode (H-Sejajar jurus)



TE-Mode (E-Sejajar jurus)

Gambar 3.3 Bentuk polarisasi untuk TM-mode dan TE-mode (diambil dari Widarto, 1995)

Cagniard dalam Widarto (1950) memberikan batasan tahanan-jenis semu dalam hubungannya dengan impedansi gelombang permukaan bumi sebagai berikut :

$$\rho_{\text{aj}} = \frac{0.2}{f} |Z_{ij}|^2 \quad ; \quad i,j = x,y \quad \dots (2.17)$$

dengan :

$\rho_a$  adalah tahanan-jenis semu ( $\Omega\text{m}$ )

$f$  adalah frekuensi (Hz)

$Z$  adalah tensor impedansi ( $\Omega$ )

Dengan menggunakan persamaan (2.19) kita peroleh besaran tahanan-jenis semu ( $\rho_a$ ) untuk TE-mode dan TM-mode.

TE-mode (E-Polarisasi)

$$\rho_{\text{axy}} = \frac{0.2}{f} |Z_{xy}|^2 = \frac{0.2}{f} \left| \frac{E_x}{H_y} \right|^2 \quad \dots (2.18)$$

TM-mode (H-Polarisasi)

$$\rho_{\text{ayx}} = \frac{0.2}{f} |Z_{yx}|^2 = \frac{0.2}{f} \left| \frac{E_y}{H_x} \right|^2 \quad \dots (2.19)$$

Fasa didapat dari persamaan dibawah ini :

TE-mode (E-Polarisasi)

$$\phi_{xy} = \arctan \frac{\text{Im}(Z_{xy})}{\text{Re}(Z_{xy})} \quad \dots (2.20)$$

dan

TM-Mode (H-Polarisasi)

$$\phi_{yx} = \arctan \frac{\text{Im}(Z_{yx})}{\text{Re}(Z_{yx})} \quad \dots (2.21)$$

