BAB II

DASAR TEORI

2.1 Konsep Dasar Metode Magnetotelurik

Metode magnetotelurik (MT) merupakan salah satu dari metode geofisika guna menentukan nilai tahanan-jenis batuan bawah permukaan serta untuk mempelajari struktur geologi dengan cara memanfaatkan gelombang elektromagnetik. Konsep dasar MT terletak pada suatu titik pengamatan yang akan diselidiki, nilai tahanan-jenis batuan bawah permukaan dapat ditentukan dengan melakukan pengukuran tangensial medan listrik dan medan magnetik dari gelombang elektromagnetik yang berasal dari alam (Kauffman dan Keller, 1981). Nilai intensitas medan magnet dan medan listrik menunjukan sifat impedansi medan elektromagnetik .

2.2 Perumusan Persamaan Medan Elektromagnetik

Asumsi yang digunakan dalam penurunan rumus impedansi adalah bahwa gelombang elektromagnet diperlakukan sebagai gelombang bidang dimana gelombang hanya berubah dalam arah penjalaran gelombang dan konstan pada bidang yang tegak lurus arah penjalarannya.

Persamaan Maxwell merupakan persamaan dasar yang menggambarkan perilaku medan elektromagnet. Persamaan-persamaan tersebut adalah (Kauffman dan Keller, 1985) :

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right), \qquad (2.1a)$$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\right), \tag{2.1b}$$

dengan **H** adalah intensitas medan magnet (ampere/meter), **B** adalah kerapatan fluks magnet (weber/meter^2), **E** adalah medan listrik (volt/meter), **D** adalah perpindahan listrik (coloumb/meter^2) dan **j** adalah rapat arus (ampere/meter^2). Hubungan antara intensitas medan magnet dengan kerapatan fluks magnet yang terjadi pada medium dinyatakan oleh persamaan berikut (Telford, 1990) :

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \tag{2.2a}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \tag{2.2b}$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} = \frac{\mathbf{E}}{\rho}, \tag{2.2c}$$

dengan ε adalah permitivitas listrik (farad/meter), μ adalah permeabilitas magnetik (henry/meter), σ adalah konduktivitas listrik (ohm.meter)$^{-1}$ dan ρ adalah tahanan jenis (ohm.meter).

Penyederhanaan masalah sifat fisik medium diasumsikan tidak bervariasi terhadap waktu dan posisi (homogen isotropik) dengan ε, μ, σ konstan persamaan Maxwell yang menggambarkan kebergantungan waktu harmonik ($e^{+i\omega t}$) pada medan elektromagnet adalah (Kauffman dan Keller, 1985):

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega\mu\mathbf{H}, \tag{2.3a}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma\mathbf{E} + i\omega\varepsilon\mathbf{E}. \tag{2.3b}$$

Dalam masalah kelistrikan, persamaan Maxwell perlu dipisahkan variabel-variabelnya, yaitu variabel medan listrik dan variabel medan magnetik. Hal ini

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

dapat dilakukan dengan operasi-opereasi *curl* pada persamaan (2.4a) dan (2.4b) sehingga diperoleh (Telford, 1990):

$$\nabla^2\mathbf{H} = \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}, \tag{2.4a}$$

$$\nabla^2\mathbf{E} = \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}. \tag{2.4b}$$

Karena bumi diasumsikan homogen dan gelombang bidang EM merambat melalui medium maka komponen medan listrik dan medan magnet tidak berubah sepanjang bidang horisontal sehingga dapat ditulis :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}_i}{\partial z^2} = i\omega\mu\sigma\mathbf{E}_i, \tag{2.5a}$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}_i}{\partial z} = -i\omega\mu\mathbf{E}_i. \tag{2.5b}$$

Solusi dari persamaan (2.5) tersebut adalah :

$$\mathbf{E}_x = Ae^{-kz} + Be^{+kz}, \tag{2.6a}$$

$$\mathbf{H}_y = -\frac{1}{i\omega\mu_\sigma}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z} = \frac{k}{i\omega\mu_0}(Ae^{-kz} - Be^{kz}), \tag{2.6b}$$

dan $k^2 = (i\omega\mu\sigma) = (1 + i/\delta)^2$ merupakan kuadrat bilangan gelombang dengan $\delta = (2/\sigma\mu\omega)^{1/2}$ adalah *skin depth*. Pada umumnya permeabilitas magnetik dianggap sama dengan permeabilitas magnetik ruang hampa ($\mu = \mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ henry/meter). *Skin depth* didefinisikan sebagai penetrasi kedalam dimana amplitudo gelombang elektromagnetik telah tereduksi menjadi 1/e dari amplitudonya di permukaan bumi.

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

2.3 Impedansi Bumi Homogen

Mengingat besarnya kontras konduktivitas atmosfer dan bumi maka gelombang EM dapat dianggap sebagai gelombang bidang yang merambat secara vertikal kedalam bumi berapapun sudut jatuhnya terhadap permukaan bumi. Secara matematis impedansi dapat dirumuskan sebagai (Kauffman dan Keller, 1985):

$$Z_{xy} = \frac{|E_x|}{|H_y|} \tag{2.7}$$

Untuk kasus setengah ruang homogen, komponen medan listrik dan medan magnet adalah (Telford, 1990):

$$E_x = Ae^{-kz}, \tag{2.8a}$$

$$H_y = \frac{k}{\omega\mu_0} Ae^{-kz}. \tag{2.8b}$$

Seperti telah diketahui bahwa impedansi merupakan perbandingan medan listrik terhadap medan magnet, maka impedansi untuk medium homogen adalah sebagai berikut (Telford, 1990):

$$Z_{xy} = \frac{|E_x|}{|H_y|} = \frac{i\omega\mu_0}{k} = \frac{\omega\mu_0}{(i\sigma\mu_0\omega)^{1/2}} = \sqrt{i\omega\mu_0\rho} \tag{2.9}$$

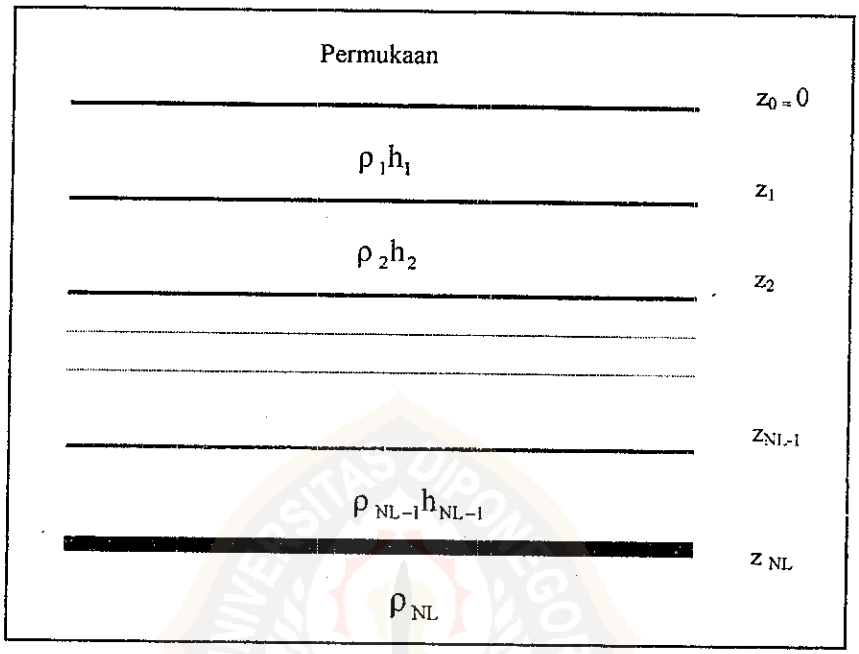
Impedansi pada medium homogen dinyatakan sebagai impedansi intrinsik $Z_I = Z_{xy} = Z_{yx}$.

2.4 Impedansi Bumi Berlapis Horisontal

Model 1-D sangat cocok digunakan untuk merepresentasikan respon model apabila tahanan-jenis hanya bevariasi terhadap kedalaman. Perhitungan impedansi dilakukan melalui rumus yang menghubungkan impedansi di permukaan dua

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

lapisan yang berurutan (Pedersen dan Hermance, 1986). Impedansi dihitung mulai dari impedansi permukaan lapisan terakhir dengan medium setengah ruang homogen (persamaan (2.9)) sampai dengan impedansi permukaan bumi (gambar 2.1).



Gambar 2.1 Model bumi 1-D dengan lapisan horisontal homogen (Pedersen dan Hermance, 1986)

Besar impedansi dengan kedalaman z_1 pada lapisan ke- j adalah (Pedersen dan Hermance, 1986):

$$Z_j(z_1) = \frac{i\omega\mu_0}{k_j}\left(\frac{A_j e^{-k_j z_1} + B_j e^{+k_j z_1}}{A_j e^{-k_j z_1} - B_j e^{+k_j z_1}}\right), \qquad (2.10)$$

dengan $Z_j(z_1) = \frac{i\omega\mu_0}{k_j}$ adalah impedansi, dan dengan membagi pembilang dan penyebut pada persamaan (2.10) dengan A_j maka persamaan (2.10) dapat dituliskan ulang sebagai:

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

$$Z_j(z_1) = Z_{I,j}\frac{e^{-2k_j z_1} + \frac{B_j}{A_j}}{e^{-2k_j z_1} - \frac{B_j}{A_j}}, \tag{2.10b}$$

untuk menghilangkan koefisien $\frac{B_j}{A_j}$ persamaan (2.10) maka koefisien $\frac{B_j}{A_j}$ dianggap sebagai fungsi impedansi pada kedalaman z_2 dan didefinisikan sebagai berikut:

$$\frac{B_j}{A_j} = \frac{Z_j(z_2) - Z_{I,j}}{Z_j(z_2) + Z_{I,j}} e^{-2k_j z_2}. \tag{2.11}$$

Perbandingan koefisien $\frac{B_j}{A_j}$ digunakan karena medan utama tidak diketahui. Substitusi persamaan (2.11) ke dalam persamaan (2.10) dapat diperoleh:

$$Z_j(z_1) = Z_{I,j}\frac{e^{-2k_j z_1} + \frac{Z_j(z_2) - Z_{I,j}}{Z_j(z_2) + Z_{I,j}} e^{-2k_j z_2}}{e^{-2k_j z_1} - \frac{Z_j(z_2) - Z_{I,j}}{Z_j(z_2) + Z_{I,j}} e^{-2k_j z_2}}, \tag{2.12a}$$

$$Z_j(z_1) = Z_{I,j}\frac{1 + \frac{Z_j(z_2) - Z_{I,j}}{Z_j(z_2) + Z_{I,j}} e^{-2k_j(z_2 - z_1)}}{1 - \frac{Z_j(z_2) - Z_{I,j}}{Z_j(z_2) + Z_{I,j}} e^{-2k_j(z_2 - z_1)}}. \tag{2.12b}$$

Jika z_1 dan z_2 masing-masing adalah kedalaman permukaan bagian atas dan bagian bawah lapisan ke-j maka selisihnya adalah ketebalan lapisan tersebut (h_j). Akibat kesinambungan komponen tangensial medan listrik dan medan magnet pada batas lapisan maka impedansi juga akan kontinu pada batas lapisan sehingga diperoleh $Z_j(z_2) = (Z_{j+1})$. Untuk seterusnya, impedansi selalu didefinisikan di

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

permukaan suatu lapisan ($Z_{j+1}(z_2) = Z_{j+1}$) sehingga persamaan (2.12) dapat dituliskan kembali sebagai:

$$Z_j = Z_{I,j}\frac{1-R_j e^{-2k_j h_j}}{1+R_j e^{-2k_j h_j}}, \qquad (2.13)$$

dengan $R_j = \frac{Z_{I,j} - Z_{j+1}}{Z_{I,j} + Z_{j+1}}$. Persamaan (2.13) merupakan rumus yang menyatakan impedansi di permukaan lapisan ke-j sebagai fungsi parameter lapisan tersebut (h_j dan ρ_j) dan impedansi di permukaan lapisan yang terletak di bawahnya (lapisan ke-j+1) maka impedansi di permukaan bumi (Z_I) yang terdiri dari j lapisan dapat dihitung jika parameter model diketahui.

2.5 Tahanan Jenis Semu dan Fase dalam Metode *Sounding* Magnetotelurik

Tahanan-jenis medium homogen yang dinyatakan dalam fungsi amplitudo impedansi dapat dituliskan sebagai (Telford, 1990):

$$\rho_1 = \frac{1}{\omega\mu_0}|Z_I|^2, \qquad (2.14)$$

sedangkan fasenya konstan yaitu 45°.

Pada situasi yang lebih umum (bumi berlapis horisontal), impedansi di permukaan medium tidak lagi merupakan impedansi intrinsik sehingga tahanan jenis pada persamaan (2.14) menjadi tahanan jenis semu ρ_a yaitu :

$$\rho_a = \frac{1}{\omega\mu_0}|Z_{xy}|^2 = \frac{T}{2\pi\mu_0}|Z_{xy}|^2, \qquad (2.15)$$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

dengan fasenya (θ) yang bervariasi sebagai fungsi periode :

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{Im}Z_{xy}}{\mathrm{Re}Z_{xy}}\right). \qquad (2.16)$$

Dalam prakteknya, kurva *sounding* menyatakan variasi tahanan-jenis medium sebagai fungsi kedalaman adalah kurva tahanan jenis semu dan fase sebagai fungsi periode.

2.6 Pemodelan Inversi (*Inverse Modeling*)

Pemodelan inversi sering dikatakan sebagai " kebalikan " dari pemodelan kedepan karena dalam pemodelan inversi parameter model diperoleh secara langsung dari data. Metode inversi didefinisikan sebagai suatu kesatuan metode matematika dan statistika untuk memperoleh informasi yang berguna mengenai suatu sistem fisika berdasarkan observasi terhadap sistem tersebut Menke (1984).

Pemodelan inversi sering pula disebut sebagai *data fitting* karena pada pemodelan ini parameter model yang menghasilkan respon yang *fit* dengan data pengamatan. Kesesuaian antara data respon model dengan data pengamatan umumnya dinyatakan oleh suatu fungsi objektif yang harus diminimumkan. Secara lebih umum, model dimodifikasi hingga respon model menjadi *fit* dengan data. Dalam proses tersebut diperlukan respon model yang diperoleh melalui pemodelan kedepan sehingga pemodelan inversi dapat dilakukan jika hubungan antara data dan parameter model pada pemodelan kedepan telah diketahui (Grandis, 1999).

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

2.5.1 Inversi Non-Linear Dengan Pendekatan Global

Pada umumnya solusi inversi non-linear dengan menggunakan pendekatan linear tidak unik. Untuk menghindari ketidak-unikan solusi dilakukan inversi dengan pendekatan global. Salah satu cara untuk memperoleh solusi inversi non-linear dengan pendekatan global adalah dengan mengevaluasi secara sistematik harga fungsi objektif setiap model pada ruang model. Cara tersebut merupakan cara yang paling mudah untuk memperoleh solusi karena hanya memerlukan perhitungan pemodelan kedepan (Grandis, 1999).

2.7 Algoritma Genetik

Algoritma Genetika (AG) diilhami oleh Teori Darwin mengenai evolusi dan penyelesaian masalah dengan menggunakan AG kemudian dikembangkan Goldberg (1989). Algoritma dimulai oleh sekumpulan solusi yang direpresentasikan oleh kromosom yang disebut sebagai populasi. Solusi dari suatu populasi diambil dan digunakan untuk membentuk sebuah populasi baru dengan harapan bahwa populasi baru akan lebih baik daripada populasi lama. Solusi yang terpilih untuk membentuk solusi baru (*offspring*) dipilih berdasarkan kecocokannya (*fitness*) yang akan diulang sampai mencapai beberapa kondisi memuaskan.

Algoritma genetik merupakan mekanisme untuk melakukan pencarian nilai minimum suatu fungsi objektif tertentu dengan analogi proses seleksi. Seleksi dilakukan dengan batasan tingkat kesesuaian dengan lingkungan. Individu dengan

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

tingkat kesesuaian yang tinggi akan memiliki kemungkinan untuk dapat bertahan dibandingkan dengan individu yang lain (Grandis, 1999).

Mekanisme algoritma genetik pada intinya berupa penggandaan dan pertukaran tempat serangkaian rangkaian bilangan biner (*string*) tertentu. Operasi utama terdiri atas tiga bagian yaitu reproduksi; penyilangan (*crossover*) dan mutasi (Goldberg, 1989).

2.7.1 Operator-operator Algoritma Genetika

2.7.1.1 Reproduksi

Reproduksi merupakan proses untuk menggandakan suatu individu sesuai dengan keadaan fungsi objektif yang ditinjau. Fungsi objektif dalam hal ini sering disebut dengan *fitness function* yang menggambarkan keadaan nilai maksimum atau minimum yang akan dicari. Penggandaan *string* yang dilakukan sesuai dengan tingkat fungsi objektifnya akan memberikan bobot sejauh mana suatu individu tertentu dalam sebuah populasi berperan dalam generasi berikutnya (Goldberg,1989).

2.7.1.2 Kawin Silang (*Crossover*)

Setelah mengkode sebuah kromosomm, dilakuan langkah *crossover* dengan cara memilih gen-gen dari kromosom induk dan membuat sebuah *offsring* baru. Cara termudah melakuakanya adalah memilih secara acak beberapa titik *crossover* dan semua titik sebelum titik ini disalin dari sebuah induk pertama lalu

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

setelah titik *crossover* ini disalin dari induk kedua. Pemilihan letak bagian yang akan dipertukarkan dipilih secara acak (Golberg,1989).

Kromosom 1 = (A_1) : **0 1 1 0 | 1**

Kromosom 2 = (A_2) : 1 1 0 0 | 0

Offspring 1 = (A'_1) : **0 1 1 0 | 0**

Offspring 2 = (A'_2) : 1 1 0 0 | **1**

dengan | adalah posisi *crossover*.

2.7.1.3 Mutasi

Tujuan dilakukan mutasi adalah untuk mencegah jatuhnya semua solusi dalam populasi ke dalam sebuah optimum lokal dari jawaban masalah. Mutasi merubah secara acak *offspring* baru. Untuk pengkodean biner, dapat ditukar sedikit bit terpilih secara acak dari 1 ke 0 atau sebaliknya. Mutasi mencegah hilangnya bit yang potensial yang tidak dapat diperoleh lagi (Golberg,1989).

offspring asli 1 : 0 1 1 0 0 *offspring* asli 2 : 1 1 0 0 1

offspring termutasi 1 : 0 **0** 1 00 *offspring* termutasi 2 : 1 1 **0** 1 1

2.8 Parameter – parameter Algoritma Genetika

Terdapat dua parameter dasar yang mempengaruhi kinerja Algoritma Genetika yaitu probabilitas c*rossover*, probabilitas mutasi (Golberg,1989).

2.8.1 Probabilitas *Crossover*

Probabilitas *crossover* menyatakan peluang akan terjadinya *crossover*. Jika terjadi *crossover*, *offspring* dibuat dari bagian kromosom induk. Jika tidak ada

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

crossover, *offspring* secara eksak diturunkan dari induk. Jika probabilitas *crossover* adalah 100 %, maka semua *offspring* dibuat oleh *crossover*. Jika probabilitasnya 0 %, seluruh generasi baru disalin dari populasi lama.

2.8.2 Probabilitas Mutasi

Probabilitas mutasi menyatakan peluang dari bagian kromosom termutasi. Apabila terjadi mutasi maka bagian dari kromosom yang akan mengalami perubahan, jika tidak terjadi mutasi, *offspring* yang diambil setelah *crossover* tidak mengalami perubahan,. Jika probabilitas mutasi 100 %, keseluruhan kromosom diubah, jika probabilitasnya 0 %, tidak terjadi perubahan.

2.9 Parameter Pendukung

Parameter pendukung dalam algoritma genetika yaitu maksimum generasi dan ukuran populasi. Ukuran populasi menyatakan jumlah kromosom dalam satu populasi pada satu generasi. Jika jumlah kromosom sedikit, algoritma mempunyai sedikit kemungkinan untuk melakukan *crossover* dan hanya sebagian kecil saja dari ruang model yang dieksplorasi. Sebaliknya, bila jumlah kromosom terlalu banyak, algoritma akan menjadi lambat. Penelitian menunjukan bahwa setelah batas tertentu penambahan ukuran populasi tidak berguna karena hal ini tidak menjadikan penyelesaian masalah menjadi lebih cepat hal ini tergantug pada permasalahan (M.Obitko,1998).

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)