LAMPIRAN I

KAITAN KOMUTASI ANTARA OPERATOR MOMENTUM DENGAN POSISI

Dengan mengambil operator momentum

$$P_x = -i\hbar \frac{\delta}{\delta x} \qquad (I.1)$$

dan mengingat cara kerja operator X, yaitu mengalikan suatu fungsi dengan x dari depan,[1] kaitan komutasi antara P_x dengan X dapat dicari. Menuliskan kaitan ini sebagai

$$[P_x, X] = P_x X - X P_x$$

$$= -i\hbar \frac{\delta}{\delta x} X + i\hbar X \frac{\delta}{\delta x} \qquad (I.2)$$

dan mengalikannya dari kiri dengan $\varphi(x)$

$$[P_x, X]\varphi(x) = -\hbar \frac{\delta}{\delta x} X\varphi(x) + i\hbar X \frac{\delta}{\delta x} \varphi(x)$$

$$= -\hbar \frac{\delta}{\delta x} x\varphi(x) + i\hbar x \frac{\delta}{\delta x} \varphi(x)$$

$$= -i\hbar (x \frac{\delta}{\delta x} \varphi(x) - \varphi(x) \frac{\delta}{\delta x} x - x \frac{\delta}{\delta x} \varphi(x)$$

$$= i\hbar\varphi(x) \qquad (I.3)$$

Kesimpulannya komutator dari P_x dengan X adalah

$$[P_x, X] = i\hbar \qquad (I.4)$$

Dari difinisi, karena

$$[X, P_x] = -[P_x, X]$$

mudah dipahami bahwa komutator dari X dengan P_x adalah

$$[X, P_x] = -i\hbar \qquad (I.5)$$

---

[1] Rojansky bab 1 hal 3

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

LAMPIRAN II

DEVIASI AKAR KUADRAT RATA-RATA (RMS DEVIATION)

Bila $\langle A \rangle$ menunjukkan rata-rata besaran terukur A pada keadaan ternormalisasi $|\varphi\rangle$, yaitu

$$\langle A \rangle = \langle \varphi | A | \varphi \rangle \qquad \text{(II.1)}$$

besar deviasi rms ΔA dapat dituliskan

$$\Delta A = \sqrt{\langle (A - \langle A \rangle)^2 \rangle} \qquad \text{(II.2)}$$

atau

$$\Delta A = \sqrt{\langle \varphi | (A - \langle A \rangle)^2 | \varphi \rangle} \qquad \text{(II.3)}$$

karena

$$\begin{aligned} \langle (A-\langle A \rangle)^2 \rangle &= \langle (A^2 - 2A\langle A \rangle + \langle A \rangle^2) \rangle \\ &= \langle A^2 \rangle - 2\langle A \rangle^2 - \langle A \rangle^2 \\ &= \langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2 \end{aligned} \qquad \text{(II.4)}$$

maka (II.2) menjadi

$$\Delta A = \sqrt{\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2} \qquad \text{(II.5)}$$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

LAMPIRAN III

SIFAT JARING-JARING OPERATOR MOMENTUM

Mengingat representasi operator momentum dalam operator a dan a^+, yaitu

$$P_x = \frac{i}{\sqrt{2}} (a^+ - a)$$

sifat jaring-jaring unsur matrik (4.33) dapat diperoleh. Untuk tujuan ini, operator $(a^+ - a)^4$ difaktorkan

$$\begin{aligned}(a^+ - a)^4 = {} & a^+a^+a^+a^+ - a^+a^+a^+a - a^+a^+aa^+ - a^+aa^+a^+ - \\ & aa^+a^+a^+ + a^+a^+aa + a^+aa^+a^+ + a^+aaa^+ + aa^+aa^+ \\ & + aaa^+a^+ + aa^+a^+a - a^+aaa - aa^+aa - aaa^+a - \\ & aaaa^+ + aaaa.\end{aligned}$$

Tampak bahwa walaupun jaring-jaring operator ini sama dengan operator X ,gambar (4.3), dari persamaan (III.2) jelas bahwa suku-suku dengan jumlah faktor a ganjil, yang dalam jaring-jaring ini bersesuaian dengan jumlah langkah turun ganjil, akan bertanda negatif.

Penentuan positif atau negatifnya operator ini pada suatu fungsi dengan hanya memperhatikan hasil (III.2) saja belum cukup. Bila P berpangkat q, i juga harus demikian. Hasilnya, hasil (III.2) masih harus dikalikan ±i atau ±1 yang tergantung nilai q. Adapun aturan pemilihannya adalah sebagai berikut

1. Bila q genab

   a. untuk q/2 genab, dipilih pengali +1.

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)

b. untuk q/2 ganjil, dipilih pengali -1.

2. Bila q ganjil

a. untuk (q-1)/2 genab, dipilih pengali +i.

b. untuk (q-1)/2 ganjil, dipilih pengali -1.

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purposes of security, back-up and preservation. (http://eprints.undip.ac.id)