

## BAB II TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1. HUKUM PERTAMA TERMODINAMIKA

Termodinamika merupakan ilmu yang membahas hubungan antara panas dan kerja. Dalam termodinamika benda kerja yang dimaksud sering disebut dengan sistem. Jadi yang dimaksud dengan sistem adalah suatu batasan yang dipakai untuk menunjukkan suatu benda kerja dalam suatu permukaan tertutup. Dimana permukaan tertutup dapat berupa khayalan maupun sebenarnya.

Misalkan sebuah sistem berubah dari suatu keadaan kesetimbangan mula-mula  $i$  ke suatu keadaan kesetimbangan  $f$  dengan cara tertentu, dengan kalor yang diserap sistem adalah  $Q$  dan kerja yang dilakukan oleh sistem adalah  $W$ . Kemudian sistem diubah kembali dari keadaan yang sama  $i$  ke keadaan yang sama  $f$ , tetapi dengan cara lain, maka didapatkan bahwa untuk tiap-tiap kasus  $Q-W$  adalah sama. Walaupun  $Q$  dan  $W$  secara terpisah bergantung pada cara yang diambil, tetapi  $Q-W$  tidak bergantung sama sekali pada bagaimana mengambil sistem tersebut dari keadaan  $i$  ke keadaan  $f$ , sehingga hanya bergantung kepada keadaan mula-mula dan akhir saja. Jadi dapat disimpulkan bahwa ada sebuah fungsi dari koordinat termodinamika yang nilai akhirnya dikurangi nilai permulaannya menyamai perubahan  $Q-W$  di dalam proses tersebut. Fungsi ini biasa

dinamakan fungsi tenaga dakhil atau tenaga dalam. Dan dinyatakan dengan huruf  $U$ .

Jika suatu sistem pada keadaan  $i$  dengan tenaga dakhil  $U_i$ . Sistem tersebut menyerap kalor  $Q$  dan dari luar mengerjakan kerja  $W_{\text{ext}}$  pada sistem. Hal itu mengubah sistem ke keadaan  $f$  dengan tenaga dakhil  $U_f$ , maka perubahan tenaga dakhil  $U_f - U_i$  diberikan oleh

$$U_f - U_i = Q + W_{\text{ext}} \quad (2.1)$$

Persamaan (2.1) dapat dinyatakan sebagai

*Hukum Pertama Termodinamika : Perubahan tenaga dakhil dari sistem adalah sama dengan kalor yang diserap oleh sistem ditambah kerja dari luar yang bekerja pada sistem.*

Dalam hal ini  $W_{\text{ext}} = -W$  jika kerja dilakukan oleh sistem.

Jika sistem hanya mengalami suatu perubahan keadaan yang sangat kecil, maka hanya sejumlah kecil kalor  $dQ$  yang diserap dan hanya sejumlah kecil pula kerja  $dW$  yang dilakukan sehingga perubahan tenaga dakhil juga sangat kecil. Maka persamaan (2.1) menjadi

$$dU = dQ + dW \quad (2.2)$$

di mana  $dW = -pdV$ , karena kerja dilakukan oleh sistem.

## 2.2. PERSAMAAN KEADAAN GAS IDEAL

### 2.2.1. DEFINISI TERMODINAMIKA

Dalam termodinamika, gas dapat digunakan sebagai benda kerja. Pada umumnya gas tersebut dianggap sebagai gas ideal, yakni gas dimana tenaga ikat molekul-molekulnya dapat diabaikan dan akan mempunyai sifat sederhana yang

mempunyai kondisi sama. Hal ini disebabkan karena sifat-sifat dari gas ideal hanya berbeda sedikit dari sifat-sifat gas yang sesungguhnya (monoatomik, diatomik dan triatomik).

Diberikan sebuah massa  $nM$  dari suatu gas di dalam kesetimbangan termal dimana tekanannya  $p$ , temperaturnya  $T$  dan volumenya  $V$ . Dari beberapa eksperimen didapatkan hubungan antara tekanan  $p$ , temperatur  $T$  dan volume  $V$  untuk gas ideal, yaitu :

1. Hukum Boyle : Pada temperatur konstan, tekanan dari gas adalah berbanding terbalik dengan volume gas.

$$p \propto 1/V \quad \text{atau} \quad pV = \text{konstan}$$

2. Hukum Charles-Gay Lussac : Pada tekanan konstan, volume gas adalah berbanding lurus dengan temperatur absolut gas.

$$V \propto T \quad \text{atau} \quad \frac{V}{T} = \text{konstan}$$

3. Hukum Volume konstan : Pada volume konstan, tekanan gas adalah berbanding lurus dengan temperatur absolut gas.

$$p \propto T \quad \text{atau} \quad \frac{p}{T} = \text{konstan}$$

Ketiga hukum tersebut dapat digabungkan dalam satu hubungan dan menghasilkan

$$\frac{pV}{T} = \text{konstan}$$

Di bawah kondisi standar tekanan atmosfer dan  $0^\circ\text{C}$ , satu kmol gas mengandung  $22,4 \text{ m}^3$ . Sehingga pada STP (Standard Temperatur And Pressure)  $p_0 = 1 \text{ atm}$  yang setara

dengan  $1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ ,  $T_0 = 273 \text{ K}$  dan  $V_0 = 22,4 \text{ m}^3/\text{kmol}$ .  
 Jika  $n$  adalah mol gas, volumenya adalah  $nV_0$ , maka dapat  
 dihitung nilai konstanta pada gas ideal,

$$\begin{aligned} \frac{pV}{T} &= \frac{np_0V_0}{T_0} = nR \\ R &= \frac{p_0V_0}{T_0} = \frac{1,013 \cdot 10^5 \times 22,4}{273} \\ &= 8,32 \cdot 10^3 \text{ J/kmol K} = 8,32 \text{ J/mol K} \end{aligned}$$

$R$  dinamakan konstanta gas universal.

Persamaannya menjadi

$$pV = nRT \quad (2.3)$$

Persamaan (2.3) merupakan *Persamaan Keadaan Gas Ideal*.

### 2.2.2. DEFINISI TEORI KINETIK GAS

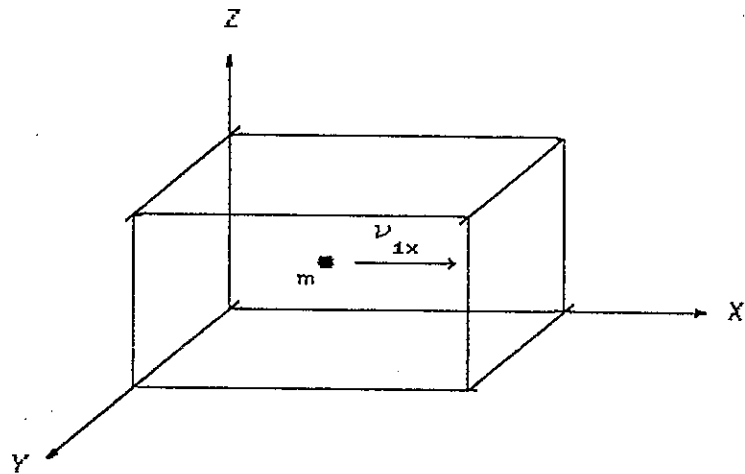
Perumusan persamaan keadaan gas ideal berdasarkan teori kinetik menerangkan sifat-sifat gas berdasarkan hukum-hukum mekanika serta beberapa pengandaian, yaitu :

1. Jumlah molekul adalah besar dan jarak rata-rata antara molekul adalah besar dibandingkan dengan dimensi molekulnya. Karena itu molekul menempati volume yang diabaikan dibanding volume gas.
2. Molekul sesuai dengan hukum Newton tentang gerak, tetapi molekulnya bergerak secara acak. Bahwa molekul bergerak ke segala arah dengan kebolehdjian sama dan kecepatan bervariasi. Distribusi kecepatan tidak berubah terhadap waktu, walupun terjadi tumbukan antara molekul.

3. Molekul mengalami tumbukan lenting sempurna dengan molekul lainnya.
4. Gaya antara molekul diabaikan kecuali selama tumbukan. Gaya antara molekul jangkauannya pendek, sehingga sedikit waktu molekul berinteraksi dengan yang lainnya selama tumbukan.
5. Anggapan bahwa gasnya adalah gas murni. Berarti semua molekul identik.
6. Gas berada pada kesetimbangan termal dengan dinding wadah. Di sini dinding akan melepaskan molekul seperti saat dinding menariknya, dan molekul yang dilepaskan akan mempunyai energi kinetik rata-rata seperti molekul yang ditarik.

Dipandang sebuah kubus bersisi  $L$  yang mempunyai sejumlah molekul gas yang bergerak secara acak. Luas tiap permukaan adalah  $A = L^2$  dan volumewadah  $V = LA = L^3$ . Suatu molekul tunggal bermassa  $m$  yang bergerak dengan kecepatan  $v_1$  dengan kecepatan komponennya  $v_{1x}$ ,  $v_{1y}$ ,  $v_{1z}$ . Pada selang waktu  $\Delta t$  molekul tersebut akan bertumbukan dengan dinding sebelah kanan dan kemudian kembali lagi. Pada selang waktu  $\Delta t$  molekul akan bergerak pada jarak  $\Delta L = v_{1x} \Delta t$  sepanjang sumbu  $X$ . Jarak molekul bergerak antara tumbukan berturut-turut adalah  $2L$ . Banyaknya tumbukan  $f$  pada waktu  $\Delta t$  dengan dinding sebelah kanan adalah

$$f = \frac{v_{1x} \Delta t}{2L}$$



GAMBAR 2.1. KUBUS BERSISI L YANG BERISI GAS IDEAL. MOLEKUL BERGERAK DENGAN KECEPATAN  $v_{1x}$  SEPANJANG SUMBU X.

Momentum sebelum tumbukan adalah  $m v_{1x}$  dan sesudah tumbukan adalah  $(-m v_{1x})$ . Perubahan momentum molekul adalah  $(-2m v_{1x})$ . Dinding akan menerima momentum sebesar  $2m v_{1x}$ . Selama ada  $f$  tumbukan pada waktu  $\Delta t$ , dinding akan menerima momentum sebesar

$$\Delta R_{1x} = f (2m v_{1x}) = \frac{v_{1x} \Delta t}{2L} 2m v_{1x} = \frac{m v_{1x}^2 \Delta t}{2L}$$

Gaya yang diberikan pada dinding oleh molekul adalah  $F_{1x}$

$$F_{1x} = \frac{\Delta R_{1x}}{\Delta t} = \frac{m v_{1x}^2}{L} \quad (2.4)$$

Anggaplah ada  $N$  molekul pada wadah bergerak dengan kecepatan  $v_1, v_2, \dots, v_N$ . Total gaya yang digunakan pada dinding sebelah kanan oleh semua molekul adalah

$$F_x = \frac{m}{L} (\nu_{1x}^2 + \nu_{2x}^2 + \dots + \nu_{Nx}^2) = \frac{m}{L} \sum_{i=1}^N \nu_{ix}^2$$

Tekanan  $p$  pada dinding oleh gas didefinisikan sebagai gaya persatuan luas, maka dapat ditulis

$$p = \frac{F_x}{A} = \frac{F_x}{L^2} = \frac{m}{L^3} \sum_{i=1}^N \nu_{ix}^2 \quad (2.5)$$

Kecepatan kuadrat rata-rata komponen  $X$  dari kecepatan molekul adalah

$$\langle \nu_x^2 \rangle = \frac{\nu_{1x}^2 + \nu_{2x}^2 + \dots + \nu_{Nx}^2}{N} = \frac{\sum \nu_{ix}^2}{N} \quad (2.6)$$

Selama semua komponen mempunyai kebolehhjadian sama, maka

$$\begin{aligned} \langle \nu_x^2 \rangle &= \langle \nu_y^2 \rangle = \langle \nu_z^2 \rangle \\ \langle \nu^2 \rangle &= \langle \nu_x^2 \rangle + \langle \nu_y^2 \rangle + \langle \nu_z^2 \rangle = 3 \langle \nu_x^2 \rangle \\ \langle \nu_x^2 \rangle &= \frac{1}{3} \langle \nu^2 \rangle \end{aligned} \quad (2.7)$$

Dapat dikatakan bahwa hanya  $1/3$  molekul total bergerak sepanjang sumbu  $X$ . Dengan mensubstitusikan persamaan (2.7) ke persamaan (2.6), didapatkan

$$p = \frac{mN}{L^3} \frac{1}{3} \langle \nu^2 \rangle$$

di mana  $L^3 = V$

$$pV = \frac{2}{3} N \left\langle \frac{1}{2} m \nu^2 \right\rangle = nRT$$

$$N \left\langle \frac{1}{2} m \nu^2 \right\rangle = \frac{3}{2} nRT = \frac{3}{2} \frac{N}{A} RT = \frac{3}{2} NkT$$

Di mana  $A$  adalah bilangan Avogadro yang besarnya  $A = 6,022 \cdot 10^{23}$  molekul/mol dan  $k$  adalah konstanta Boltzman, yang besarnya  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/molekul K.

$$\left\langle \frac{1}{2} m v^2 \right\rangle = \frac{3}{2} kT \quad (2.8)$$

Dari persamaan (2.8) diperoleh bahwa tenaga kinetik translasi total per mol dari molekul-molekul suatu gas sebanding dengan temperatur absolut gas.

### 2.3. PANAS JENIS GAS

Kapasitas panas adalah panas yang diperlukan sistem sebesar  $dQ$  untuk menaikkan temperatur sistem sebesar  $dT$ . Dimana satuannya adalah Joule/K dan dinyatakan dengan huruf  $C$ . Kapasitas panas  $C$  persatuan massa  $m$  disebut dengan kapasitas panas jenis. Dinyatakan dengan huruf  $c$ .

$$c = \frac{dQ}{m dT} = \frac{C}{m} \quad (2.9)$$

Untuk gas satuan massa yang digunakan adalah mol. Sehingga pada gas biasa disebut dengan kapasitas panas jenis molar. Dengan satuan Joule/mol K.

$$c^* = \frac{dQ}{n dT} \quad (2.10)$$

dimana  $n$  adalah banyaknya mol gas.

Panas jenis gas adalah hasil bagi kapasitas panas jenis gas dengan kapasitas panas jenis air. Karena kapasitas panas jenis air = 1 J/mol K, maka kapasitas panas jenis gas itu tidak mempunyai satuan (bilangan murni).

#### 2.3.1. PANAS JENIS GAS PADA TEKANAN KONSTAN

Dari hukum pertama termodinamika diperoleh

$$dQ = dU + p dV$$



karena nilai  $d(pV) = pdV + Vdp$

$$pdV = d(pV) - Vdp$$

$$dQ = dU + d(pV) - Vdp$$

$$dQ = d(U + pV) - Vdp \quad (2.11)$$

Kuantitas  $U + pV$  biasa dinyatakan sebagai *entalpi* dan dinyatakan dengan huruf  $H$ . Jadi entalpi adalah jumlah energi dakhil dengan hasil kali tekanan dan volume sistem.

$$H = U + pV$$

Pada tekanan konstan  $dp = 0$ , sehingga persamaan (2.11) menjadi

$$dQ_p = dH_p = c_p^* dT_p$$

Sehingga panas jenis gas per mol pada tekanan konstan adalah

$$c_p^* = \left( \frac{dH}{dT} \right)_p \quad (2.12)$$

### 2.3.2. PANAS JENIS GAS PADA VOLUME KONSTAN

Dari hukum pertama termodinamika

$$dQ = dU + pdV$$

Jika sistem mengalami proses pada volume konstan maka  $dV = 0$ , sehingga

$$dQ_v = dU_v = c_v^* dT_v$$

Panas jenis gas per mol pada volume konstan adalah

$$c_v^* = \left( \frac{dU}{dT} \right)_v \quad (2.13)$$

### 2.3.3. HUBUNGAN ANTARA $c_p^*$ DAN $c_v^*$ UNTUK GAS IDEAL

Untuk gas-gas pada tekanan rendah, panas jenis gas mendekati konstan. Jika perhitungan dilakukan dengan anggapan bahwa panas jenis gas konstan, terdapat satu hubungan antara  $c_p^*$  dan  $c_v^*$  untuk gas ideal, yakni

$$\begin{aligned} dH &= c_p^* dT \\ dU &= c_v^* dT \\ dH - dU &= (c_p^* - c_v^*) dT \\ dH &= dU + d(pV) = dU + R dT \\ R dT &= (c_p^* - c_v^*) dT \\ R &= c_p^* - c_v^* \end{aligned} \quad (2.14)$$

Dari persamaan didapatkan bahwa konstanta gas universal dapat dinyatakan sebagai perbedaan antara panas jenis gas pada tekanan konstan dan panas jenis gas pada volume konstan.

### 2.4. PROSES ADIABATIK

Yang dimaksud dengan proses adiabatik adalah suatu proses di mana tidak ada panas yang diterima atau dikeluarkan sistem dari atau terhadap sekelilingnya atau dengan kata lain  $dQ = 0$ .

Untuk gas ideal panas jenis gas pada volume konstan adalah

$$\begin{aligned} dU &= c_v^* dT \\ dQ &= dU + p dV \\ dQ &= c_v^* dT + p dV \end{aligned}$$

Untuk proses adiabatik maka  $dQ = 0$

$$c_v^* dT = - p dV \quad (2.15)$$

Dari persamaan (2.11) diperoleh

$$dQ = d(U + pV) - Vdp$$

Karena proses adiabatik, maka

$$d(U + pV) = Vdp$$

$$d(U + pV) = dH = c_p^* dT$$

$$c_p^* dT = Vdp \quad (2.16)$$

Dengan membagi persamaan (2.16) dengan persamaan (2.15), akan diperoleh

$$\frac{c_p^*}{c_v^*} = - \frac{V}{p} \frac{dp}{dV}$$

$$\frac{dp}{p} = - \frac{c_p^*}{c_v^*} \frac{dV}{V}$$

Dengan menyatakan perbandingan panas jenis  $c_p^*/c_v^*$  dengan lambang  $\gamma$ , maka

$$\frac{dp}{p} = - \gamma \frac{dV}{V}$$

Dengan anggapan  $\gamma$  tetap, diperoleh

$$\ln p = - \gamma \ln V + \ln \text{konstanta}$$

$$pV^\gamma = \text{konstan} \quad (2.17)$$

atau bisa juga ditulis

$$TV^{\gamma-1} = \text{konstan} \quad (2.18)$$

Persamaan ini berlaku untuk semua keadaan setimbang yang dilalui oleh gas selama proses adiabatik.

## 2.5. EKIPARTISI ENERGI

Dari persamaan (2.8) didapatkan bahwa tenaga molekul gas terdiri dari tenaga kinetik translasi total

sebagai satu kesatuan. Selain tenaga kinetik translasi total, untuk molekul gas dengan lebih banyak atom masih ada tambahan tenaga kinetik rotasi dan tenaga kinetik vibrasi atom-atom penyusunnya. Tenaga molekul yang tersedia bergantung pada temperatur dan terdistribusi secara merata kepada setiap cara bebas yang dapat digunakan oleh molekul gas untuk menyerap energi. Teorema ini disebut dengan *ekipartisi energi*.

Setiap ragam penyerapan tenaga yang bebas dinamakan derajat kebebasan. Maksudnya supaya gerakan translasi pusat massa atom dapat ditentukan maka komponen sejajar dengan sumbu yang tegak lurus satu sama lainnya harus diketahui. Jadi suatu molekul mempunyai tiga derajat kebebasan translasi.

Persamaan tenaga kinetik translasi per derajat kebebasan adalah

$$\frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} m v^2 \right) = \frac{1}{2} kT$$

Jika  $f$  ialah jumlah derajat kebebasan dan semuanya mendapat tenaga yang sama, maka jumlah tenaga sebuah atom adalah

$$\frac{f}{3} \left( \frac{1}{2} m v^2 \right) = \frac{f}{2} kT$$

Sehingga tenaga dakhil  $U$  adalah

$$U = \frac{f}{2} NkT = \frac{f}{2} nRT \quad (2.19)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.19) ke dalam persamaan (2.13) akan didapatkan nilai  $c_v^*$

$$c_v^* = \frac{1}{n} \frac{dU}{dT} = \frac{f}{2} R \quad (2.20)$$

Dari hubungan  $c_p^* = c_v^* + R$  akan didapatkan nilai  $c_p^*$  ialah

$$c_p^* = \frac{f}{2} R + R = \frac{f + 2}{2} R \quad (2.21)$$

Sehingga nilai perbandingan antara panas jenis gas pada tekanan konstan dan volume konstan adalah

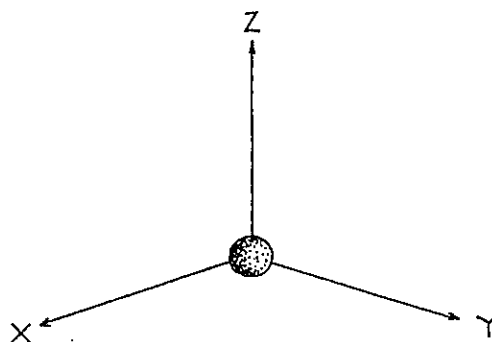
$$\gamma = \frac{c_p^*}{c_v^*} = \frac{f + 2}{f} \quad (2.22)$$

Maka dapat diketahui nilai  $\gamma$  dari gas ideal dengan mengetahui derajat kebebasannya dari atom-atom penyusunnya.

### 2.5.1. $\gamma$ UNTUK GAS IDEAL MONOATOMIK

Untuk gas ideal monoatomik energi dalamnya adalah semua energi kinetik translasi. Jadi ada tiga derajat kebebasan atau  $f = 3$ . Dengan memasukkan nilai  $f$  ke dalam persamaan (2.20), (2.21) dan (2.22) akan didapatkan nilai untuk  $c_v^*$ ,  $c_p^*$  dan  $\gamma$ .

$$\begin{aligned} c_v^* &= \frac{3}{2} R \\ c_p^* &= \frac{5}{2} R \\ \gamma &= \frac{3 + 2}{3} = \frac{5}{3} = 1,67 \end{aligned} \quad (2.23)$$



GAMBAR 2.2. MOLEKUL MONOATOMIK.

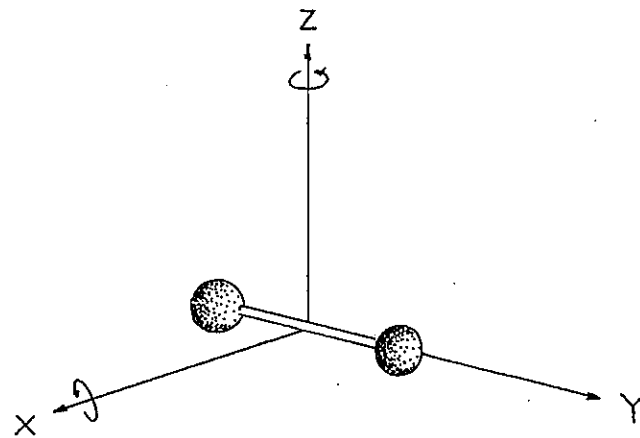
### 2.5.2. $\gamma$ UNTUK GAS IDEAL DIATOMIK

Molekulnya dianggap mempunyai struktur seperti dumbel (dua bola yang disambung oleh sebuah tongkat tegar) yang sejajar sumbu Y. Masih terdapat tiga derajat kebebasan translasi, sebab gerakan pusat massa harus dinyatakan oleh tiga koordinat bebas. Momen inersia  $I_y$  dari molekul sepanjang sumbu Y dapat diabaikan dibandingkan momen inersia  $I_x$  sepanjang sumbu X dan momen inersia  $I_z$  sepanjang sumbu Z. Energi kinetik rotasi molekulnya diberikan oleh

$$K_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I_x \omega_x^2 + \frac{1}{2} I_z \omega_z^2$$

di mana  $I_x$ ,  $I_z$  adalah momen inersia dan  $\omega_x$ ,  $\omega_z$  adalah kecepatan sudutnya. Sehingga molekul diatomik mempunyai dua derajat kebebasan rotasi. Jadi untuk gas ideal diatomik mempunyai lima derajat kebebasan, yaitu tiga derajat kebebasan translasi dan dua derajat kebebasan rotasi. Untuk gas diatomik  $f = 5$ , sehingga akan didapatkan

$$\begin{aligned} C_v^* &= \frac{5}{2} R \\ C_p^* &= \frac{7}{2} R \\ \gamma &= \frac{5 + 2}{5} = \frac{7}{5} = 1,40 \end{aligned} \quad (2.24)$$



GAMBAR 2.3. MODEL DUMBEL UNTUK MOLEKUL DIATOMIK.

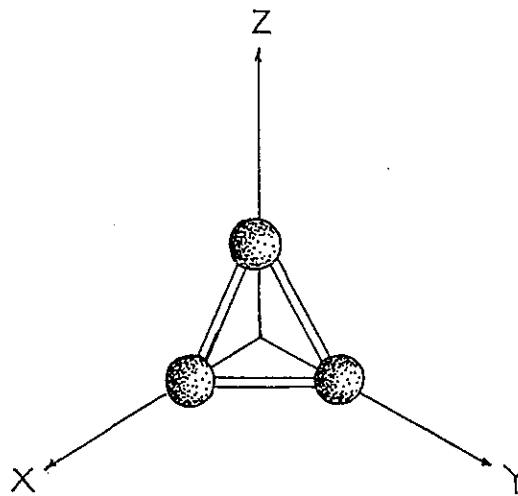
### 2.5.3. $\gamma$ UNTUK GAS IDEAL TRIATOMIK

Untuk gas triatomik, setiap molekul mempunyai tiga atom yang disambung bersama-sama oleh tongkat di dalam model. Sehingga molekul tersebut mampu berotasi terhadap salah satu dari tiga sumbu yang saling tegak lurus dengan tenaga yang cukup besar. Sehingga molekul mempunyai tiga derajat kebebasan rotasi ditambah tiga derajat kebebasan translasi atau derajat kebebasannya  $f = 6$ . Sehingga akan didapatkan

$$c_v^* = 3R$$

$$c_p^* = 4R$$

$$\gamma = \frac{6 + 2}{2} = \frac{4}{3} = 1,33 \quad (2.25)$$



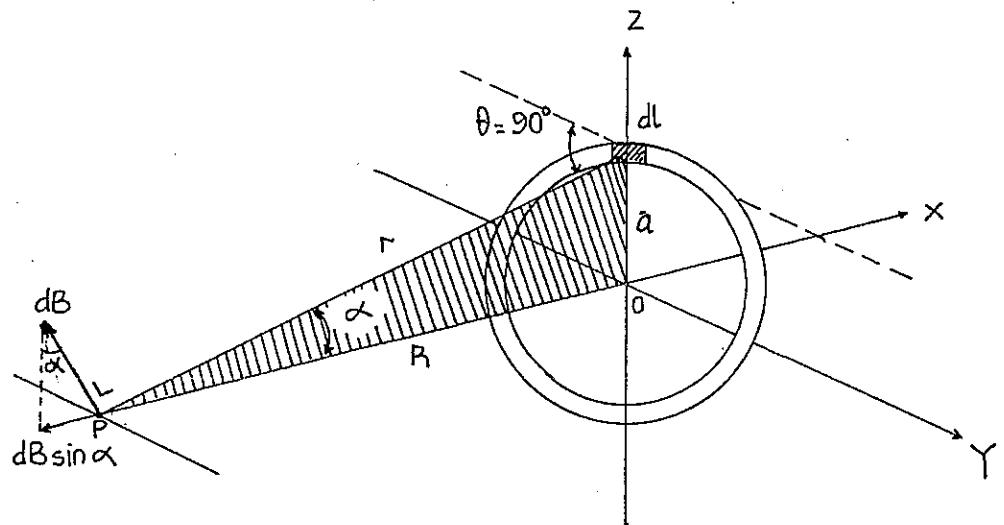
GAMBAR 2.4. MODEL MOLEKUL TRIATOMIK.

## 2.7. MEDAN MAGNET DARI LILITAN MELINGKAR

Untuk menghasilkan suatu medan magnet maka kawat yang dialiri arus dibuat berbentuk suatu kumparan. Gambar 2.6. menunjukkan sebuah cincin dengan jari-jari  $a$  yang dialiri arus  $I$  dan terletak pada bidang  $yz$ . Titik  $P$  terletak pada sumbu cincin itu, pada jarak  $R$  dari pusatnya dan  $r$  adalah jarak antara elemen  $dl$  dari cincin dan titik  $P$ . Induksi  $dB$  ditimbulkan pada titik  $P$  oleh arus dalam elemen  $dl$ , tegak lurus pada bidang ini dan terletak pada bidang  $xz$ . Sudut  $\theta$  antara  $dl$  dan  $r$  adalah  $90^\circ$ . Sehingga hukum Biot-Savart menjadi

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{dl}{r^2} \quad (2.26)$$





GAMBAR 2.5. KAWAT BERARUS YANG BERBENTUK CINCIN DENGAN JARI-JARI  $a$ .

Misal  $\alpha$  menyatakan sudut antara  $r$  dan sumbu  $x$ . Vektor  $dB$  diuraikan menjadi  $dB \sin \alpha$  dan  $dB \cos \alpha$ . Tiap elemen dari kawat akan menimbulkan komponen  $dB \sin \alpha$ , sedang komponen  $dB \cos \alpha$  saling menghapuskan. Karena  $\sin \alpha = a/r$ , maka

$$B = \oint dB \sin \alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I a}{r^3} \oint dl$$

di mana  $\oint dl = 2\pi a$ , sehingga

$$B = \frac{\mu_0 I a^2}{2 r^3}$$

Karena  $r = (a^2 + R^2)^{1/2}$ , maka medan magnet untuk titik-titik di sumbu suatu lilitan melingkar adalah

$$B = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + R^2)^{3/2}} \quad (2.27)$$

Pada gambar 2.6. menunjukkan penampang sebuah solenoida. Jika  $L$  adalah panjangnya dan  $N$  adalah jumlah lilitan, jumlah lilitan persatuan panjang adalah  $N/L$ , dan jumlah lilitan dipenampang sepanjang  $dR$  adalah  $(N/L) dR$ . Medan yang ditimbulkan oleh masing-masing lilitan di titik  $P$  berdasarkan persamaan (2.27) dan medan yang ditimbulkan

$$dB = \frac{\mu_o I}{2} \frac{a^2}{(a^2 + R^2)^{3/2}} \frac{N}{L} dR$$

$$dB = \frac{\mu_o I N}{2 L} \frac{a^2}{(a^2 + R^2)^{3/2}} dR \quad (2.28)$$

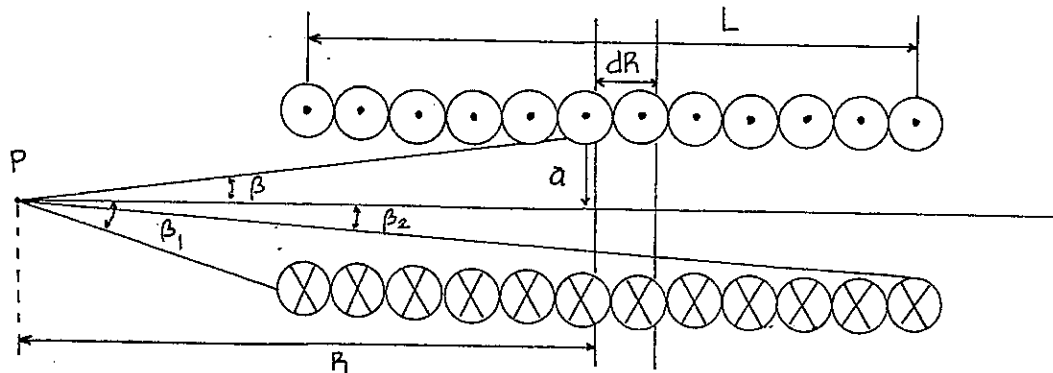
Di mana  $R = a \cot \beta$ ,  $dR = -a \csc^2 \beta d\beta$  dan  $a^2 + R^2 = a^2 \csc^2 \beta$ . Dengan mensubstitusikan harga tersebut ke dalam persamaan (2.28) akan didapatkan

$$dB = \frac{\mu_o I N}{2 L} (-\sin \beta d\beta)$$

Medan resultan didapatkan dengan cara mengintegrasikan dari satu ujung solenoida ke ujung yang lain, yaitu :

$$B = \frac{\mu_o I N}{2 L} \int_{\beta_1}^{\beta_2} (-\sin \beta d\beta)$$

$$B = \frac{\mu_o I N}{2 L} (\cos \beta_2 - \cos \beta_1) \quad (2.29)$$



GAMBAR 2. 6. PENAMPANG SEBUAH SOLENOIDA.

Jika solenoida tersebut sangat panjang, sebuah titik di pusatnya, di mana  $\beta_1 \approx 180^\circ$  dan  $\beta_2 \approx 0^\circ$  menghasilkan medan magnet sebesar

$$B = \frac{\mu_0 I N}{L} \quad (2.30)$$

Untuk titik di ujung solenoida, dimana  $\beta_1 \approx 180^\circ$   $\beta_2 = 90^\circ$  atau  $\beta_1 = 90^\circ$ ,  $\beta_2 \approx 0^\circ$ , menghasilkan

$$B = \frac{\mu_0 I N}{2 L} \quad (2.31)$$