

SIFAT RUANG METRIK TOPOLOGIS



SKRIPSI

Oleh :

Deki Sukmaringga

J2A 307 002

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2011

SIFAT RUANG METRIK TOPOLOGIS

Deki Sukmaringga

J2A 307 002

Skripsi

Diajukan sebagai syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains

pada

Program Studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS DIPONEGORO**

SEMARANG

2011

HALAMAN PENGESAHAN

Judul : Sifat Ruang Metrik Topologis

Nama : Deki Sukmaringga

NIM : J2A 307 002

Telah di uji pada sidang tugas akhir tanggal 1 Juli 2011 dan dinyatakan lulus pada tanggal Juli 2011

Semarang, Juli 2011

Panitia Penguji Tugas Akhir

Ketua,

Bambang Irawanto, S.Si, M.Si

NIP. 19670729 199403 1001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
FMIPA UNDIP

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika
Jurusan Matematika
FMIPA UNDIP

Dr. Widowati, S.Si, M.Si

NIP. 19690214 199403 2002

Suryono, S.Si, M.Si

NIP. 19680714 199403 1004

HALAMAN PENGESAHAN

Judul : Sifat Ruang Metrik Topologis

Nama : Deki Sukmaringga

NIM : J2A 307 002

Telah di uji pada sidang tugas akhir tanggal 1 juli 2011

Semarang, Juli 2011

Pembimbing I

Pembimbing II

Drs. YD. Sumanto, M.Si.

NIP. 19640918 199301 1 002

Dra. Titi Udjiani SRRM, M.Si.

NIP. 19640223 199102 2 001

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas segala limpahan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini.

Tugas Akhir yang berjudul “SIFAT RUANG METRIK TOPOLOGIS” ini disusun sebagai syarat untuk menyelesaikan kuliah dan memperoleh gelar kesarjanaan program strata satu (S1) pada jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Diponegoro.

Berbagai pihak telah membantu dan membimbing penulis dalam mempersiapkan dan menyelesaikan laporan ini. Sehingga pada kesempatan ini penulis ingin menyampaikan rasa terima kasih setulus hati kepada :

1. Dr. Widowati, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Diponegoro,
2. Drs. YD. Sumanto, M.Si. selaku Dosen Pembimbing I yang telah dengan sabar memberikan bimbingan dan ilmunya dalam penyusunan Tugas Akhir ini,
3. Dra. Titi Udjiani SRRM, M.Si selaku Dosen Pembimbing II yang memberikan bimbingan dan ilmunya dalam penyusunan Tugas Akhir ini,
4. Triastuti Wuryandari, M.Si selaku Dosen Wali yang memberikan bimbingan serta motivasi kepada penulis selama menempuh studi di jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Diponegoro,
5. Serta semua pihak yang telah banyak membantu baik secara moril maupun materiil selama penulis menempuh pendidikan maupun selama penulisan Tugas Akhir ini, namun tidak dapat disebutkan satu-persatu.

Penulis menyadari dalam Tugas Akhir ini masih jauh dari kesempurnaan, karena keterbatasan kemampuan dari penulis. Oleh karena itu penulis mengharapkan kritik dan saran yang bersifat membangun, sehingga dapat dijadikan perbaikan. Serta tidak lupa penulis memohon maaf atas semua kesalahan yang terjadi.

Akhirnya penulis berharap semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Terima kasih.

Semarang, Juni 2011

Penulis

ABSTRAK

Beberapa sifat dari ruang topologi X bergantung kepada distribusi dari himpunan-himpunan terbuka dalam ruang topologi tersebut. Himpunan kompak dalam ruang metrik bersifat tertutup dan terbatas. Himpunan *countable* kompak bersifat tertutup dan terbatas. Himpunan barisan kompak bersifat tertutup dan terbatas. Himpunan bagian ruang matrik adalah kompak, *countable* kompak, dan barisan kompak

Kata kunci : Ruang Metrik Topologis, Himpunan Kompak.

ABSTRACT

Some properties of topological space X depend on the distribution of open sets in the topological space. Compact sets in metric space is closed and limited. Countable compact sets are closed and limited. The set of compact line is closed and finite. Subset of metric space is compact, countable compact, and compact line.

Keywords: Space Metric Topology, Compact Association.

DAFTAR ISI

| | Halaman |
|---|---------|
| HALAMAN JUDUL | i |
| HALAMAN PENGESAHAN | iii |
| KATA PENGANTAR..... | v |
| ABSTRAK..... | vii |
| ABSTRACT | viii |
| DAFTAR ISI | ix |
| DAFTAR SIMBOL | xi |
| DAFTAR GAMBAR..... | xiii |
| BAB I PENDAHULUAN | 1 |
| 1.1 Latar Belakang Masalah..... | 1 |
| 1.2 Permasalahan | 2 |
| 1.3 Pembatasan Masalah | 2 |
| 1.4 Tujuan Penulisan | 2 |
| 1.5 Sistematika Penulisan | 2 |
| BAB II MATERI PENUNJANG | 4 |
| 2.1 Himpunan..... | 4 |
| 2.1.1 Himpunan Bagian | 6 |
| 2.1.2 Himpunan Universal dan Himpunan Kosong..... | 8 |
| 2.1.3 Kelas | 9 |

| | | |
|--------------------------|--|----|
| 2.1.4 | Operasi-operasi pada himpunan | 9 |
| 2.2 | Ruang Topologi..... | 13 |
| 2.2.1 | Topologi dan Ruang Topologi | 13 |
| 2.2.2 | Titik Limit (A') | 16 |
| 2.2.3 | Himpunan tertutup | 19 |
| 2.2.4 | Penutup dari Himpunan | 20 |
| 2.2.5 | Titik Interior..... | 23 |
| 2.2.6 | Titik Eksterior | 25 |
| 2.2.7 | Batas | 26 |
| 2.2.8 | Persekitaran dan Sistem Persekitaran | 28 |
| BAB III PEMBAHASAN | | 30 |
| 3.1 | Himpunan Kompak | 30 |
| 3.2 | Himpunan Bagian dari Ruang Kompak | 34 |
| 3.3 | Sifat Irisan Terhingga..... | 35 |
| 3.4 | Barisan Himpunan Kompak..... | 38 |
| 3.5 | <i>Countable</i> Himpunan Kompak | 39 |
| 3.6 | Metrik..... | 40 |
| 3.7 | Jarak Antara Himpunan-Himpunan | 42 |
| 3.8 | Ruang Metrik Topologis | 44 |
| 3.8.1 | Bola Terbuka | 45 |
| 3.8.2 | Sifat Topologi Matrik | 47 |
| 3.9 | Kekompakan Dalam Ruang Metrik..... | 48 |
| 3.9.1 | Himpunan Terbatas Total..... | 48 |
| 3.9.2 | Bilangan Lebesgue | 49 |

| | |
|----------------------|----|
| BAB IV PENUTUP | 52 |
| DAFTAR PUSTAKA..... | 53 |

DAFTAR SIMBOL

| | |
|-----------------------------|---|
| \in | : Elemen atau anggota |
| \notin | : Bukan elemen atau bukan anggota |
| $\{ \}$ atau \emptyset | : Himpunan kosong |
| \mathbb{R} | : Himpunan bilangan real |
| \subseteq | : Himpunan bagian |
| \supseteq | : Super Set (Memuat himpunan) |
| $\not\subseteq$ | : Bukan himpunan bagian |
| $\not\supseteq$ | : Bukan superset |
| \subset | : Proper subset |
| U | : Himpunan universal |
| $\mathcal{P}(A)$ atau 2^A | : Himpunan kuasa dari A atau kelas dari semua himpunan bagian dari A. |
| \Rightarrow | : Implikasi |
| \dots^c | : Komplemen |
| \dots^{cc} | : Komplemen komplemen |
| \cap | : Irisan atau interseksi |
| \cup | : Gabungan atau union |
| \wedge | : cap |
| \vee | : cup |
| (\Leftarrow) | : Bukti ke kiri atau syarat cukup |

| | |
|---------------------------------|---|
| (\Rightarrow) | : Bukti ke kanan atau syarat perlu |
| \mathcal{A} | : Kelas dari himpunan-himpunan atau kelas lepas (disjoint) dari himpunan-himpunan. |
| τ | : Topologi |
| (X, τ) | : Ruang topologi |
| \exists | : Terdapat |
| \forall | : Untuk setiap |
| (\mathbb{R}, τ) | : Ruang topologi biasa (<i>Usual</i> topologi) |
| G | : Himpunan terbuka |
| I | : Elemen identitas |
| (X, D) | : Ruang topologi diskrit |
| (X, Y) | : Ruang topologi indiskrit |
| A' | : Titik limit dari A |
| \bar{A} atau A^- | : Penutup dari himpunan A |
| A° atau A° | : Interior dari A |
| $\text{Eks}(A) / \text{Ext}(A)$ | : Eksterior dari A |
| $b(A)$ | : batas dari A |
| N_p | : Sistem persekitaran dari p |
| $d(a, b)$ | : Jarak antara titik a dengan titik b |
| $S(p, \delta)$ | : Bola terbuka dengan pusat p jari-jari δ |

DAFTAR GAMBAR

| | | |
|------------|-------------------------|----|
| Gambar 2.1 | Diagram Venn | 6 |
| Gambar 2.2 | Irisan..... | 10 |
| Gambar 2.3 | Gabungan | 11 |
| Gambar 2.4 | Komplemen | 11 |
| Gambar 2.5 | Komplemen Relatif | 12 |
| Gambar 3.1 | Bola | 45 |